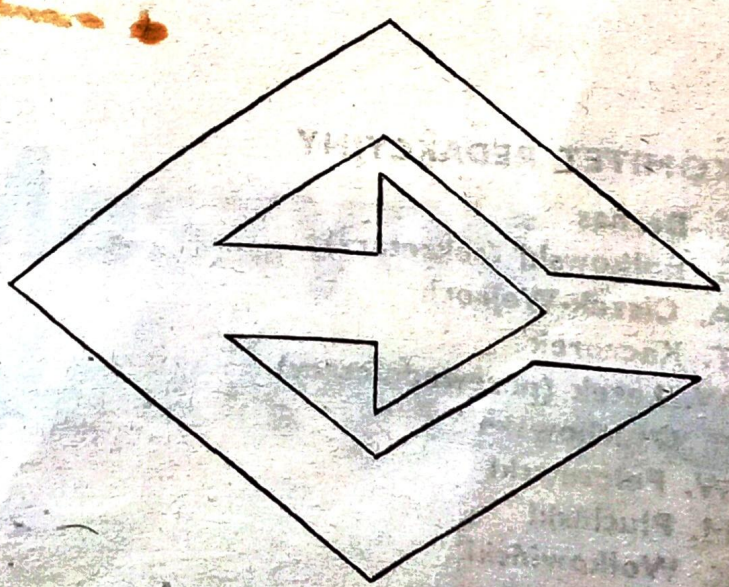
MASZYNY ELEKTRYCZNE



KOMITET REDAKCYJNY

S. Bernas
S. Bolkowski (sekretarz)
A. Ciszek-Wejroch
T. Kaczorek
W. Latek (przewodniczący)
B. Osuchowska
W. Pełczewski
M. Pluciński
K. Wołkowiński
Z. Woynarowski

WNT WARSZAWA 1977

Zygmunt Bajorek

Maszyny elektryczne

Wydanie trzecie całkowicie zmienione

WYDAWNICTWA NAUKOWO-TECHNICZNE

Opiniodawca *doc. dr inż. Zdzisław Życki*
Redaktor naukowy WNT *Kazimierz Sikorski*
Redaktor techniczny *Walenty Szczypiorski*
Okładkę i wnętrze książki projektował *Witold Rębkowski*

621.313/314

W podręczniku omówiono zasady budowy i działania oraz podstawy teorii transformatorów i maszyn elektrycznych wirujących. Część pracy poświęcono wzmacniaczom maszynowym i elementom automatyki. Podano również zarys teorii elektromechanicznego przetwarzania energii i na tej podstawie omówiono zasady ogólnej teorii transformatorów oraz maszyn indukcyjnych, synchronicznych i prądu stałego.
Podręcznik jest przeznaczony dla studentów wydziałów elektrycznych wyższych uczelni technicznych specjalizujących się w zakresie przetwarzania i użytkowania energii elektrycznej. Może być również pomocny inżynierom zatrudnionym w przemyśle i komórkach naukowo-badawczych.

Wydanie I — Skrypt wydany przez Wydawnictwa Uczelniane Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Rzeszowie.
Rzeszów 1972 — nakład 320 egz.

Wydanie II — Skrypt wydany przez Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Rzeszowskiej.
Rzeszów 1974 — nakład 400 egz.

Książkę wydano z dotacją ok. 50 zł do 1 egz. przyznaną przez Ministerstwo Nauki, Szkolnictwa Wyższego i Techniki.

WSZELKIE PRAWA ZASTRZEŻONE

Printed in Poland

POLITECHNIKA BIAŁOSTOCKA

W-293/5

BG Polit. Bial
0035 2536

WNT Warszawa 1977. Wydanie 3. Nakład 7000+250 egz. Ark. wyd. 37,1. Ark. druk. 29,25 (38,90/A). Format B5. Papier druk. sat. kl. III, 70 g. Oddano do składania 26.V.76. Podpisano do druku w sierpniu 1977. Druk ukończono w sierpniu 1977. Symbol En/20280/MNSzWiT Cena zł 63,—

CDW Cieszyn, Zakład nr 5 w Bielsku-Białej, zam. nr 1202/76 F-7

K-436/5/77

SPIS TREŚCI

Wstęp 11

1. **Ogólne wiadomości o maszynach elektrycznych** 13

1.1. Przemiany energetyczne w maszynach elektrycznych 13
1.1.1. Podstawowe rodzaje maszyn elektrycznych 13
1.1.2. Straty i sprawność maszyn elektrycznych 14
1.1.3. Nagrzewanie i chłodzenie maszyn elektrycznych 15
1.2. Materiały stosowane w budowie maszyn elektrycznych 19
1.2.1. Materiały magnetyczne 19
1.2.2. Materiały obwodu elektrycznego 21
1.2.3. Materiały elektroizolacyjne 21
1.2.4. Materiały konstrukcyjne 22
1.3. Parametry elektryczne i mechaniczne maszyn 23
1.3.1. Jednostki mianowane i stosunkowe 23

2. **Podstawy teorii elektromechanicznego przetwarzania energii** 24

2.1. Wiadomości ogólne 24
2.1.1. Modele fizyczne układów 24
2.1.2. Elementy i układy analogowe i dualne 25
2.1.3. Analogie elektromechaniczne 28
2.1.4. Energia i koenergia elementów zachowawczych 30
2.1.5. Pochodne cząstkowe energii i koenergii elementów zachowawczych 36
2.1.6. Wymiana energii z otoczeniem 37
2.1.7. Rozpraszanie energii (dyssypacja) 37
2.2. Elektromechaniczne przetwarzanie energii 39
2.2.1. Równanie Eulera-Lagrange'a 39
2.2.2. Zasada Hamiltona; przemiany energetyczne w ujęciu wariacyjnym 40
2.2.3. Ogólny zapis równań elektromechanicznych przetworników energii 41
2.2.4. Przykłady elektromechanicznych przetworników energii 43

3. **Transformatory** 48

3.1. Wiadomości ogólne 48
3.2. Zasada działania transformatora 50
3.3. Analiza pracy transformatora jednofazowego 52
3.3.1. Równania napięć i prądów przy obciążeniu 52
3.3.2. Układ zastępczy i wykres wskazowy 54
3.3.3. Stan jałowy 56
3.3.4. Przebiegi prądu i strumienia w stanie jałowym 59
3.3.5. Stan zwarcia 62

3.3.6. Uproszczony model transformatora w stanie obciążenia . . . 66
3.3.7. Wyrażenie parametrów transformatora w wartościach względnych . . . 67
3.4. Transformatory trójfazowe . . . 69
3.4.1. Sposoby łączenia uzwojeń . . . 69
3.4.2. Przekładnia zwojowa i napięciowa . . . 72
3.4.3. Grupy połączeń transformatorów trójfazowych . . . 73
3.4.4. Koszt budowy uzwojeń . . . 75
3.4.5. Wpływ nasycenia rdzenia na przebieg prądu magnesującego i strumienia . . . 76
3.4.6. Niesymetria obciążenia . . . 79
3.4.7. Wybór układu połączeń . . . 87
3.4.8. Praca transformatora przy niesymetrii zewnętrznej . . . 87
3.5. Zagadnienia eksploatacyjne . . . 94
3.5.1. Spadek napięcia i zmienność napięcia . . . 94
3.5.2. Regulacja napięcia . . . 97
3.5.3. Praca równoległa . . . 99
3.5.4. Praca grupowa transformatorów . . . 107
3.6. Transformatory specjalne . . . 109
3.6.1. Autotransformatory . . . 109
3.6.2. Transformatory trójuzwojeniowe . . . 111
3.6.3. Zastosowanie transformatorów do zmiany liczby faz i częstotliwości układów . 113
3.6.4. Przekładniki . . . 117
3.6.5. Transformatory spawalnicze . . . 119
3.6.6. Transformatory probiercze . . . 120
3.7. Stany nieustalone w transformatorach . . . 121
3.7.1. Włączenie transformatora do sieci . . . 121
3.7.2. Stany nieustalone przy zwarciu . . . 126
3.7 3. Siły mechaniczne działające na uzwojenia . . . 129
3.7.4. Przepięcia . . . 130
3.8. Zarys ogólnej teorii transformatorów . . . 130
3.8.1. Transformator jako przetwornik energii . . . 130
3.8.2. Transformator jednofazowy . . . 131
3.8.3. Transformator trójfazowy . . . 134

4. Zagadnienia ogólne maszyn wirujących prądu przemiennego . . . 141
4.1. Zasada budowy i działania maszyny indukcyjnej i synchronicznej . . . 141
4.1.1. Zarys budowy maszyny indukcyjnej . . . 141
4.1.2. Uzwojenie trójfazowe; wykreślna interpretacja pola wirującego . . . 143
4.1.3. Zasada działania silnika indukcyjnego . . . 146
4.1.4. Zarys budowy maszyny synchronicznej . . . 146
4.1.5. Maszyna synchroniczna jako prądnica i jako silnik . . . 148
4.2. Zarys budowy uzwojeń prądu przemiennego . . . 149
4.2.1. Określenia podstawowe . . . 149
4.2.2. Uzwojenia trójfazowe . . . 151
4.2.3. Uzwojenia dwufazowe i jednofazowe . . . 155
4.2.4. Zasada zmiany liczby par biegunów uzwojenia . . . 156
4.3. Napięcie indukowane w uzwojeniu; pole magnetyczne . . . 157
4.3.1. Napięcie indukowane przez pole sinusoidalne . . . 157
4.3.2. Wyższe harmoniczne napięć indukowanych . . . 161
4.3.3. Przepływ jednej fazy uzwojenia . . . 162
4.3.4. Przepływ uzwojenia trójfazowego . . . 165
4.3.5. Przepływ uzwojenia dwufazowego . . . 167
4.3.6. Przepływ uzwojenia jednofazowego . . . 170
4.3.7. Wyższe harmoniczne żłobkowe pola magnetycznego . . . 172

4.4. Moment elektromagnetyczny 173
4.4.1. Okład prądowy 173
4.4.2. Moment obrotowy 175

5. Maszyny indukcyjne 179

5.1. Własności ruchowe trójfazowej maszyny indukcyjnej 179
5.1.1. Podstawowe zjawiska występujące w czasie pracy maszyny 179
5.1.2. Pięć stanów pracy maszyny indukcyjnej 181
5.1.3. Bilans napięć i prądów; przeliczanie parametrów wirnika 183
5.1.4. Układy zastępcze i wykresy wskazowe 187
5.1.5. Stan jałowy i stan zwarcia 189
5.1.6. Bilans mocy 191
5.1.7. Charakterystyka mechaniczna; równanie Klossa 194
5.1.8. Zakres pracy stabilnej na charakterystyce mechanicznej 202
5.1.9. Momenty pasożytnicze 203
5.1.10. Zależność prądu od prędkości 204
5.2. Wykresy miejsc geometrycznych maszyn indukcyjnych 205
5.2.1. Podstawy konstrukcji wykresów miejsc geometrycznych (wykresów kołowych) . . 205
5.2.2. Ścisły wykres kołowy 208
5.2.3. Uproszczone wykresy kołowe 210
5.2.4. Sporządzenie wykresu kołowego na podstawie pomiarów; bilans mocy 211
5.2.5. Skala poślizgu; wykresy momentu i prądów 214
5.3. Rozruch silników indukcyjnych 217
5.3.1. Rozruch silnika pierścieniowego 217
5.3.2. Rozruch silnika klatkowego 219
5.3.3. Rozruch z wykorzystaniem zjawiska wypierania prądu 222
5.4. Regulacja prędkości silników indukcyjnych 227
5.4.1. Wpływ napięcia zasilania na pracę silnika 227
5.4.2. Regulacja prędkości przez zmianę częstotliwości 228
5.4.3. Regulacja prędkości przez zmianę liczby par biegunów 229
5.4.4. Regulacja prędkości przez zmianę rezystancji w obwodzie wirnika 230
5.4.5. Układ kaskadowy maszyn indukcyjnych 232
5.5. Hamowanie elektryczne silników indukcyjnych 233
5.5.1. Hamowanie prądnicowe (nadsynchroniczne) 233
5.5.2. Hamowanie przeciwprądem (przez przeciwwłączenie) 235
5.5.3. Hamowanie dynamiczne 236
5.6. Silniki indukcyjne jednofazowe i dwufazowe 237
5.6.1. Silniki indukcyjne jednofazowe 237
5.6.2. Silniki indukcyjne dwufazowe; równania podstawowe 241
5.6.3. Charakterystyka mechaniczna i regulacyjna silnika indukcyjnego dwufazowego . . 245
5.6.4. Bilans energetyczny silnika indukcyjnego dwufazowego 247
5.6.5. Kryteria samohamowności silnika indukcyjnego dwufazowego 248
5.6.6. Dobór kondensatora do silnika dwufazowego 249
5.6.7. Silnik dwufazowy jako element automatyki 250
5.7. Specjalne zastosowania maszyn indukcyjnych 251
5.7.1. Prądnica indukcyjna 251
5.7.2. Silnik indukcyjny synchronizowany 252
5.7.3. Indukcyjny regulator napięcia 252
5.7.4. Przesuwnik fazowy 253
5.7.5. Sprzęgła elektromagnetyczne 254
5.7.6. Wał elektryczny 254
5.8. Zarys ogólnej teorii maszyn indukcyjnych 255

5.8.1. Podstawowe równania napięć i momentów . . . 255
5.8.2. Przekształcenie równań napięć . . . 257
5.8.3. Moment obrotowy . . . 262

6. Maszyny synchroniczne . . . 264

6.1. Wiadomości ogólne . . . 264
6.1.1. Budowa i działanie maszyny synchronicznej . . . 264
6.1.2. Prądnica synchroniczna w stanie jałowym . . . 266
6.1.3. Maszyna synchroniczna w stanie zwarcia; współczynnik zwarcia . . . 269
6.1.4. Praca samotna i praca równoległa . . . 270
6.1.5. Synchronizacja . . . 271
6.2. Prądnica cylindryczna nie nasycona . . . 275
6.2.1. Stan obciążenia; wykres wskazowy . . . 275
6.2.2. Praca samotna; charakterystyka zewnętrzna, zmienność napięcia, charakterystyka regulacyjna . . . 279
6.2.3. Moc i moment obrotowy . . . 282
6.2.4. Praca na sieć sztywną . . . 283
6.2.5. Praca na sieć elastyczną . . . 287
6.3. Prądnica cylindryczna nasycona . . . 288
6.3.1. Wykres wskazowy . . . 288
6.3.2. Charakterystyka obciążenia . . . 289
6.3.3. Wyznaczanie prądu wzbudzającego i zmienności napięcia . . . 291
6.4. Prądnica synchroniczna jawnobiegunowa . . . 292
6.4.1. Pole magnetyczne w maszynie jawnobiegunowej . . . 292
6.4.2. Reaktancja synchroniczna podłużna i poprzeczna; wykres wskazowy prądnicy nie nasyconej . . . 294
6.4.3. Moc i moment maszyny jawnobiegunowej . . . 297
6.4.4. Szczególne stany pracy prądnicy jawnobiegunowej . . . 299
6.4.5. Prądnica jawnobiegunowa nasycona . . . 301
6.5. Silnik synchroniczny . . . 302
6.5.1. Praca silnikowa maszyny cylindrycznej . . . 302
6.5.2. Silnik jawnobiegunowy . . . 308
6.5.3. Rozruch silnika synchronicznego . . . 311
6.5.4. Kompensator synchroniczny . . . 315
6.5.5 Porównanie silnika synchronicznego i indukcyjnego . . . 316
6.6. Zagadnienia eksploatacyjne maszyn synchronicznych . . . 317
6.6.1. Stabilność statyczna i dynamiczna; kołysanie . . . 317
6.6.2. Zwarcie ustalone . . . 320
6.6.3. Zwarcie w stanie nieustalonym . . . 320
6.6.4. Regulacja wzbudzenia, forsowanie wzbudzenia, gaszenie pola, samowzbudzenie 325
6.7. Maszyny synchroniczne specjalne . . . 326
6.7.1. Silniki reluktancyjne . . . 327
6.7.2. Silniki synchroniczne z magnesem trwałym . . . 332
6.7.3. Silnik histerezowy . . . 333
6.8. Zarys ogólnej teorii maszyn synchronicznych . . . 334
6.8.1. Podstawowe równania napięć i momentów . . . 334
6.8.2. Indukcyjności własne i wzajemne uzwojeń . . . 336
6.8.3. Transformacja współrzędnych; równania Parka-Gorlewa . . . 338
6.8.4. Moment obrotowy . . . 343

7. Maszyny prądu stałego . . . 345

7.1. Zasada działania i budowa maszyn prądu stałego . . . 345
7.1.1. Zasada działania maszyny; rola komutatora . . . 345

7.1.2. Budowa współczesnej maszyny prądu stałego 347
7.1.3. Uzwojenie wirnika 349
7.1.4. Gwiazda i wielobok napięć; schemat Novaka 354
7.1.5. Warunki symetrii uzwojeń; połączenia wyrównawcze 357
7.1.6. Napięcie indukowane w uzwojeniu 359
7.1.7. Moment obrotowy 360
7.1.8. Oddziaływanie wirnika 360
7.1.9. Komutacja 365
7.1.10. Układy połączeń obwodu elektrycznego 370
7.2. Prądnice prądu stałego 372
7.2.1. Prądnica obcowzbudna 372
7.2.2. Prądnica bocznikowa 375
7.2.3. Prądnica szeregowa 378
7.2.4. Prądnica szeregowo-bocznikowa 379
7.2.5. Praca równoległa prądnic prądu stałego 379
7.3. Silniki prądu stałego 382
7.3.1. Zależności podstawowe 382
7.3.2. Silnik bocznikowy 383
7.3.3. Silnik szeregowy 386
7.3.4. Silnik szeregowo-bocznikowy 388
7.3.5. Regulacja prędkości obrotowej 390
7.3.6. Rozruch silników prądu stałego 395
7.3.7. Hamowanie silników prądu stałego 395
7.4. Maszyny specjalne prądu stałego 398
7.4.1. Prądnica unipolarna 399
7.4.2. Maszyna o polu poprzecznym (metadyna) 399
7.4.3. Prądnica do oświetlania wagonów 401
7.4.4. Prądnica spawalnicza 403
7.4.5. Silniki wykonawcze prądu stałego 403
7.5. Wzmacniacze maszynowe 409
7.5.1. Wiadomości ogólne 409
7.5.2. Prądnica obcowzbudna jako wzmacniacz 411
7.5.3. Amplidyna 413
7.5.4. Rototrol 415
7.6. Zarys ogólnej teorii maszyn prądu stałego 417

8. Maszyny komutatorowe prądu przemiennego 419

8.1. Maszyny komutatorowe jednofazowe 419
8.1.1. Silnik bocznikowy 419
8.1.2. Silnik szeregowy 420
8.1.3. Silnik repulsyjny 423
8.2. Trójfazowe maszyny komutatorowe prądu przemiennego 427
8.2.1. Przetwornica jednowirnikowa 427
8.2.2. Przetwornica częstotliwości 429
8.2.3. Silnik trójfazowy bocznikowy 430
8.2.4. Silnik Schragego 434
8.2.5. Silnik trójfazowy szeregowy 436
8.3. Układy kaskadowe z maszynami komutatorowymi prądu przemiennego 438

9. Maszyny specjalne 441

9.1. Selsyny i urządzenia pokrewne 441
9.1.1. Zasada budowy selsynów 441
9.1.2. Łącze selsynowe wskaźnikowe 442

9.1.3. Łącze selsynowe transformatorowe 446
9.1.4. Łącze selsynowe różnicowe 447
9.1.5. Łącze wielokrotne, niesymetryczne i dwutorowe 448
9.1.6. Łącze magnesynowe 449
9.1.7. Transformatory położenia kątowego 450
9.2. Prądnice tachometryczne 452
9.2.1. Prądnice tachometryczne prądu stałego 452
9.2.2. Prądnica tachometryczna dwufazowa 453
9.2.3. Prądnica tachometryczna synchroniczna 455
9.3. Przetworniki przyspieszenia 455
9.4. Silniki skokowe 456

Literatura 459

Skorowidz 461

WSTĘP

Do maszyn elektrycznych zaliczamy nie tylko maszyny wirujące, budowane jako silniki napędowe lub prądnice, ale również transformatory i maszynowe elementy automatyki.

Wraz z postępem techniki zwiększa się liczba odmian maszyn elektrycznych i zakres ich zastosowania, a jednocześnie doskonali się ich opis matematyczny. Aby uzyskać możliwie proste formuły matematyczne, dotyczące własności poszczególnych maszyn, przyjęto założenia upraszczające, które dotyczą przede wszystkim symetrii budowy obwodu magnetycznego i elektrycznego, liniowości charakterystyki magnesowania oraz funkcji czasowych napięć i prądów.

Obecnie jednak występuje potrzeba uściślenia matematycznego opisu maszyn elektrycznych przez odrzucenie przynajmniej niektórych założeń upraszczających oraz traktowanie maszyn jako elementów i obiektów sterowania. Jednocześnie dzięki wprowadzeniu elektronicznej techniki obliczeniowej do prac inżynierskich i naukowych zmalało znaczenie, jakie miała prostota i zwięzłość wzorów opisujących własności maszyn. W związku z tym powstała możliwość ogólnego, syntetycznego ujmowania całej teorii elektromechanicznych przetworników energii, do których — obok szeregu innych urządzeń — należą maszyny elektryczne. Jednolity, a jednocześnie ścisły i bardzo ogólny model matematyczny, oparty na „ogólnej teorii" elektromechanicznych przetworników energii, umożliwia nie tylko określanie własności statycznych maszyn elektrycznych, ale również rozwiązywanie wielu skomplikowanych zagadnień dynamicznych, występujących w procesach sterowanych i stanach zakłóceniowych.

W niniejszej pracy podjęto zadanie przedstawienia zarówno wieloletniego dorobku klasycznej teorii maszyn, jak również omówienia — przynajmniej w podstawowym zarysie — ogromnego bogactwa, jakie wnosi ogólne ujęcie problematyki elektromechanicznego przetwarzania energii.

Podręcznik jest przeznaczony przede wszystkim dla studentów studiujących elektrotechnikę na specjalnościach, gdzie maszyny elektryczne nie są przedmiotem głównym, stąd też całość problematyki jest ujęta dość zwięźle, a niektóre zagadnienia są pominięte.

1. OGÓLNE WIADOMOŚCI O MASZYNACH ELEKTRYCZNYCH

1.1. PRZEMIANY ENERGETYCZNE W MASZYNACH ELEKTRYCZNYCH

1.1.1. Podstawowe rodzaje maszyn elektrycznych

Przedmiotem rozważań w niniejszej pracy są urządzenia, w których dokonuje się proces przetwarzania lub przekształcania (transformowania) energii, przy czym przynajmniej jedną z form energii jest energia elektryczna.

Elektromechaniczne przetwarzanie energii, występujące przy zamianie energii mechanicznej na elektryczną i na odwrót, stanowi podstawowy i bardzo szeroki zakres zastosowań elektryczności — zarówno ze względu na ilość przetwarzanej energii, jak również na różnorodność i powszechność stosowania tej formy energii.

Przetwarzanie energii mechanicznej na elektryczną dokonuje się w ogromnej większości w prądnicach (generatorach) wirujących, napędzanych turbinami parowymi lub wodnymi. Od wielu lat prowadzone są intensywne prace nad opanowaniem metod wytwarzania energii elektrycznej bez pośrednictwa energii mechanicznej (w generatorach magnetohydrodynamicznych i termojonowych). Przyszłość energetyki należeć będzie z pewnością do kierowanych reakcji termojądrowych, gdzie energię elektryczną będzie się uzyskiwać przez syntezę jąder izotopu wodoru (deuteru). Jednak przez wiele najbliższych dziesiątków lat będzie się produkować energię elektryczną przy użyciu maszyn elektrycznych wirujących.

Elektromechanicznymi przetwornikami energii elektrycznej na mechaniczną są najczęściej silniki elektryczne. Wybór rodzaju i wielkości silnika zależy od żądanych warunków pracy napędzanego urządzenia. Podstawowymi zagadnieniami eksploatacyjnymi, narzucającymi typ silnika, są problemy regulacji prędkości, rozruchu i hamowania, poza tym znaczny wpływ ma koszt silnika, prostota obsługi i rodzaj napięcia zasilającego.

W miarę możliwości stosuje się w napędach małej i średniej mocy silniki indukcyjne gdyż są tanie, proste w obsłudze i pracują przy zasilaniu z powszechnie dostępnej sieci prądu przemiennego. Wadą ich jest, że oprócz mocy czynnej pobierają również moc bierną indukcyjną. Tam gdzie rozruch silnika odbywa się rzadko i gdzie nie jest wymagana regulacja prędkości (np. w napędach pomp, sprężarek, wentylatorów), stosuje się przy średnich i dużych mocach silniki synchroniczne.

Mają one tę cenną własność, że można uzyskać pożądaną wartość współczynnika mocy poboru energii przez odpowiednią regulację ich prądu wzbudzającego.

Wśród silników napędowych znaczny odsetek stanowią silniki komutatorowe. Są to przeważnie silniki prądu stałego, które wykazują dogodne własności regulacyjne. Wprowadzenie i szybki rozwój techniki półprzewodnikowej (diody mocy, tranzystory, tyrystory) umożliwia zasilanie maszyn komutatorowych z sieci prądu przemiennego i stanowi ważny czynnik rozwoju zastosowania tych maszyn.

Niekiedy stosuje się trójfazowe komutatorowe silniki prądu przemiennego, mające bardzo dogodne charakterystyki ruchowe, jednak ze względu na dość wysoki koszt, zastosowanie tych maszyn jest znacznie ograniczone. W napędach małych mocy stosuje się często silniki komutatorowe jednofazowe prądu przemiennego.

Elektromagnetycznymi przetwornikami energii są urządzenia, w których przemiana energii dokonuje się za pośrednictwem pola magnetycznego i gdzie nie ma ruchu mechanicznego. Podstawowymi urządzeniami tego typu są transformatory, stosowane zarówno w energetyce, jak w wielu urządzeniach pomiarowych i aparatach.

Ogromna różnorodność rodzajów i zastosowań maszyn elektrycznych nie pozwala na szczegółowe omówienie wszystkich związanych z tym zagadnień. Podstawowe rodzaje maszyn będą zatem omówione nieco dokładniej, natomiast w odniesieniu do wielu ich odmian będą podane tylko zasadnicze informacje, dotyczące zasad budowy i działania.

1.1.2. Straty i sprawność maszyn elektrycznych

Przemianom energii w maszynach elektrycznych towarzyszy przepływ prądów w obwodach elektrycznych i przemagnesowywanie stali, a w maszynach wirujących również tarcie mechaniczne. Te trzy czynniki są zasadniczą przyczyną strat występujących w każdej maszynie. Stąd moc oddawana przez maszynę jest zawsze mniejsza od mocy pobieranej.

Straty występujące w maszynie można podzielić na następujące grupy:

a) straty obciążeniowe, które występują na skutek przepływu prądu w uzwojeniach i ewentualnych elementach dołączonych dodatkowo; straty te występują z reguły w miedzi, stąd nazywa się je umownie stratami w miedzi, mimo że niekiedy prąd płynie przez obwody wykonane z innego metalu (np. w prętach wirnika silnika indukcyjnego, wykonanych z aluminium lub mosiądzu);

b) straty w stali, powstałe na skutek histerezy i prądów wirowych;

c) straty mechaniczne (tarcie w łożyskach, tarcie szczotek o komutator lub pierścienie ślizgowe, tarcie części wirujących o powietrze lub inny czynnik chłodzący, np. wodór).

W maszynach wysokiego napięcia i dużych częstotliwości odgrywają poza tym istotną rolę straty dielektryczne, których przyczyną jest zmienne pole elektryczne w izolacji.

Moc oddawana P_2 jest mniejsza od mocy pobieranej P_1 o sumę strat

$$P_2 = P_1 - \sum \Delta P \tag{1.1}$$

Sprawnością maszyny η nazywa się stosunek mocy oddawanej do pobieranej

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_1 - \sum \Delta P}{P_1} = 1 - \frac{\sum \Delta P}{P_1} \tag{1.2}$$

lub

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + \sum \Delta P} = 1 - \frac{\sum \Delta P}{P_2 + \sum \Delta P} \tag{1.3}$$

Sprawność znamionowa maszyn elektrycznych zależy od ich rodzaju i wielkości. Np. duże maszyny synchroniczne mają sprawność rzędu 0,95 do 0,99; maszyny indukcyjne i prądu stałego średniej mocy — ok. 0,8—0,9; maszyny bardzo małej mocy (mikromaszyny) — często poniżej 0,5 a niekiedy nawet poniżej 0,2.

1.1.3. Nagrzewanie i chłodzenie maszyn elektrycznych

Wszystkie straty występujące w maszynie powodują zamianę pewnej ilości mocy na ciepło; powoduje to nagrzewanie się maszyny w czasie jej pracy.

Jeżeli temperatura maszyny jest wyższa od temperatury otoczenia, to część mocy jest w postaci ciepła oddawana do otoczenia. Przyjmujemy dla uproszczenia, że maszyna jest ciałem jednorodnym, o tej samej temperaturze w każdym miejscu i jest zanurzona w ośrodku chłodzącym o temperaturze stałej i jednakowej w całym otoczeniu.

Wprowadzimy następujące oznaczenia:

S — powierzchnia maszyny, m^2,
a — współczynnik oddawania ciepła do otoczenia, $W/(m^2 \cdot K)$,
ϑ_o — temperatura otoczenia, K,
ϑ — temperatura maszyny, K,
Q — moc strat zamieniających się w ciepło, W,
t — czas, s,
$\tau = \vartheta - \vartheta_o$ — różnica temperatur maszyny i otoczenia, K,
c — średnie ciepło właściwe maszyny, $W \cdot s/(kg \cdot K)$,
G — masa maszyny, kg.

Energia wydzielona w postaci ciepła w czasie dt jest sumą energii cieplnej, jaka w tym czasie została oddana do otoczenia z całej powierzchni maszyny oraz energii, która została zużyta na przyrost temperatury maszyny o $d\tau$. Zależność tę wyraża bilans energii w postaci

$$Q\,dt = aS\tau\,dt + cG\,d\tau \tag{1.4}$$

Jeżeli maszyna osiągnie taki przyrost temperatury, że cała ilość ciepła wydzielonego zostaje w czasie dt oddana do otoczenia, to bilans energii jest określony zależnością

$$Q\,dt = aS\tau_{max}\,dt \tag{1.5}$$

Stąd maksymalny przyrost temperatury

$$\tau_{max} = \frac{Q}{aS} \tag{1.6}$$

POLITECHNIKA OSTOCKA

Rozwiązaniem równania (1.4) jest zależność przyrostu temperatury od czasu

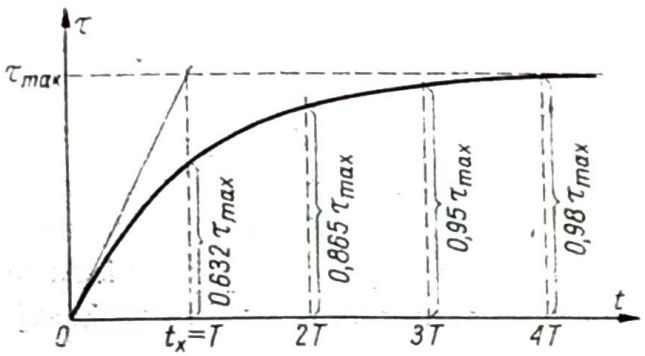
$$\tau = \tau_{max}\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) \tag{1.7}$$

gdzie

$$T = \frac{cG}{aS} \tag{1.8}$$

nazywa się cieplną stałą czasową maszyny i charakteryzuje szybkość narastania temperatury.

Przebieg wykładniczy określony zależnością (1.7) ilustruje rys. 1.1.



Rys. 1.1. Krzywa nagrzewania maszyny

Gdyby wydzielające się ciepło w całości powodowało nagrzewanie maszyny (przy idealnej izolacji termicznej), to zapis bilansu energii byłby

$$Q\,dt = cG\,d\tau \tag{1.9}$$

Stąd

$$\tau = \frac{Q}{cG}t \tag{1.10}$$

a zatem przebieg temperatury byłby liniowy, określony styczną do krzywej wykładniczej (rys. 1.1) w punkcie $t = 0$. Istotnie, pochodną wyrażenia (1.7) jest

$$\frac{d\tau}{dt} = \tau_{max}\frac{1}{T}e^{-\frac{t}{T}} \tag{1.11}$$

co dla $t \to 0$ daje

$$\frac{d\tau}{dt} = \frac{\tau_{max}}{T} = \frac{Q}{aS}\frac{aS}{cG} = \frac{Q}{cG} \tag{1.12}$$

Wynika stąd, że styczna do krzywej nagrzewania w punkcie $t = 0$ jest prostą określoną wzorem (1.10). Przy takim liniowym przebiegu temperatury maszyna osiągnęłaby przyrost temperatury τ_{max} po czasie

$$t_x = \tau_{max}\frac{cG}{Q} = \frac{Q}{aS}\frac{cG}{Q} = \frac{cG}{aS} = T \tag{1.13}$$

a więc po czasie równym stałej czasowej T, określonej wzorem (1.8). Przy przebiegu wykładniczym przyrost temperatury po czasie równym jednej stałej czasowej wynosi

0,632 τ_{max} ; po czasie równynm ponad 4-krotnej wartości stałej czasowej temperatura maszyny praktycznie już się nie zmienia.

Z zależności (1.6) i (1.7) widać, jak wpływają na przebieg temperatury maszyny takie czynniki, jak zmiana strat w maszynie lub zmiana warunków chłodzenia.

Jeżeli maszyna nagrzana do temperatury τ_{max} zostanie wyłączona spod napięcia i zatrzymana, to znikają straty mocy w maszynie, natomiast wskutek dalszego oddawania ciepła do otoczenia maszyna stygnie. Bilans energii ma teraz postać

$$a_0 S\tau \, dt + cG \, d\tau = 0 \tag{1.14}$$

gdzie a_0 — współczynnik oddawania ciepła maszyny, która nie pracuje; współczynnik ten jest mniejszy od współczynnika dla maszyn wirujących, gdyż maszyna nieruchoma ma gorsze warunki oddawania ciepła do otoczenia niż maszyna wirująca.

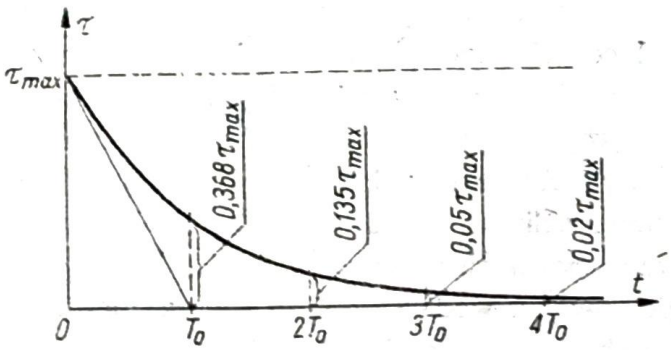
Rozwiązanie równania (1.14) dla warunków początkowych $t = 0$, $\tau = \tau_{max}$, ma postać

$$\tau = \tau_{max} e^{-\frac{t}{T_0}} \tag{1.15}$$

gdzie T_0 — cieplna stała czasowa maszyny wyłączonej i nieruchomej

$$T_0 = \frac{cG}{a_0 S} \tag{1.16}$$

Przebieg temperatury przy stygnięciu maszyny ilustruje rysunek 1.2. Z wykresu widać, że po czasie równym jednej stałej czasowej przyrost temperatury wynosi 0,368 τ_{max}, po 4—5 stałych czasowych maszyna osiąga praktycznie temperaturę otoczenia.



Rys. 1.2. Krzywa stygnięcia maszyny

W rzeczywistych warunkach pracy maszyny, procesy nagrzewania i stygnięcia są o wiele bardziej złożone, gdyż każda maszyna jest układem niejednorodnym, złożonym z wielu elementów wykonanych z różnych materiałów, a poszczególne części maszyny nie są jednakowo nagrzewane i chłodzone. Wskutek tego poszczególne elementy maszyny nagrzewają się w różnym stopniu i występuje wymiana ciepła między nimi.

Przebieg nagrzewania przedstawiono przy założeniu, że straty w maszynie są stałe, co odpowiada pracy maszyny przy stałym obciążeniu. Pracę przy obciążeniu

o wartości stałej, trwającym co najmniej do osiągnięcia przez maszynę ustalonego przyrostu temperatury nazywa się pracą ciągłą i oznacza symbolem *S*1.

Często w napędach występuje praca dorywcza lub przerywana.

Pracą dorywczą nazywamy pracę o stałym obciążeniu, trwającym jednak krócej niż jest to potrzebne do osiągnięcia przynajmniej przez niektóre części maszyny ustalonych przyrostów temperatury, po czym następuje postój tak długo, aż maszyna całkowicie ostygnie. Praca dorywcza oznaczona jest symbolem *S*2 oraz czasem pracy wyznaczonym w minutach (np. *S*2 30 min).

Pracą przerywaną jest praca okresowa, podczas której występują na przemian stałe obciążenie w ciągu czasu t_p i postój maszyny w ciągu czasu t_0, przy czym zarówno przy pracy jak przy postoju w ciągu jednego cyklu, maszyna nie osiąga ustalonych przyrostów temperatury. Symbol pracy przerywanej składa się z oznaczenia *S*3 oraz względnego czasu pracy, określającego w procentach stosunek czasu pracy do czasu trwania całego cyklu (np. *S*3 25%).

W napędach wyróżnia się również pracę przerywaną z dużą liczbą łączeń i hamowaniem mechanicznym (symbol *S*4) lub elektrycznym (*S*5), pracę przerywaną z przerwami jałowymi (*S*6), pracę długotrwałą z dużą liczbą łączeń i hamowaniem elektrycznym (*S*7) oraz pracę długotrwałą z okresową zmianą prędkości obrotowej (*S*8). Szczegółowe określenia poszczególnych rodzajów pracy i znaczenie stosowanych symboli zawarte są w normie PN-72/E-06000.

Nagrzewanie się maszyn w czasie pracy wymaga ich chłodzenia. Aby ciepło mogło być łatwiej oddawane do otoczenia stosuje się powiększanie powierzchni chłodzenia; np. w maszynach elektrycznych wykonuje się często korpusy żebrowe, w transformatorach stosuje się specjalne rury lub radiatory. Stosuje się również specjalne kanały wentylacyjne i tak buduje obwód magnetyczny i elektryczny, aby ułatwić odpływ ciepła wydzielanego zarówno w rdzeniu jak w uzwojeniach.

Czynnikiem chłodzącym maszyn wirujących jest najczęściej powietrze. Duże maszyny są niekiedy chłodzone wodorem, który ma lepsze własności odbierania ciepła z nagrzanej części maszyny, a także daje znacznie mniejsze straty wentylacyjne w związku z mniejszą masą właściwą. Dużą wadą chłodzenia wodorowego jest niebezpieczeństwo wybuchu mieszanki wodoru i tlenu, dlatego rozwiązania konstrukcyjne muszą uniemożliwiać przedostanie się powietrza do wodoru, co osiąga się przez utrzymywanie nadciśnienia wodoru. W dużych maszynach bywa również stosowane chłodzenie uzwojeń wodą przepływającą wewnątrz przewodów.

W transformatorach stosuje się chłodzenie powietrzne lub olejowe. Olej, którym wypełniona jest kadź transformatora spełnia rolę czynnika chłodzącego i jednocześnie jest dobrym materiałem izolacyjnym. Olej nagrzewa się od zanurzonych uzwojeń i rdzenia, co wywołuje naturalny obieg oleju. Niekiedy stosuje się dodatkowe rozwiązania, zwiększające intensywność chłodzenia, jak np. wymuszony obieg oleju, chłodzenie radiatorów powietrzem tłoczonym przez wentylatory itp.

Problemy chłodzenia maszyn muszą być rozwiązywane w powiązaniu z ich budową ze względu na wymagany stopień ochrony przed dostępem wody, dotknięciem lub przedostaniem ciał obcych.

Ze względu na rodzaj budowy rozróżnia się maszyny o budowie otwartej, chronionej, okapturzonej, zamkniętej, ognioszczelnej, wodoszczelnej, strugoszczelnej i głębinowej. Dobór typu budowy maszyny zależy od warunków otoczenia, w jakim maszyna ma pracować. Szczegółowa klasyfikacja budowy maszyn i wymagania techniczne ze względu na chłodzenie, rodzaje ochrony oraz sposób mocowania i sprzęgnięcia podane są w normach dotyczących maszyn elektrycznych.

1.2. MATERIAŁY STOSOWANE W BUDOWIE MASZYN ELEKTRYCZNYCH

1.2.1. Materiały magnetyczne

Obwody magnetyczne wykonuje się z materiałów ferromagnetycznych dla uzyskania możliwie małych reluktancji. Jeżeli strumień przechodzący przez daną część obwodu magnetycznego na wartość stałą (niezmieniającą się w funkcji czasu w stanie ustalonym), to tę część obwodu wykonuje się z materiału litego, np. odlewu żeliwnego lub staliwnego, bądź odkuwki stalowej (stojany maszyn prądu stałego, wirniki maszyn synchronicznych). Natomiast jeśli w danym elemencie obwodu magnetycznego występuje zmienny w czasie strumień, to wykonuje się ten element z blach wzajemnie od siebie odizolowanych.

Do własności elektrotechnicznych blach magnetycznych, decydujących o ich zastosowaniu, należą przede wszystkim:

a) magnesowalność — czyli indukcja przy określonych wartościach natężenia pola magnetycznego wyrażona wartościami B_{25}, B_{50} i B_{100}, co oznacza wartość indukcji przy natężeniu pola magnetycznego odpowiednio równym 25, 50 i 100 A/cm;

b) stratność jednostkowa — czyli wartość strat p_1 i $p_{1,5}$ występujących w jednostce masy przy częstotliwości $f = 50$ Hz oraz indukcji odpowiednio $B = 1$ T oraz $B = 1{,}5$ T;

c) zawartość krzemu;

d) współczynnik zapełnienia — czyli stosunek objętości samej blachy do objętości jaką zajmuje określony rdzeń;

e) grubość;

f) falistość;

g) tolerancja wymiarów;

h) odporność na starzenie się.

Straty w rdzeniu dzielą się na straty od prądów wirowych i od histerezy magnetycznej

$$\Delta P_{Fe} = \Delta P_w + \Delta P_h \tag{1.17}$$

Straty od prądów wirowych są w przybliżeniu proporcjonalne do kwadratu maksymalnej wartości indukcji magnetycznej i kwadratu częstotliwości przemagnesowywania rdzenia

$$\Delta P_w = c_w B^2 f^2 \tag{1.18}$$

Współczynnik c_w zależy od grubości materiału (licząc najmniejszą grubość w kierunku prostopadłym do linii pola) oraz od rezystywności tego materiału. Można przyjąć, że straty od prądów wirowych są proporcjonalne do kwadratu grubości oraz odwrotnie proporcjonalne do rezystywności materiału. Rezystywność rośnie praktycznie liniowo ze wzrostem zawartości krzemu osiągając przy 4,5% Si ok. 6-krotną wartość w porównaniu z rezystywnością stali bezkrzemowej. Duży dodatek krzemu powoduje jednak, że blachy stają się twarde i kruche. W celu zwiększenia rezystywności dla prądów wirowych obwody magnetyczne przemagnesowywane wykonuje się z blach odizolowanych od siebie lakierem, szkłem wodnym lub warstwą tlenków; do niedawna jeszcze stosowano izolację papierową.

Straty od histerezy magnetycznej są w przybliżeniu proporcjonalne do kwadratu maksymalnej wartości indukcji magnetycznej i do częstotliwości przemagnesowania w pierwszej potędze

$$\Delta P_h = c_h B^2 f \tag{1.19}$$

przy czym współczynnik c_h zależy od rodzaju materiału.

Elektrotechniczna blacha magnetyczna, stosowana do budowy transformatorów energetycznych, tzw. blacha transformatorowa, ma grubość ok. 0,35 mm, zawartość krzemu ok. 4% i stratność p_1 = ok. 1,3 W/kg, $p_{1,5}$ = ok. 3 W/kg. Do budowy maszyn wirujących stosuje się najczęściej tzw. blachę prądnicową o grubości ok. 0,5 mm, niekiedy więcej, o zawartości krzemu ok. 1—2,5% o stratności p_1 = ok. 2,3 W/kg, $p_{1,5}$ = ok. 5,5 W/kg. Zwykle stratność w maszynie jest większa od wartości określonej dla standartowej próbki laboratoryjnej o ok. 20%, gdyż w maszynie na skutek obróbki występuje lokalna zmiana struktury materiału i zwarcia niektórych elementów blach.

Zwykle przyjmuje się, że straty w rdzeniu wyrażają się łącznie zależnością

$$\Delta P_{Fe} = cB^2 f^{1,3} \tag{1.20}$$

przy czym wartość wykładnika potęgowego przy f może być nieco inna w zależności od stosunku strat od prądów wirowych i od histerezy magnetycznej.

W produkcji transformatorów stosuje się obecnie powszechnie blachy krzemowe walcowane na zimno. Odznaczają się one bardzo małą stratnością jednostkową ($p_1 \approx 0{,}5$ W/kg, $p_{1,5} \approx 1{,}1$ W/kg), jednocześnie wykazują anizotropowe własności magnetyczne polegające na tym, że przy magnesowaniu w kierunku zgodnym z kierunkiem walcowania występuje najmniejsza stratność i największa przenikalność magnetyczna. Natomiast blachy walcowane na zimno, wykonane jako izotropowe, są coraz częściej stosowane w budowie maszyn elektrycznych wirujących. Izolację blach walcowanych na zimno stanowi z reguły warstwa ceramiczna, naniesiona w trakcie walcowania, dodatkowo stosuje się niekiedy lakierowanie arkuszy lub gotowych wykrojów blach.

Rdzenie wzmacniaczy magnetycznych i urządzeń pracujących przy dużych częstotliwościach wykonuje się często ze specjalnych gatunków blach (*permalloy*, *supermalloy*) o dużej zawartości niklu (od 36 do 75%) oraz z niewielkimi domieszkami innych metali jak miedź, molibden i chrom.

Obwody magnetyczne wykonuje się niekiedy z proszków spiekanych, których najbardziej typowymi przedstawicielami są ferryty (barowy lub strontowy). Spieki te wykonuje się zwykle w formie gotowych elementów, nie wymagających dalszej obróbki mechanicznej. Ferryty odznaczają się znacznie większą rezystywnością w porównaniu z blachami magnetycznymi i dlatego nadają się szczególnie do zastosowania przy dużych częstotliwościach. Poszczególne odmiany ferrytów należą do materiałów magnetycznie miękkich (o wąskiej pętli histerezy), inne do twardych, nadających się do zastosowania jako magnesy trwałe.

Na magnesy trwałe — szczególnie w maszynach małych mocy — stosuje się stopy żelaza z aluminium i niklem (stopy *Alni*), z aluminium, niklem i krzemem (*Alnisi*) oraz z aluminium, niklem i kobaltem (*Alnico*).

1.2.2. Materiały obwodu elektrycznego

Obwody elektryczne wykonuje się z reguły z miedzi lub aluminium. Uzwojenia wykonane są najczęściej z miedzi, aluminium jest czasem stosowane zastępczo, np. na uzwojenia transformatorów. Obwody elektryczne wirników silników klatkowych wykonane są najczęściej jako odlewy z aluminium. Do budowy komutatorów maszyn wirujących stosuje się miedź elektrolityczną lub czasami stopową z dodatkiem kadmu, która odznacza się dużą wytrzymałością mechaniczną i odpornością na ścieranie.

Do materiałów elektrycznych zaliczyć też należy tzw. *szczotki*, służące do połączenia elementów wirujących z elementami nieruchomymi maszyny. Nazwa *szczotka* ma dziś znaczenie historyczne, a pochodzi stąd, że połączenia te miały w pierwszych maszynach postać wiązki cienkich drucików miedzianych. Podstawowymi materiałami stosowanymi na szczotki są: węgiel retortowy, sadza, grafit, węgiel grafitowany oraz proszki metali takich jak miedź, srebro, cynk, cyna, ind. Materiały te po zmieleniu i zmieszaniu ze specjalnymi lepiszczami, prasuje się i spieka. W zależności od warunków w jakich pracuje zestyk szczotkowy stosuje się szczotki tzw. grafitowe, węglowo-grafitowe, elektrografitowe i metalografitowe.

1.2.3. Materiały elektroizolacyjne

Izolacja w maszynie może być stosowana do oddzielenia obwodu elektrycznego od elementów metalowych obwodu magnetycznego i elementów konstrukcyjnych lub do oddzielenia od siebie poszczególnych elementów obwodu elektrycznego. Materiał izolacyjny powinien mieć następujące cechy:

— dobre właściwości dielektryczne (dużą rezystancję, dużą wytrzymałość na przebicie, małą stratność dielektryczną),

— odporność na wpływy temperatury i dobrą przewodność cieplną,

— odporność i wytrzymałość mechaniczną,

— dużą odporność na wilgoć i wpływy chemiczne (m. in. na działanie lakierów i ich rozpuszczalników),

— małą grubość oraz dużą elastyczność,

— odporność na starzenie się.

Do materiałów elektroizolacyjnych zalicza się gazy, ciecze i materiały stałe (dielektryki gazowe, ciekłe i stałe), których rezystywność w warunkach normalnych (tzn. przy temperaturze 20°C, wilgotności 65% i ciśnieniu 1 at) wynosi co najmniej $10^{10}\ \Omega \cdot m$.

Funkcję dielektryka gazowego odgrywa powietrze (ew. wodór) znajdujące się w odstępach między poszczególnymi elementami maszyny. Odstępy powinny być odpowiednio dobrane do napięcia występującego między tymi elementami.

Dielektryki ciekłe występują przede wszystkim w transformatorach (oleje mineralne lub sztuczne).

Dielektryki stałe można podzielić na:

— nieorganiczne (szkło, ceramika, mika, azbest),

— organiczne naturalne (celuloza, asfalty, woski, żywice naturalne),

— organiczne syntetyczne (plastomery, kauczuki naturalne i sztuczne, emalie i lakiery, żywice, tkaniny sycone, folie).

Do budowy maszyn pracujących w szczególnie trudnych warunkach (np. w klimacie tropikalnym, w niektórych zakładach chemicznych) stosuje się specjalne materiały izolacyjne, odporne na działanie wilgoci, drobnoustrojów, par, gazów itp.

Zgodnie z ustaleniami norm polskich i międzynarodowych materiały elektroizolacyjne dzielą się na klasy wg najwyższej dopuszczalnej temperatury pracy ciągłej przy dostępie powietrza. Poszczególne klasy mają oznaczenia literowe A, E, B, F, H. Dopuszczalne przyrosty temperatury, zależnie od klasy izolacji, rodzaju części maszyny, rodzaju chłodzenia i metody pomiaru temperatury wynoszą od 60 do 125°C.

W związku z szybkim postępem w tworzeniu i stosowaniu nowych materiałów podział ten musi być wciąż aktualizowany, wobec czego występuje tendencja do rezygnacji z podziału materiałów elektroizolacyjnych na klasy, natomiast określenia dla każdego materiału najwyższej dopuszczalnej temperatury pracy.

1.2.4. Materiały konstrukcyjne

Elementami konstrukcyjnymi maszyny wirującej są: korpus, tarcze łożyskowe, wał, łożyska, wentylator, osłony oraz uchwyty i łapy przeznaczone do podnoszenia i mocowania maszyny.

Elementy konstrukcyjne transformatora stanowią: kadź i radiatory oraz elementy podtrzymujące rdzeń (śruby, sworznie).

Elementy konstrukcyjne wykonywane są ze stali węglowej lub stopowej, a także z żeliwa, metali nieżelaznych lub tworzyw sztucznych. Dobór odpowiedniego materiału i prawidłowe zaprojektowanie elementów konstrukcyjnych — przy uwzględnieniu technologii wykonania i kosztu samego materiału — ma istotne znaczenie dla prawidłowej pracy maszyny i jej trwałości. Odnosi się to szczególnie do maszyn dużych mocy, gdzie prócz obciążeń statycznych mogą występować drgania oraz naprężenia dynamiczne.

1. 3. PARAMETRY ELEKTRYCZNE I MECHANICZNE MASZYN

1.3.1. Jednostki mianowane i stosunkowe

Przy określaniu własności ruchowych maszyn elektrycznych podaje się często poszczególne parametry maszyny (prądy, napięcia, moce, impedancje itd.) nie w jednostkach mianowanych, lecz w stosunku do wartości (z reguły znamionowych), przyjętych jako jednostki odniesienia.

Podstawowymi wielkościami odniesienia są:

dla mocy — moc znamionowa P_n lub S_n,
dla napięć — napięcie znamionowe U_n,
dla prądów — prąd znamionowy I_n,
dla impedancji — impedancja znamionowa $Z_n = U_n/I_n$,
dla prędkości — prędkość synchroniczna n_1 (dla maszyn indukcyjnych i synchronicznych) lub prędkość idealnego stanu jałowego n_0 (dla silników bocznikowych),
dla momentu — moment obrotowy znamionowy M_n lub moment rozruchowy M_r przy określonych warunkach zasilania.

Używanie jednostek stosunkowych do zapisu związków liczbowych dotyczących maszyn elektrycznych daje duże udogodnienia przy obliczaniu własności ruchowych tych maszyn w różnych stanach pracy (nieznamionowych), poza tym umożliwia bezpośrednie porównanie parametrów i własności ruchowych maszyn różniących się między sobą wartościami znamionowymi.

2. PODSTAWY TEORII ELEKTROMECHANICZNEGO PRZETWARZANIA ENERGII

2.1. WIADOMOŚCI OGÓLNE

2.1.1. Modele fizyczne układów

Analiza układu fizycznego ma na celu określenie jego własności w zadanych warunkach pracy. Do wykonania tego zadania jest konieczne dokonanie opisu danego układu za pomocą odpowiednich zależności matematycznych.

Podstawowym etapem analizy układu jest przedstawienie rzeczywistego układu fizycznego w postaci zastępczego modelu fizycznego, który co do podstawowych własności odpowiada układowi rzeczywistemu. Tworzenie zastępczego modelu fizycznego polega na wprowadzeniu pewnych założeń upraszczających, umożliwiających opis układu przy użyciu możliwie prostych wzorów matematycznych. Stopień uproszczenia modelu zależy od wymagań co do dokładności wyników analizy układu.

Najczęściej przyjmowanymi założeniami upraszczającymi są:

a) zastępowanie parametrów rozłożonych przez parametry skupione;

b) założenie że parametry układu są stałe (nie zmieniają się w funkcji czasu, temperatury itp.);

c) przyjmowanie — w uzasadnionych przypadkach — liniowych zależności między zmiennymi fizycznymi stanowiącymi przyczyny i skutki;

d) pomijanie czynników mających bardzo mały wpływ na zachowanie się układu;

e) założenie, że układ nie ma wpływu na wielkości fizyczne zewnętrzne (własności środowiska), które przyjmujemy jako stałe.

W układach elektrycznych z reguły przyjmuje się skupione parametry *RLC* obwodów oraz pomija się pojemności międzyzwojowe i upływność izolacji. Natomiast założenie o liniowości charakterystyki magnesowania można czynić tylko w uzasadnionych przypadkach lub przy obliczeniach szacunkowych.

W układach mechanicznych przyjmuje się stałość masy i momentu bezwładności, liniowość charakterystyki elementów sprężystych, oraz zakłada się, że opory tarcia są proporcjonalne do prędkości.

Jeżeli opis układu fizycznego sprowadza się do zapisu równań różniczkowych, to przez wprowadzenie założeń upraszczających i odpowiednie transformacje współrzędnych staramy się o to, by otrzymać równania różniczkowe zwyczajne o sta-

łych współczynnikach, które są dogodne do rozwiązań przy zastosowaniu rachunku operatorowego. Forma równań opisujących występujące zjawiska zależy od doboru układu współrzędnych, które tworzą tzw. przestrzeń współrzędnych stanu. Tę przestrzeń współrzędnych stanu można w zasadzie wybierać dowolnie; przy doborze należy kierować się zasadą, aby otrzymać związki możliwie proste i łatwe do wyliczeń. Można również opisać pracę układu przez inne wielkości, które nie należą do współrzędnych stanu. Taką dogodną wielkością okazuje się energia, która nie należy do współrzędnych stanu, ale ma tę ważną zaletę, że jej wartość nie zależy od wybranego układu współrzędnych (jest niezmiennicza w stosunku do układu współrzędnych).

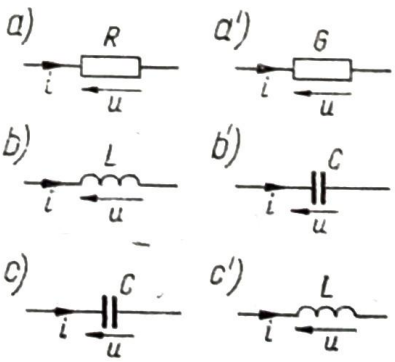
Jeżeli współrzędne stanu układu są od siebie niezależne, to do opisu układu trzeba ułożyć tyle równań, ile jest współrzędnych stanu i taka sama jest liczba stopni swobody układu. Jeżeli jednak niektóre współrzędne stanu są ze sobą w określony sposób powiązane, to liczba stopni swobody jest mniejsza o liczbę równań wiążących współrzędne. Równania te nazywamy *równaniami więzów*. Więzy nazywa się holonomicznymi, jeśli ich równania zawierają tylko zależności między współrzędnymi, natomiast jeżeli równania te wyrażają się przez niecałkowalne zależności między różniczkami współrzędnych to więzy takie nazywamy anholonomicznymi. W rozpatrywanych przez nas układach elektromechanicznych będziemy mieć do czynienia tylko z więzami holonomicznymi.

2.1.2. Elementy i układy analogowe i dualne

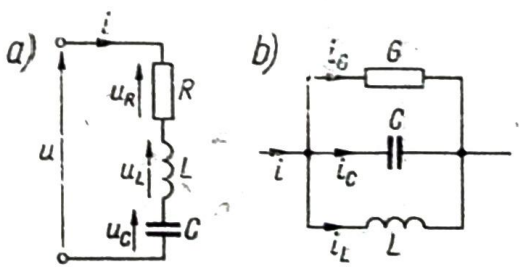
Przy zapisie związków między wielkościami fizycznymi, dotyczącymi elementów układu lub grupy tych elementów stwierdzamy, że różne elementy opisuje się takimi samymi pod względem formalnym równaniami matematycznymi.

Układy nazywamy analogowymi (lub analogami), gdy zachodzące w nich procesy o różnej naturze fizycznej można opisać takimi samymi co do struktury równaniami całkowo-różniczkowymi. Formalne rozwiązanie jednego równania jest więc jednocześnie rozwiązaniem równań wszystkich układów, które są analogami.

Jeżeli w układach opisanych takimi samymi równaniami zachodzą procesy o takiej samej naturze fizycznej, to układy takie nazywa się dualnymi. W elektrotechnice znana jest zasada dualizmu, umożliwiająca dla danego układu opisanego



Rys. 2.1. Elementy dualne *RLC*



Rys. 2.2. Para dualna układów elektrycznych prostych: a) układ szeregowy; b) układ równoległy

Tablica 2.1. Analogie elektromechaniczne

	Ruch liniowy	Ruch obrotowy	Obwód elektryczny		Zapis ogólny
			wariant I	wariant II	
Współrzędne stanu	x — położenie	φ — kąt	q — ładunek	Ψ — strumień sprzężony	q — uogólniony ładunek
	$v=\dot{x}$ — prędkość	$\omega=\dot{\varphi}$ — prędkość kątowa	$i=\dot{q}$ — prąd	$u=\dot{\Psi}$ — napięcie	$\dot{q}$ — uogólniony prąd
	p — pęd	k — kręt	Ψ — strumień sprzężony	q — ładunek	p — uogólniony pęd
	$f=\dot{p}$ — siła	$m=\dot{k}$ — moment obrotowy	$u=\dot{\Psi}$ — napięcie	$i=\dot{q}$ — prąd	$\dot{p}$ — uogólniona siła
Elementy bezwładności					
	M — masa	J — moment bezwładności	L — indukcyjność	C — pojemność	M — uogólniona masa
	$\mathrm{d}p=M\mathrm{d}v$	$\mathrm{d}k=J\mathrm{d}\omega$	$\mathrm{d}\Psi=L\mathrm{d}i$	$\mathrm{d}q=C\mathrm{d}u$	$\mathrm{d}p=M\mathrm{d}\dot{q}$
	$M=\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}v}=\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}\dot{x}}$	$J=\frac{\mathrm{d}k}{\mathrm{d}\omega}=\frac{\mathrm{d}k}{\mathrm{d}\dot{\varphi}}$	$L=\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}i}=\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}\dot{q}}$	$C=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}u}=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}\dot{\Psi}}$	$M=\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}\dot{q}}$
	dla $M=\mathrm{const}$	dla $J=\mathrm{const}$	dla $L=\mathrm{const}$	dla $C=\mathrm{const}$	dla $M=\mathrm{const}$
	$f=M\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$	$m=J\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$	$u=L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$	$i=C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$	$\dot{p}=M\frac{\mathrm{d}\dot{q}}{\mathrm{d}t}$

Elementy sprężyste					
	K — podatność	K — podatność	C — pojemność	L — indukcyjność	K — uogólniona podatność
	$\mathrm{d}x = K\mathrm{d}f$	$\mathrm{d}\varphi = K\mathrm{d}m$	$\mathrm{d}q = C\mathrm{d}u$	$\mathrm{d}\Psi = L\mathrm{d}i$	$\mathrm{d}q = K\mathrm{d}\dot{p}$
	$K = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}f} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\dot{p}}$	$K = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}m} = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}\dot{k}}$	$C = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}u} = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}\dot{\Psi}}$	$L = \frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}i} = \frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}\dot{q}}$	$K = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}\dot{p}}$
	dla $K = \text{const}$	dla $K = \text{const}$	dla $C = \text{const}$	dla $L = \text{const}$	dla $K = \text{const}$
	$f = \frac{1}{K}x$	$m = \frac{1}{K}\varphi$	$u = \frac{1}{C}q$	$i = \frac{1}{L}\Psi$	$\dot{p} = \frac{1}{K}q$
Elementy dyssypatywne					
	D — współczynnik tarcia lepkiego	D — współczynnik tarcia lepkiego	R — rezystancja	G — konduktancja	D — uogólniony współczynnik tarcia
	$\mathrm{d}f = D\mathrm{d}v$	$\mathrm{d}m = D\mathrm{d}\omega$	$\mathrm{d}u = R\mathrm{d}i$	$\mathrm{d}i = G\mathrm{d}u$	$\mathrm{d}\dot{p} = D\mathrm{d}\dot{q}$
	$D = \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}v} = \frac{\mathrm{d}\dot{p}}{\mathrm{d}\dot{x}}$	$D = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}\omega} = \frac{\mathrm{d}\dot{k}}{\mathrm{d}\dot{\varphi}}$	$R = \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}i} = \frac{\mathrm{d}\dot{\Psi}}{\mathrm{d}\dot{q}}$	$G = \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}u} = \frac{\mathrm{d}\dot{q}}{\mathrm{d}\dot{\Psi}}$	$D = \frac{\mathrm{d}\dot{p}}{\mathrm{d}\dot{q}}$
	dla $D = \text{const}$	dla $D = \text{const}$	dla $R = \text{const}$	dla $G = \text{const}$	dla $D = \text{const}$
	$f = Dv$	$m = D\omega$	$u = Ri$	$i = Gu$	$\dot{p} = D\dot{q}$

równaniami napięć, znalezienie innego układu, który jest opisany podobnym co do struktury układem równań dotyczących prądów węzłowych.

Zasada dualizmu wywodzi się z równań dotyczących elementów *RLC* (rys. 2.1), dla których związki między napięciami i prądami, a parametrami tych elementów mają postać

$$\begin{aligned} &\text{a)}\ u = Ri \qquad &&\text{a')}\ i = Gu \\ &\text{b)}\ u = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \qquad &&\text{b')}\ i = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} \\ &\text{c)}\ u = \frac{1}{C}\int i\,\mathrm{d}t \qquad &&\text{c')}\ i = \frac{1}{L}\int u\,\mathrm{d}t \end{aligned} \tag{2.1}$$

Ze względu na podobieństwo równań zapisanych w tym samym wierszu, każda odpowiednia para elementów stanowi parę dualną.

Układowi szeregowemu *RLC* (rys. 2.2a), opisanemu równaniem napięć

$$u = Ri + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}\int i\,\mathrm{d}t \tag{2.2}$$

odpowiada układ równoległy (rys. 2.2b), który może być opisany równaniem prądów

$$i = Gu + C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{L}\int u\,\mathrm{d}t \tag{2.3}$$

2.1.3. Analogie elektromechaniczne

Układy fizyczne elektryczne rozważamy jako obwody złożone z elementów *RLC*. Ustalmy, które z wielkości fizycznych dotyczących układów mechanicznych mogą być traktowane jako analogi elementów *RLC*. Rozważymy przy tym jednocześnie ruch liniowy i obrotowy, gdyż obie te postacie ruchu mogą występować w procesie elektromechanicznego przetwarzania energii.

Dla ujednolicenia sposobu oznaczania wprowadzamy następującą umowę odnośnie symboli literowych:

a) dużymi literami (*M*, *J*, *K*, *D*, *R*, *L*, *C*) oznaczamy wielkości fizyczne, charakteryzujące dany element (masa, moment bezwładności, podatność sprężyny lub wału sprężystego, współczynnik tarcia lepkiego itd.) zwane *parametrami układu;*

b) małymi literami oznaczamy chwilowe wartości wielkości fizycznych, dotyczących stanu pracy danego elementu (położenie, prędkość, napięcie, prąd itd.), zwane *współrzędnymi stanu.*

Podstawowe związki między współrzędnymi stanu i parametrami układów zestawiono w tabl. 2.1.

Pierwszą grupę elementów analogowych stanowią elementy wykazujące cechę bezwładności, a więc masa *M* i moment bezwładności *J* w ruchu mechanicznym oraz odpowiednio indukcyjność *L* (wariant I) lub pojemność *C* (wariant II) w obwodach elektrycznych.

Element masy w ruchu liniowym wiąże się z następującymi współrzędnymi stanu:

– położenie x

– prędkość $v = \dot{x} = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$

– pęd $p = Mv = M\dot{x}$ (2.4)

– siła $f = \dot{p} = \dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(Mv)$

Charakterystyką elementu masy jest w ogólnym przypadku związek między pędem a prędkością. Jeżeli napiszemy, że przyrost pędu jest iloczynem masy i przyrostu prędkości

$$\mathrm{d}p = M\,\mathrm{d}\dot{x} \tag{2.5}$$

to masa określi się wzorem

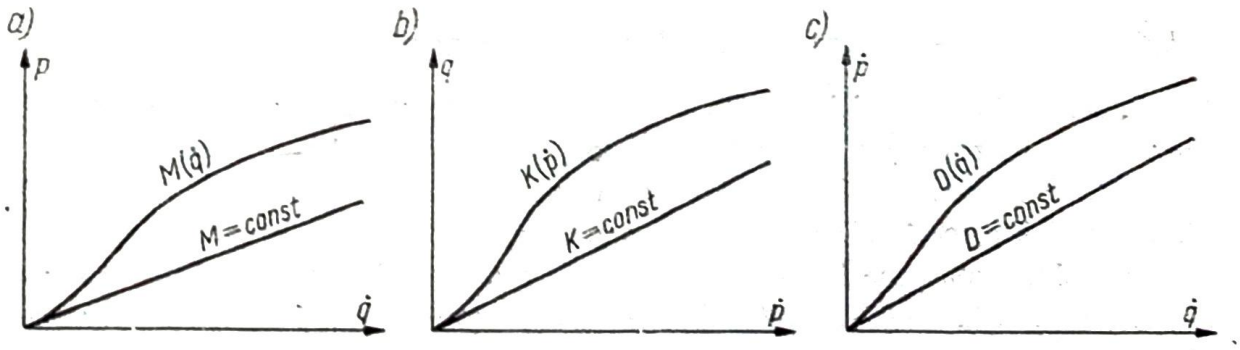
$$M = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}\dot{x}} \tag{2.6}$$

Analogiczne zależności można napisać dla ruchu obrotowego, a w układzie elektrycznym zarówno dla elementu indukcyjnego L (wariant I) jak pojemnościowego C (wariant II).

Wszystkie elementy bezwładności można zapisać wspólnymi wzorami. Wprowadzając pojęcie uogólnionej masy (M) oraz uogólnionych współrzędnych stanu (q, $\dot{q}$, p, $\dot{p}$), otrzymujemy zależności wspólne dla wszystkich elementów bezwładności. Wynika stąd, że uogólniona masa wyraża się przez pochodną uogólnionego pędu p względem uogólnionego prądu $\dot{q}$

$$M = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}\dot{q}} \tag{2.7}$$

Element bezwładności określony jest więc charakterystyką w układzie współrzędnych p, $\dot{q}$ (rys. 2.3a). Jeżeli wartość parametru M jest stała, to charakterystyka jest liniowa.



Rys. 2.3. Charakterystyki uogólnionych elementów: a) masy; b) elementu sprężystego; c) elementu dyssypatywnego

Drugą grupę elementów analogowych tworzą elementy wykazujące cechę sprężystości (np. sprężyna podłużna — w ruchu liniowym, sprężyna spiralna lub wał sprężysty — w ruchu obrotowym) oraz pojemność C (wariant I) lub indukcyjność L (wariant II) w obwodzie elektrycznym.

Wprowadzając pojęcie uogólnionej podatności K, możemy wyrazić ją jako pochodną uogólnionego ładunku q względem uogólnionej siły $\dot{p}$:

$$K = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}\dot{p}} \tag{2.8}$$

Elementy sprężyste (K, C lub L) określają się charakterystykami w układzie współrzędnych q, $\dot{p}$ (rys. 2.3b), przy czym przy stałości parametru charakterystyka ta jest linią prostą.

Trzecią grupę elementów wykazujących własności analogowe stanowią elementy, w których występuje rozpraszanie energii. Są one nazywane elementami dyssypatywnymi i charakteryzują się przez współczynnik tarcia lepkiego (D) w ruchu mechanicznym oraz przez rezystancję (R) w obwodzie elektrycznym. Uogólniony współczynnik tarcia określa się wzorem

$$D = \frac{\mathrm{d}\dot{p}}{\mathrm{d}\dot{q}} \tag{2.9}$$

a więc jest wyrażony przez pochodną uogólnionej siły względem uogólnionego prądu. Wykreślnie można przedstawić element dyssypatywny w układzie współrzędnych $\dot{p}$, $\dot{q}$ (rys. 2.3c), przy czym dla stałości D otrzymuje się zależność liniową.

Należy zwrócić uwagę, że porządek współrzędnych stanu został ustalony w sposób naturalny dla układu mechanicznego, stąd otrzymaliśmy dualne pary elementów dla układu elektrycznego. Gdyby przyjąć jako podstawowy układ elektryczny, to otrzymalibyśmy dualne pary analogowych elementów mechanicznych.

Wprowadzony system analogii elektromechanicznych pozwala na zastąpienie układów mechanicznych układami elektrycznymi przy analizowaniu pracy układów mechanicznych metodami znanymi w elektrotechnice (rachunkowymi lub przy użyciu elektrycznych maszyn analogowych). Poza tym uporządkowany system analogii elektromechanicznych można wykorzystać do określania energii i koenergii poszczególnych elementów.

2.1.4. Energia i koenergia elementów zachowawczych

Do analizy układów elektrycznych wystarczają prawa Maxwella, a do analizy obwodów — równania Kirchhoffa. Podobnie do analizy układów mechanicznych wystarczą prawa Newtona i zasada d'Alemberta. W przypadku układów elektromechanicznych, gdzie występuje wzajemne oddziaływanie między częścią elektryczną i mechaniczną układu, nie można traktować oddzielnie obydwu części i pisać dla nich oddzielnych równań. W tym przypadku bardzo korzystne okazuje się ujęcie energetyczne problemu przez oparcie opisu dynamicznych stanów pracy na określonych funkcjach stanu, zwanych energią i koenergią. Wynika

stąd celowość określenia tych funkcji stanu dla poszczególnych elementów — zarówno natury elektrycznej jak mechanicznej.

Elementy zachowawczymi nazywamy te elementy, w których nie występuje rozpraszanie energii; będą to więc elementy tworzące w tabl. 2.1 pierwszą i drugą grupę elementów analogowych L i C dla części elektrycznej oraz M, J i K dla części mechanicznej.

Element masy M znajdujący się w ruchu charakteryzuje się energią kinetyczną W_k. Energia ta może być określona jako całka mocy po czasie t, gdzie moc chwilowa jest iloczynem chwilowej wartości siły i prędkości. Otrzymujemy zatem

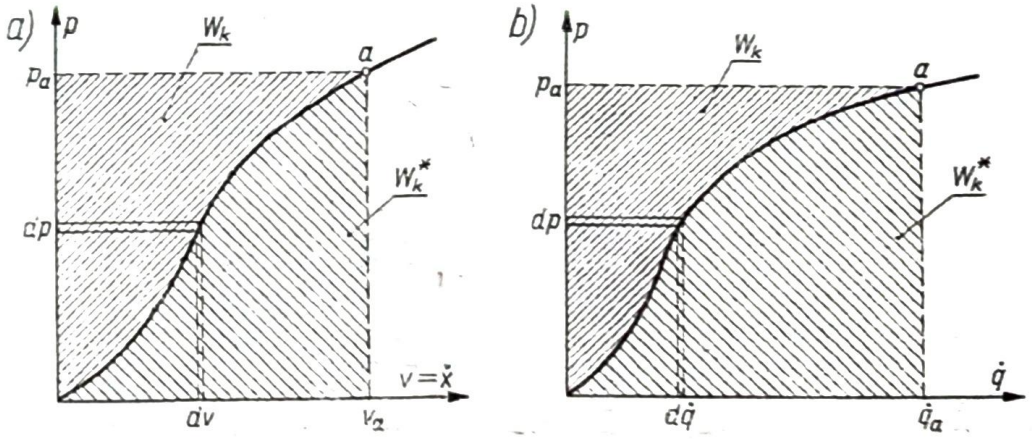
$$W_k = \int_0^{t_a} fv\,\mathrm{d}t \tag{2.10}$$

ponieważ zaś siła jest pochodną czasową pędu

$$f = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} \tag{2.11}$$

więc energia kinetyczna elementu masy wynosi

$$W_k = \int_0^{t_a} \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}\, v\,\mathrm{d}t = \int_0^{p_a} v\,\mathrm{d}p \tag{2.12}$$



Rys. 2.4. Graficzna interpretacja energii kinetycznej i koenergii kinetycznej: a) elementu masy; b) uogólnionego elementu bezwładności

Jeżeli w układzie współrzędnych v, p narysujemy dowolny przebieg zmienności pędu w funkcji prędkości (rys. 2.4a), to energię W_k, zmagazynowaną w elemencie masy, reprezentuje pole powierzchni powyżej charakterystyki.

Prócz energii kinetycznej przyjmiemy inną funkcję stanu, określoną zależnością

$$W_k^* = \int_0^{v_a} p\,\mathrm{d}v \tag{2.13}$$

reprezentowaną na rys. 2.4 przez pole powierzchni pod charakterystyką. Ta funkcja stanu nazywa się koenergią kinetyczną. Dla danego stanu określonego przez

Tablica 2.2. Energie i koenergie elementów zachowawczych

	Ruch liniowy	Ruch obrotowy	Obwód elektryczny		Zapis ogólny
			Wariant I	Wariant II	
Elementy bezwładności	M	J	L	C	
	$W_k = \int_0^{t_a} f v \mathrm{d}t$	$W_k = \int_0^{t_a} m\omega \mathrm{d}t$	$W_k = \int_0^{t_a} ui \mathrm{d}t$	$W_k = \int_0^{t_a} ui \mathrm{d}t$	$W_k = \int_0^{t_a} \dot{p}\dot{q} \mathrm{d}t$
	$W_k = \int_0^{p_a} v \mathrm{d}p$	$W_k = \int_0^{k_a} \omega \mathrm{d}k$	$W_k = \int_0^{\Psi_a} i \mathrm{d}\Psi$	$W_k = \int_0^{q_a} u \mathrm{d}q$	$W_k = \int_0^{p_a} \dot{q}(p) \mathrm{d}p$
	$W_k^* = \int_0^{v_a} p \mathrm{d}v$	$W_k^* = \int_0^{\omega_a} k \mathrm{d}\omega$	$W_k^* = \int_0^{i_a} \Psi \mathrm{d}i$	$W_k^* = \int_0^{u_a} q \mathrm{d}u$	$W_k^* = \int_0^{\dot{q}_a} p(\dot{q}) \mathrm{d}\dot{q}$
	dla $M = \mathrm{const}$	dla $J = \mathrm{const}$	dla $L = \mathrm{const}$	dla $C = \mathrm{const}$	dla $M = \mathrm{const}$
	$W_k = W_k^* = \frac{1}{2} M v_a^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{M} p_a^2$	$W_k = W_k^* = \frac{1}{2} J \omega_a^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{J} k_a^2$	$W_k = W_k^* = \frac{1}{2} L i_a^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{L} \Psi_a^2$	$W_k = W_k^* = \frac{1}{2} C u_a^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{C} q_a^2$	$W_k = W_k^* = \frac{1}{2} M \dot{q}_a^2$
Elementy sprężyste	K	K	C	L	
	$W_p = \int_0^{x_a} f \mathrm{d}x$	$W_p = \int_0^{\varphi_a} m \mathrm{d}\varphi$	$W_p = \int_0^{q_a} u \mathrm{d}q$	$W_p = \int_0^{\Psi_a} i \mathrm{d}\Psi$	$W_p = \int_0^{q_a} \dot{p}(q) \mathrm{d}q$
	$W_p^* = \int_0^{f_a} x \mathrm{d}f$	$W_p^* = \int_0^{m_a} \varphi \mathrm{d}m$	$W_p^* = \int_0^{u_a} q \mathrm{d}u$	$W_p^* = \int_0^{i_a} \Psi \mathrm{d}i$	$W_p^* = \int_0^{\dot{p}_a} q(\dot{p}) \mathrm{d}\dot{p}$
	dla $K = \mathrm{const}$	dla $K = \mathrm{const}$	dla $C = \mathrm{const}$	dla $L = \mathrm{const}$	dla $K = \mathrm{const}$
	$W_p = W_p^* = \frac{1}{2}\frac{1}{K} x_a^2 = \frac{1}{2} K f_a^2$	$W_p = W_p^* = \frac{1}{2}\frac{1}{K} \varphi_a^2 = \frac{1}{2} K m_a^2$	$W_p = W_p^* = \frac{1}{2}\frac{1}{C} q_a^2 = \frac{1}{2} C u_a^2$	$W_p = W_p^* = \frac{1}{2}\frac{1}{L} \Psi_a^2 = \frac{1}{2} L i_a^2$	$W_p = W_p^* = \frac{1}{2}\frac{1}{K} q_a^2$

prędkość v_a i pęd p_a, suma energii kinetycznej i koenergii kinetycznej jest równa polu całego prostokąta i nie zależy od przebiegu charakterystyki. Jeżeli masa jest stała, to energia kinetyczna i koenergia kinetyczna są sobie równe i wynoszą

$$W_k = W_k^* = \frac{1}{2} p_a v_a = \frac{1}{2} M v_a^2 \tag{2.14}$$

Jednak w ogólnym przypadku nieliniowej charakterystyki elementu, energia kinetyczna i koenergia kinetyczna nie są sobie równe.

Podobne zależności, wyrażające energię kinetyczną i koenergię kinetyczną elementów bezwładności w ruchu obrotowym i w obwodzie elektrycznym, zestawiono w tabl. 2.2. Wprowadzając uogólnione współrzędne stanu, otrzymujemy ogólne wzory na energię kinetyczną i koenergię kinetyczną

$$W_k = \int_0^{p_a} \dot{q}(p)\,\mathrm{d}p \tag{2.15}$$

$$W_k^* = \int_0^{\dot{q}_a} p(\dot{q})\,\mathrm{d}\dot{q} \tag{2.16}$$

Odpowiednie powierzchnie na wykresie w układzie p, $\dot{q}$ przedstawiono na rys. 2.4b.

Dla n elementów masy, bezwładności lub pojemności, w przypadku stałości parametrów, energia kinetyczna i koenergia kinetyczna wyrażają się jako odpowiednie sumy energii elementów

$$W_k = W_k^* = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n} M_j v_j^2 \tag{2.17}$$

$$W_k = W_k^* = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n} J_j \omega_j^2 \tag{2.18}$$

$$W_k = W_k^* = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n} C_j u_j^2 \tag{2.19}$$

Natomiast w przypadku n elementów indukcyjności wzajemnie ze sobą sprzężonych, zależność jest inna, gdyż strumień sprzężony danej cewki zależy nie tylko od prądu tej cewki, ale również od innych prądów. Stąd ogólna zależność dla n cewek sprzężonych o stałych indukcyjnościach własnych i wzajemnych wyraża się wzorem

$$W_k = W_k^* = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} L_{jk} i_j i_k \tag{2.20}$$

Różnica podanych zależności wynika stąd, że w układach fizycznych nie występuje pojęcie masy sprzężonej, bezwładności sprzężonej lub pojemności sprzę-

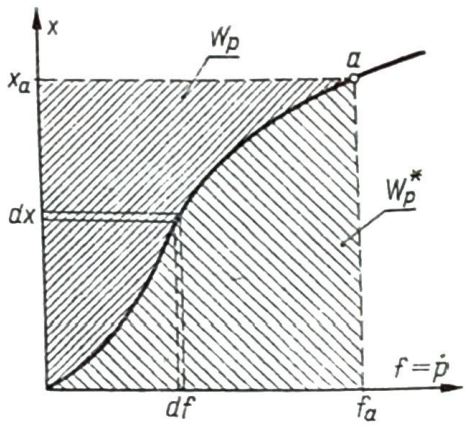
żonej, natomiast pojawia się indukcyjność sprzężona. Zależność (2.20) można przyjąć za ogólnie obowiązującą dla wszystkich elementów bezwładności z tym, że odpowiednie wielkości M_{jk}, J_{jk} i C_{jk} dla $k \neq j$ będą równe zeru.

Dla elementów sprężystych, tworzących drugą grupę analogów, można określić energię nazywaną energią potencjalną. Dla sprężyny podłużnej jest ona wyrażona przez pracę siły zewnętrznej na określonej drodze

$$W_p = \int_0^{x_a} f \, dx \tag{2.21}$$

i wyznacza pole powierzchni nad charakterystyką sprężyny (rys. 2.5). Odpowiednio koenergia potencjalna wyrażająca pole powierzchni pod charakterystyką wyraża się wzorem

$$W_p^* = \int_0^{f_a} x \, df \tag{2.22}$$



Rys. 2.5. Graficzna interpretacja energii potencjalnej i koenergii potencjalnej sprężyny podłużnej

Dla stałej wartości K otrzymuje się

$$W_p = W_p^* = \frac{1}{2} x_a f_a = \frac{1}{2} \frac{1}{K} x_a^2 = \frac{1}{2} K f_a^2 \tag{2.23}$$

Podobnie można określić energię potencjalną i koenergię potencjalną pozostałych elementów sprężystych (tabl. 2.2). Warto zwrócić uwagę, że energia i koenergia potencjalna kondensatora (wariant I) wyraża się tak samo jak energia i koenergia kinetyczna kondensatora traktowanego jako element bezwładności (wg wariantu II), odpowiednio identyczne związki dotyczą indukcyjności traktowanych jako elementy sprężyste (wariant II) i bezwładności (wariant I).

Dla układu n elementów sprężystych nie wykazujących cechy wzajemnych sprzężeń o stałych parametrach można zapisać energię potencjalną i koenergię potencjalną

$$W_p = W_p^* = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{K_j} x_j^2 = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n} K_j f_j^2 \tag{2.24}$$

$$W_p = W_p^* = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{K_j} \varphi_j^2 = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n} K_j m_j^2 \tag{2.25}$$

$$W_p = W_p^* = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{C_j}q_j^2 = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}C_j u_j^2 \tag{2.26}$$

natomiast dla elementów indukcyjnych sprzęgających się ze sobą

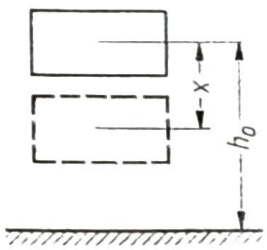
$$W_p = W_p^* = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{L_j}\psi_j^2 = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}L_{jk}\,i_j\,i_k \tag{2.27}$$

a więc energia i koenergia potencjalna wyrażają się tak samo, jak energia i koenergia kinetyczna (2.20) indukcyjności traktowanych jako elementy bezwładności.

Zwróćmy uwagę, iż mimo, że dla elementów bezwładności charakterystyka elementu jest wyrażona we współrzędnych p, $\dot{q}$, zaś dla elementu sprężystego w układzie q, $\dot{p}$, otrzymaliśmy identyczne związki na energie i koenergie dla indukcyjności, jak również dla pojemności w odpowiednich wariantach.

Układ analogii daje więc pełną zgodność formuł matematycznych i prowadzi do usystematyzowanych pojęć energii i koenergii, które można ograniczyć do dwóch jedynie zastępczych elementów: bezwładności i sprężystości.

Jeżeli w wyniku analizy układu chcemy otrzymać równania napięć obwodów, wygodniejsze jest przyjęcie pierwszego wariantu elektromechanicznych analogii dla elementów obwodu elektrycznego. Wariant pierwszy jest łatwiejszy do interpretacji, gdyż wszystkie występujące tu wielkości mają określony sens fizyczny, a poza tym energia kinetyczna kojarzy się lepiej ze zjawiskami występującymi w cewce indukcyjnej zasilanej prądem (ruchem ładunków), energia potencjalna zaś ze stanem statycznym naładowanego kondensatora. Stąd też w dalszym ciągu będziemy korzystać tylko z zależności określonych dla wariantu I, mimo że oba warianty są całkowicie równoważne.



Rys. 2.6. Model fizyczny masy do określenia energii potencjalnej położenia

Prócz wymienionych odmian energii można jeszcze wymienić energię potencjalną masy M względem poziomu odniesienia (rys. 2.6)

$$W_p = Mg(h_0 - x) \tag{2.28}$$

Energię tę można uważać za jedną z form energii potencjalnej elementów zachowawczych albo można również traktować siłę działającą na masę M jako siłę zewnętrzną

$$F = Mg \tag{2.29}$$

i w tej postaci uwzględniać ją w równaniach, które opisują układ fizyczny.

2.1.5. Pochodne cząstkowe energii i koenergii elementów zachowawczych

Na podstawie związków podanych w poprzednim rozdziale stwierdzamy, że energię kinetyczną i koenergię kinetyczną można wyrazić przez parametry układu i uogólniony prąd, natomiast energię potencjalną i koenergię potencjalną przez parametry układu i uogólniony ładunek. Energie i koenergie są poza tym niejawnymi funkcjami czasu ponieważ współrzędne stanu q i $\dot{q}$ są funkcjami czasu.

W szczególnym przypadku mógłby uogólniony prąd $\dot{q}$ być funkcją uogólnionego ładunku q, wówczas energia kinetyczna i koenergia kinetyczna wyraziłyby się zarówno przez współrzędną q jak $\dot{q}$.

Jeśli w układzie mamy n elementów bezwładności lub sprężystych, to energie i koenergie można wyrazić ogólnymi związkami

$$W_k(q, \dot{q}) = \sum_{j=1}^{n} \int_{0}^{p_{1a}, p_{2a}, \ldots, p_{na}} \dot{q}_j(p_1, p_2, \ldots, p_n)\, \mathrm{d}p_j \tag{2.30}$$

$$W_k^*(q, \dot{q}) = \sum_{j=1}^{n} \int_{0}^{\dot{q}_{1a}, \dot{q}_{2a}, \ldots, \dot{q}_{na}} p_j(\dot{q}_1, \dot{q}_2, \ldots, \dot{q}_n)\, \mathrm{d}\dot{q}_j \tag{2.31}$$

$$W_p(q) = \sum_{j=1}^{n} \int_{0}^{q_{1a}, q_{2a}, \ldots, q_{na}} \dot{p}_j(q_1, q_2, \ldots, q_n)\, \mathrm{d}q_j \tag{2.32}$$

$$W_p^*(q) = \sum_{j=1}^{n} \int_{0}^{\dot{p}_{1a}, \dot{p}_{2a}, \ldots, \dot{p}_{na}} q_j(\dot{p}_1, \dot{p}_2, \ldots, \dot{p}_n)\, \mathrm{d}\dot{p}_j \tag{2.33}$$

Można wykazać, że pochodna cząstkowa energii kinetycznej, zmagazynowanej w n elementach, względem współrzędnej p (uogólnionego pędu) m-tego elementu jest równa uogólnionemu prądowi tego elementu

$$\frac{\partial W_k}{\partial p_m} = \dot{q}_m \tag{2.34}$$

i podobnie

$$\frac{\partial W_k^*}{\partial \dot{q}_m} = p_m \tag{2.35}$$

$$\frac{\partial W_p}{\partial q_m} = \dot{p}_m \tag{2.36}$$

$$\frac{\partial W_p^*}{\partial \dot{p}_m} = q_m \tag{2.37}$$

Rozpatrując elektromechaniczne przetworniki energii, będziemy dążyć do równań uogólnionych sił (sił lub momentów w układzie mechanicznym oraz napięć w układzie elektrycznym). Widać stąd, że pożyteczne będą pochodne cząstkowe energii potencjalnej względem uogólnionych ładunków (2.36), gdyż dają one wprost uogólnioną siłę oraz pochodne cząstkowe koenergii kinetycznej względem uogólnio-

nego prądu (2.35), gdyż pochodna czasowa otrzymanego stąd uogólnionego pędu daje również uogólnioną siłę

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial W_k^*}{\partial \dot{q}_m} = \dot{p}_m \tag{2.38}$$

2.1.6. Wymiana energii z otoczeniem

W elektromechanicznych przetwornikach energii występuje z reguły wymiana energii z otoczeniem — w formie elektrycznej lub mechanicznej. Z ogólnej zależności

$$\mathrm{d}W_z = p_z \mathrm{d}t \tag{2.39}$$

(gdzie p_z jest mocą wymienianą z otoczeniem) otrzymujemy dla ruchu liniowego i obrotowego oraz dla obwodu elektrycznego

$$\mathrm{d}W_z = fv\mathrm{d}t = f\mathrm{d}x \tag{2.40}$$

$$\mathrm{d}W_z = m\omega\mathrm{d}t = m\mathrm{d}\varphi \tag{2.41}$$

$$\mathrm{d}W_z = ui\mathrm{d}t = u\mathrm{d}q \tag{2.42}$$

a przechodząc do uogólnionych współrzędnych stanu

$$\mathrm{d}W_z = \dot{p}\dot{q}\mathrm{d}t = \dot{p}\mathrm{d}q \tag{2.43}$$

Pochodna energii W_z względem uogólnionego ładunku jest równa uogólnionej sile

$$\frac{\mathrm{d}W_z}{\mathrm{d}q} = \dot{p} \tag{2.44}$$

W układach fizycznych może się zdarzyć, że uogólniona siła $\dot{p}$ (siła, moment lub napięcie) jest funkcją uogólnionego prądu $\dot{q}$ (prędkości lub prądu); taką wymianę nazywamy elastyczną. Jeżeli uogólniona siła nie zależy od uogólnionego prądu, to taką wymianę nazywamy sztywną (np. zasilanie silnika sztywnym napięciem). W wymianie sztywnej energia wymiany z otoczeniem zależy tylko od q, ogólnie jednak można zapisać, że jest zależna od q i $\dot{q}$. Z (2.43) otrzymujemy

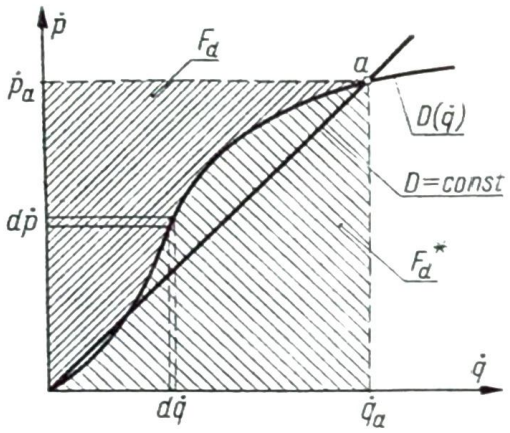
$$W_z(q, \dot{q}) = \int_0^t \dot{p}\dot{q}\,\mathrm{d}t = \int_0^{q_a} \dot{p}\,\mathrm{d}q \tag{2.45}$$

Pochodne cząstkowe energii wymienianej z otoczeniem można dla wymiany sztywnej zapisać jak dla elementów sprężystych, a przy zasilaniu elastycznym — jak dla elementów bezwładności.

2.1.7. Rozpraszanie energii (dyssypacja)

Elementy dyssypatywne określone były charakterystyką w układzie współrzędnych $\dot{q}$, $\dot{p}$ (rys. 2.3c). Określmy pola powierzchni nad i pod charakterystyką (rys. 2.7). Wielkości te nazywają się odpowiednio funkcją dyssypacji Rayleigha

$$F_d = \int_0^{\dot{p}_a} \dot{q}\,\mathrm{d}\dot{p} \tag{2.46}$$



Rys. 2.7. Graficzna interpretacja funkcji i kofunkcji Rayleigha

i kofunkcją dyssypacji Rayleigha

$$F_d^* = \int_0^{\dot{q}_a} \dot{p}\,\mathrm{d}\dot{q} \tag{2.47}$$

Dla $D = \text{const}$ $(\dot{p} = D\dot{q})$ otrzymujemy

$$F_d = F_d^* = \int_0^{\dot{q}_a} \dot{q}D\,\mathrm{d}\dot{q} = \frac{1}{2} D\dot{q}_a^2 \tag{2.48}$$

czyli połowę mocy strat dyssypacji.

Ponieważ funkcja Rayleigha i kofunkcja Rayleigha wyrażają moce, możemy określić funkcje energii dyssypacji i koenergii dyssypacji

$$W_d = \int_0^t F_d\,\mathrm{d}t \tag{2.49}$$

$$W_d^* = \int_0^{\dot{t}} F_d^*\,\mathrm{d}t \tag{2.50}$$

Zakładając, że $D = \text{const}$ otrzymujemy

$$W_d = W_d^* = \frac{1}{2} \int_0^t D\dot{q}^2\,\mathrm{d}t \tag{2.51}$$

skąd wynika, że każda z tak określonych funkcji jest połową energii dyssypacji.

Z (2.46), (2.47), (2.49) i (2.50) wynika, że

$$\mathrm{d}W_d = \dot{q}\,\mathrm{d}p \tag{2.52}$$

$$\mathrm{d}W_d^* = p\,\mathrm{d}\dot{q} \tag{2.53}$$

czyli że różniczki funkcji energii i koenergii dyssypacji wyrażają się przez uogólnione współrzędne tak samo jak w przypadku energii i koenergii kinetycznej. Pochodna koenergii dyssypacji względem uogólnionego prądu jest więc uogólnionym pędem dyssypacji

$$\frac{\mathrm{d}W_d^*}{\mathrm{d}\dot{q}} = p \tag{2.54}$$

a pochodna czasowa tego wyrażenia jest uogólnioną siłą dyssypacji

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}W_d^*}{\mathrm{d}\dot{q}} = \dot{p} \tag{2.55}$$

Przyjmując, że uogólniony prąd $\dot{q}$ może być funkcją uogólnionego ładunku, przy czym może wystąpić jeszcze funkcja czasu, można napisać, że funkcje energii i koenergii dyssypacji wyrażają się na podstawie z (2.52) i (2.53) wzorami

$$W_d(q, \dot{q}, t) = \int_0^{p_a} \dot{q}\,\mathrm{d}p \tag{2.56}$$

$$W_d^*(q, \dot{q}, t) = \int_0^{\dot{q}_a} p\,\mathrm{d}\dot{q} \tag{2.57}$$

czyli, że są określone tak samo jak energia i koenergia kinetyczna elementów bezwładności. Zwykle zakładamy, że $D = \text{const}$ i stosujemy wzór (2.51). Dla układów zawierających elementy dyssypatywne pochodne cząstkowe funkcji energii i koenergii dyssypacji można zapisać podobnie jak dla elementów bezwładności.

2.2. ELEKTROMECHANICZNE PRZETWARZANIE ENERGII

2.2.1. Równanie Eulera-Lagrange'a

Punktem wyjścia do wyprowadzenia ogólnych równań opisujących proces elektromechanicznego przetwarzania energii może być fundamentalna „zasada zachowania energii", którą można wyrazić w ten sposób, że przyrost energii układu jest równy różnicy między energią dostarczoną i oddaną, niezależnie od tego jaką formę przybiera energia wewnątrz układu i energia wymieniona z otoczeniem.

Jeżeli energię oddawaną do otoczenia będziemy traktować jako dodatnią, to można napisać, że pochodna czasowa sumy energii potencjalnej, kinetycznej, wymienianej z otoczeniem i dyssypacji jest równa zeru

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(W_p + W_k + W_z + W_d) = 0 \tag{2.58}$$

Przeprowadzając odpowiednie operacje matematyczne i korzystając z określonych pochodnych cząstkowych, otrzymuje się równanie

$$\dot{q}_m\left[\frac{\partial}{\partial q_m}(W_k^* - W_p + W_d^* - W_z) - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial}{\partial \dot{q}_m}(W_k^* - W_p + W_d^* - W_z)\right] - \frac{\partial W_d}{\partial t} = 0 \tag{2.59}$$

Jeżeli energia dyssypacji nie jest w sposób jawny funkcją czasu to z warunku, że $\dot{q}_m$ nie jest identycznie równe zeru wynika zależność

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial q_m} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \dot{q}_m} = 0 \tag{2.60}$$

gdzie wyrażenie

$$\mathscr{L} = W_k^* - W_p + W_d^* - W_z$$

jest nazywane potencjałem kinetycznym. Równanie (2.60), zwane równaniem Eulera-Lagrange'a, stanowi podstawę analizy elektromechanicznych przetworników energii. Z równania tego otrzymujemy tyle równań, ile jest uogólnionych współrzędnych układu.

2.2.2. Zasada Hamiltona; przemiany energetyczne w ujęciu wariacyjnym

Równanie Eulera-Lagrange'a można otrzymać również, stosując odpowiednio zasadę Hamiltona, która mówi, że wszystkie procesy w przyrodzie przebiegają w taki sposób, iż przy przejściu ze stanu A (w chwili $t = 0$) do stanu B (w chwili t) funkcjonał

$$S = \int_0^t W \, \mathrm{d}t \tag{2.61}$$

wzdłuż trajektorii rzeczywistej ma wartość stacjonarną w porównaniu z wartością funkcjonału trajektorii sąsiednich. Warunek stacjonarności funkcjonału sprowadza się do warunku ekstremum funkcjonału, a zatem wartość liczbowa całki jest ekstremalna (minimalna) dla tej funkcji, według której zachodzi proces.

W układach zachowawczych wyrażenie W pod całką jest różnicą koenergii kinetycznej i energii potencjalnej

$$S = \int_0^t (W_k^* - W_p) \, \mathrm{d}t \tag{2.62}$$

Zaletą zasady Hamiltona jest jej niezmienniczość względem układu współrzędnych oraz to, że odnosi się do różnych procesów w przyrodzie (mechanika, elektrotechnika, akustyka, optyka, termokinetyka, hydraulika itp.) dzięki czemu można ją stosować również w układach mieszanych.

Różnica koenergii kinetycznej W_k^* i energii potencjalnej W_p jest funkcją współrzędnych q i $\dot{q}$ oraz niejawną funkcją czasu t. Jeżeli znana jest zależność $W_k^*(q, \dot{q})$ oraz $W_p(\dot{q})$, to poszukujemy funkcji $q(t)$ dla wszystkich uogólnionych współrzędnych q, a stąd dla rzeczywistych współrzędnych układu.

Poszukiwanie funkcji spełniającej warunek ekstremum określonej całki jest zagadnieniem wariacyjnym. Jeżeli podana jest funkcja $W(q, \dot{q}, t)$ i ma być spełniony warunek ekstremum całki

$$S = \int_0^t W(q, \dot{q}, t) \, \mathrm{d}t \tag{2.63}$$

czyli ma być równa zeru wariacja funkcjonału S, to rozwiązaniem problemu jest układ równań Eulera-Lagrange'a

$$\frac{\partial W}{\partial q_m} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{\partial W}{\partial \dot{q}_m} = 0 \tag{2.64}$$

wypisanych dla każdej współrzędnej z osobna.

Dla układu zachowawczego równanie (2.64) sprowadza się do zależności:

$$\frac{\partial W_k^*}{\partial q_m} - \frac{\partial W_p}{\partial q_m} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{\partial W_k^*}{\partial \dot{q}_m} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{\partial W_p}{\partial \dot{q}_m} = 0 \tag{2.65}$$

Wszystkie człony w tym równaniu są siłami z tym, że czwarty człon jest równy zeru, bo W_p nie jest funkcją $\dot{q}_m$. Jest to zatem równanie sił pochodzenia potencjalnego i kinetycznego w układzie zachowawczym. Równanie to można rozszerzyć na układy niezachowawcze i dyssypatywne, dodając do każdego równania siły zasilania zewnętrznego oraz siły dyssypacji m-tego elementu

$$\frac{\partial W}{\partial q_m} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial W}{\partial \dot{q}_m} + \dot{p}_{zm} + \dot{p}_{dm} = 0 \tag{2.66}$$

gdzie człon $\dot{p}_{zm}$ jest uogólnioną siłą zewnętrzną (siłą, momentem, lub napięciem zasilania) a $\dot{p}_{dm}$ siłą dyssypacji, wyrażającą się w obwodzie elektrycznym spadkiem napięcia na rezystancjach, a w ruchu mechanicznym — oporami tarcia.

2.2.3. Ogólny zapis równań elektromechanicznych przetworników energii

Energie i koenergie występujące w równaniu Eulera-Lagrange'a (2.60) można przedstawić w postaci sum dla poszczególnych elementów albo w formie odpowiednich macierzy. Wielkości te są zestawione w tabl. 2.3.

Tablica 2.3. Energie i koenergie występujące w równaniach Eulera-Lagrange'a

	Ruch liniowy	Ruch obrotowy	Obwód elektryczny
W_k^*	$\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n} M_j \dot{x}_j^2$ $\frac{1}{2}\dot{\mathbf{x}}^T\mathbf{M}\dot{\mathbf{x}}$	$\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n} J_j \dot{\varphi}_j^2$ $\frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{\varphi}}^T\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\varphi}}$	$\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} L_{jk}\dot{q}_j\dot{q}_k$ $\frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}}^T\mathbf{L}\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2}\dot{\mathbf{i}}^T\mathbf{L}\mathbf{i}$
W_p	$\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{1}{K_j}x_j^2 + M_j g h_j(x)\right)$ $\frac{1}{2}\mathbf{x}^T\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{K}}\mathbf{x} + g\ \mathbf{Mh}$	$\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{K_j}\varphi_j^2$ $\frac{1}{2}\boldsymbol{\varphi}^T\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{K}}\boldsymbol{\varphi}$	$\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{C_j}q_j^2$ $\frac{1}{2}\mathbf{q}^T\frac{1}{\mathbf{C}}\mathbf{q}$
W_d^*	$\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}\int_0^t D_j\dot{x}_j^2\,\mathrm{d}t$ $\frac{1}{2}\int_0^t \dot{\mathbf{x}}^T\mathbf{D}\dot{\mathbf{x}}\,\mathrm{d}t$	$\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}\int_0^t D_j\dot{\varphi}_j^2\,\mathrm{d}t$ $\frac{1}{2}\int_0^t \dot{\boldsymbol{\varphi}}^T\mathbf{D}\dot{\boldsymbol{\varphi}}\,\mathrm{d}t$	$\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}\int_0^t R_j\dot{q}_j^2\,\mathrm{d}t$ $\frac{1}{2}\int_0^t \dot{\mathbf{q}}^T\mathbf{R}\dot{\mathbf{q}}\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\int_0^t \mathbf{i}^T\mathbf{R}\mathbf{i}\,\mathrm{d}t$
W_z	$\sum_{j=1}^{n}\int_0^t f_j\dot{x}_j\,\mathrm{d}t$ $\int_0^t \dot{\mathbf{x}}^T\mathbf{f}\,\mathrm{d}t$	$\sum_{j=1}^{n}\int_0^t m_j\dot{\varphi}_j\,\mathrm{d}t$ $\int_0^t \dot{\boldsymbol{\varphi}}^T\mathbf{m}\,\mathrm{d}t$	$\sum_{j=1}^{n}\int_0^t u_j\dot{q}_j\,\mathrm{d}t$ $\int_0^t \dot{\mathbf{q}}^T\mathbf{u}\,\mathrm{d}t = \int_0^t \mathbf{i}^T\mathbf{u}\,\mathrm{d}t$

Tablica 2.3 (cd.)

Macierze wielkości występujących w tablicy

$$\mathbf{x}=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix};\quad \dot{\mathbf{x}}=\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{x}_n \end{bmatrix};\quad \boldsymbol{\varphi}=\begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \varphi_n \end{bmatrix};\quad \dot{\boldsymbol{\varphi}}=\begin{bmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{\varphi}_n \end{bmatrix};\quad \mathbf{q}=\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ q_n \end{bmatrix};\quad \dot{\mathbf{q}}=\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{q}_n \end{bmatrix};\quad \mathbf{f}=\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ f_n \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{m}=\begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ m_n \end{bmatrix};\quad \mathbf{u}=\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_n \end{bmatrix};\quad \mathbf{h}=\begin{bmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ h_n(x) \end{bmatrix};\quad \mathbf{i}=\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ i_n \end{bmatrix};\quad \mathbf{M}=\begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0\ldots \\ 0 & M_2 & 0\ldots \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \ldots M_n \end{bmatrix};\quad \mathbf{J}=\begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0\ldots \\ 0 & J_2 & 0\ldots \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \ldots J_n \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{L}=\begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & \ldots L_{1n} \\ L_{21} & L_{22} & \ldots L_{2n} \\ \cdot & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \\ L_{n1} & L_{n2} & \ldots L_{nn} \end{bmatrix};\quad \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{K}}=\begin{bmatrix} \frac{1}{K_1} & 0 & 0\ldots \\ 0 & \frac{1}{K_1} & 0\ldots \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0\ldots & \frac{1}{K_n} \end{bmatrix};\quad \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{C}}=\begin{bmatrix} \frac{1}{C_2} & 0 & 0 & \ldots \\ 0 & \frac{1}{C_2} & 0 & \ldots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \ldots & \frac{1}{C_n} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{D}=\begin{bmatrix} D_1 & 0 & 0 & \ldots \\ 0 & D_2 & 0 & \ldots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \\ 0 & 0 & \ldots & D_n \end{bmatrix};\quad \mathbf{R}=\begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 & \ldots \\ 0 & R_2 & 0 & \ldots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \\ 0 & 0 & \ldots & R_n \end{bmatrix}$$

Równania Eulera-Lagrange'a dla współrzędnych elektrycznych dają układ n równań napięć w postaci

$$u_m = R_m i_m + \frac{1}{C_m} q_m + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \sum_{j=1}^{n} L_{mj} i_j \tag{2.67}$$

gdzie m oznacza kolejną współrzędną stanu obwodu elektrycznego. W zapisie macierzowym wszystkie równania napięć można ująć jednym wzorem

$$\mathbf{u} = \mathbf{R}\mathbf{i} + \frac{1}{\mathbf{C}}\,\mathbf{q} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathbf{L}\mathbf{i}) \tag{2.68}$$

Dla każdej m-tej współrzędnej mechanicznej w ruchu liniowym (gdzie L_{jk} jest funkcją położenia) otrzymamy równanie

$$f_m = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(M_m \dot{x}_m) + D_m \dot{x}_m - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} i_j i_k \frac{\partial L_{jk}}{\partial x_m} + g \frac{\partial}{\partial x_m}(M_m h_m(x)) \tag{2.69}$$

a w ruchu obrotowym

$$m_m = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(J_m \dot{\varphi}_m) + D_m \dot{\varphi}_m - \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} i_j i_k \frac{\partial L_{jk}}{\partial \varphi_m} \tag{2.70}$$

Ostatni składnik we wzorze (2.69) uwzględnia energię potencjalną położenia w ruchu liniowym.

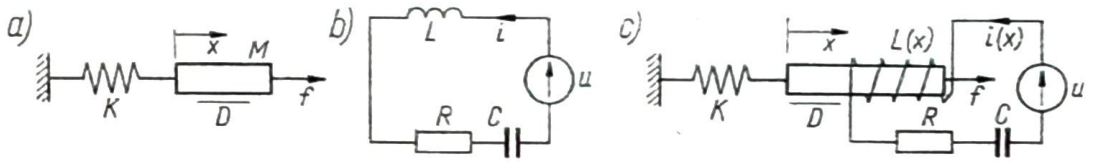
W zapisie macierzowym równania (2.69) i (2.70) przybierają formę

$$\mathbf{f} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathbf{M}\dot{\mathbf{x}}) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{x}} - \frac{1}{2}\mathbf{i}^T \frac{\partial}{\partial x}(\mathbf{L})\mathbf{i} + g\frac{\partial}{\partial x}(\mathbf{M}\mathbf{h}) \tag{2.71}$$

$$\mathbf{m} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathbf{J}\dot{\varphi}) + \mathbf{D}\dot{\varphi} - \frac{1}{2}\mathbf{i}^T \frac{\partial}{\partial \varphi}(\mathbf{L})\mathbf{i} \tag{2.72}$$

2.2.4. Przykłady elektromechanicznych przetworników energii

Zanim napiszemy równania dla sprzężonego układu elektromechanicznego (rys. 2.8c) rozważmy najpierw układ mechaniczny (rys. 2.8a), w którym masa M umieszczona na podłożu o współczynniku tarcia D jest poddana działaniu siły f i sprężyny o podatności K.



Rys. 2.8. Model przetwornika elektromechanicznego o ruchu liniowym

Potencjał kinetyczny $\mathscr{L}$ ma postać

$$\mathscr{L}(x, \dot{x}) = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 - \frac{1}{2}\frac{1}{K}x^2 + \frac{1}{2}\int_0^t D\dot{x}^2\,\mathrm{d}t - \int_0^t f\dot{x}\,\mathrm{d}t \tag{2.73}$$

stąd, z równania Eulera-Lagrange'a, otrzymamy równanie sił działających w układzie

$$M\ddot{x} + D\dot{x} + \frac{1}{K}x = f \tag{2.74}$$

Analogiczne równanie otrzymamy jako równanie napięć obwodu elektrycznego zawierającego źródło i elementy RLC (rys. 2.8b)

$$\mathscr{L}(q, \dot{q}) = \frac{1}{2}L\dot{q}^2 - \frac{1}{2}\frac{1}{C}q^2 + \frac{1}{2}\int_0^t R\dot{q}^2\,\mathrm{d}t - \int_0^t u\dot{q}\,\mathrm{d}t \tag{2.75}$$

skąd

$$L\ddot{q}+R\dot{q}+\frac{1}{C}q=u \tag{2.76}$$

czyli

$$L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}+Ri+\frac{1}{C}\int_0^t i\,\mathrm{d}t=u \tag{2.77}$$

Niech teraz masa M z rys. 2.8a stanowi rdzeń dla cewki z rys. 2.8b. W otrzymanym modelu (rys. 2.8c) potencjał kinetyczny będzie zawierał człony pochodzące od układu mechanicznego i elektrycznego, ale indukcyjność cewki zależy teraz od współrzędnej mechanicznej x. Potencjał kinetyczny napiszemy teraz

$$\mathscr{L}=\frac{1}{2}[M\dot{x}^2+L(x)\dot{q}^2]-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{K}x^2+\frac{1}{C}q^2\right)+$$

$$+\frac{1}{2}\int_0^t(D\dot{x}^2+R\dot{q}^2)\,\mathrm{d}t-\int_0^t(f\dot{x}+u\dot{q})\,\mathrm{d}t \tag{2.78}$$

skąd równanie Eulera-Lagrange'a dla współrzędnej mechanicznej x ma postać

$$\frac{1}{2}\dot{q}^2\frac{\partial L(x)}{\partial x}-\frac{1}{K}x-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(M\dot{x}+\int_0^t D\dot{x}\,\mathrm{d}t-\int_0^t f\,\mathrm{d}t\right)=0 \tag{2.79}$$

czyli po uporządkowaniu

$$M\ddot{x}+D\dot{x}+\frac{1}{K}x=f-\frac{1}{2}i^2\frac{\partial L(x)}{\partial x} \tag{2.80}$$

W porównaniu z wzorem (2.74) stwierdzamy występowanie nowego czynnika

$$f_e=-\frac{1}{2}i^2\frac{\partial L(x)}{\partial x} \tag{2.81}$$

który jest siłą pochodzenia elektrycznego, działającą w układzie mechanicznym, a zależną od kwadratu chwilowej wartości prądu i pochodnej indukcyjności względem współrzędnej mechanicznej.

Z równania Eulera-Lagrange'a dla współrzędnej elektrycznej q otrzymujemy

$$-\frac{1}{C}q-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(L(x)\dot{q}+\int_0^t R\dot{q}\,\mathrm{d}t-\int_0^t u\,\mathrm{d}t\right)=0 \tag{2.82}$$

skąd

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(L(x)i)+Ri+\frac{1}{C}\int_0^t i\,\mathrm{d}t=u \tag{2.83}$$

Ponieważ L jest funkcją położenia rdzenia, wobec tego

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(L(x)\,i) = L(x)\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + i\frac{\mathrm{d}L(x)}{\mathrm{d}t} = L(x)\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + i\frac{\partial L(x)}{\partial x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \tag{2.84}$$

W równaniu napięć

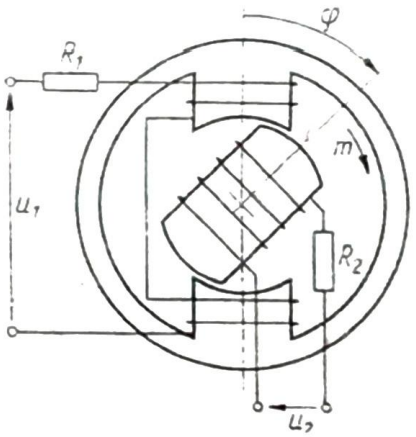
$$L(x)\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + Ri + \frac{1}{C}\int_0^t i\,\mathrm{d}t = u - i\frac{\partial L(x)}{\partial x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \tag{2.85}$$

wystąpił zatem nowy czynnik

$$u_m = -i\frac{\partial L(x)}{\partial x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \tag{2.86}$$

który jest napięciem indukowanym w obwodzie na skutek zmiany reluktancji obwodu magnetycznego cewki. Napięcie to jest proporcjonalne do prędkości ruchu rdzenia i pochodnej $L(x)$ względem położenia.

Z rozważanego przykładu widać, że łączne rozpatrywanie zjawisk zachodzących w układzie mechanicznym i elektrycznym pozwala na określenie wzajemnego wpływu obu tych układów na siebie, co wyraża się przez dodatkowe siły i napięcia pojawiające się w układzie.



Rys. 2.9. Model przetwornika elektromechanicznego o ruchu obrotowym

Rozważmy jeszcze przykład przetwornika wirującego jawnobiegunowego, o uzwojeniach na części nieruchomej i ruchomej (rys. 2.9). Zapiszemy energie i koenergie

$$W_k^* = \frac{1}{2}J\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}L_{11}(\varphi)\,\dot{q}_1^2 + \frac{1}{2}L_{22}(\varphi)\,\dot{q}_2^2 + L_{12}(\varphi)\,\dot{q}_1\,\dot{q}_2 \tag{2.87}$$

$$W_d^* = \frac{1}{2}\int_0^t D\dot{\varphi}^2\,\mathrm{d}t + \frac{1}{2}\int_0^t (R_1\,\dot{q}_1^2 + R_2\,\dot{q}_2^2)\,\mathrm{d}t \tag{2.88}$$

$$W_z = \int_0^t m\dot{\varphi}\,\mathrm{d}t + \int_0^t (u_1\,\dot{q}_1 + u_2\,\dot{q}_2)\,\mathrm{d}t \tag{2.89}$$

Równanie Eulera-Lagrange'a dla współrzędnej q_1

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[L_{11}(\varphi)\dot{q}_1+L_{12}(\varphi)\dot{q}_2+\int_0^t R_1\,\dot{q}_1\,\mathrm{d}t-\int_0^t u_1\,\mathrm{d}t\right]=0 \tag{2.90}$$

dla współrzędnej q_2

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[L_{22}(\varphi)\dot{q}_2+L_{12}(\varphi)\dot{q}_1+\int_0^t R_2\,\dot{q}_2\,\mathrm{d}t-\int u_2\,\mathrm{d}t\right]=0 \tag{2.91}$$

dla współrzędnej φ

$$\frac{1}{2}\dot{q}_1^2\frac{\partial L_{11}(\varphi)}{\partial\varphi}+\frac{1}{2}\dot{q}_2^2\frac{\partial L_{22}(\varphi)}{\partial\varphi}+\dot{q}_1\dot{q}_2\frac{\partial L_{12}(\varphi)}{\partial\varphi}-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[J\dot{\varphi}+\int_0^t D\dot{\varphi}\,\mathrm{d}t-\int_0^t m\,\mathrm{d}t\right]=0 \tag{2.92}$$

Po uporządkowaniu otrzymujemy dwa równania napięć

$$u_1=R_1\,i_1+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[L_{11}(\varphi)\,i_1\right]+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[L_{12}(\varphi)\,i_2\right] \tag{2.93}$$

$$u_2=R_2\,i_2+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[L_{12}(\varphi)\,i_1\right]+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[L_{22}(\varphi)\,i_2\right] \tag{2.94}$$

oraz równanie momentów

$$m=J\ddot{\varphi}+D\dot{\varphi}-\frac{i_1^2}{2}\frac{\partial L_{11}(\varphi)}{\partial\varphi}-\frac{i_2^2}{2}\frac{\partial L_{22}(\varphi)}{\partial\varphi}-i_1\,i_2\frac{\partial L_{12}(\varphi)}{\partial\varphi} \tag{2.95}$$

gdzie moment elektromagnetyczny ma postać

$$m_e=-\frac{i_1^2}{2}\frac{\partial L_{11}(\varphi)}{\partial\varphi}-\frac{i_2^2}{2}\frac{\partial L_{22}(\varphi)}{\partial\varphi}-i_1\,i_2\frac{\partial L_{12}(\varphi)}{\partial\varphi} \tag{2.96}$$

Jeżeli obwód wirnika jest rozwarty ($i_2=0$), to moment elektromagnetyczny określi się wzorem

$$m_e=-\frac{i_1^2}{2}\frac{\partial L_{11}(\varphi)}{\partial\varphi} \tag{2.97}$$

Załóżmy zasilanie prądowe

$$i_1=\sqrt{2}\,I\cos\omega_e t \tag{2.98}$$

oraz, że wirnik obraca się ze stałą prędkością obrotową ω, a zatem

$$\varphi=\omega t-\beta \tag{2.99}$$

gdzie β jest kątem położenia wirnika w chwili $t=0$ (gdy prąd stojana osiąga chwilową wartość maksymalną).

Jeżeli przyjmiemy następującą zależność L_{11} od φ

$$L_{11}=\frac{L_d+L_q}{2}+\frac{L_d-L_q}{2}\cos 2\varphi \tag{2.100}$$

to moment elektromagnetyczny wynosi

$$m_e = I^2(L_d - L_q)\cos^2\omega_e t \sin(2\omega t - 2\beta) =$$

$$= \frac{I^2}{2}(L_d - L_q)\sin(2\omega t - 2\beta) + \frac{I^2}{2}(L_d - L_q)\cos 2\omega_e t \sin(2\omega t - 2\beta) \qquad (2.101)$$

Wartość średnia momentu jest różna od zera tylko wówczas, gdy $\omega_e = \omega$ oraz gdy $\beta \neq 0$ i wynosi

$$M_{śr} = \frac{I^2}{4}(L_d - L_q)\sin 2\beta \qquad (2.102)$$

Model jest więc silnikiem elektrycznym obracającym się z prędkością narzuconą przez częstotliwość prądu; przy $f = 50$ Hz, prędkość obrotowa wynosi $n = 50$ obr/s $= 3000$ obr/min. Omawiany model ilustruje zasadę działania silnika zwanego *impulsowym*.

3. TRANSFORMATORY

3.1. WIADOMOŚCI OGÓLNE

Transformator jest urządzeniem elektromagnetycznym przeznaczonym do zamiany układu napięć i prądów przemiennych na układ napięć i prądów o innych z reguły wartościach, lecz o tej samej częstotliwości, przy czym zamiana ta odbywa się za pośrednictwem pola magnetycznego. Transformatory można podzielić na następujące grupy:

a) transformatory energetyczne, stosowane w układach przesyłania i rozdziału energii elektrycznej (zwane też transformatorami mocy lub siłowymi);

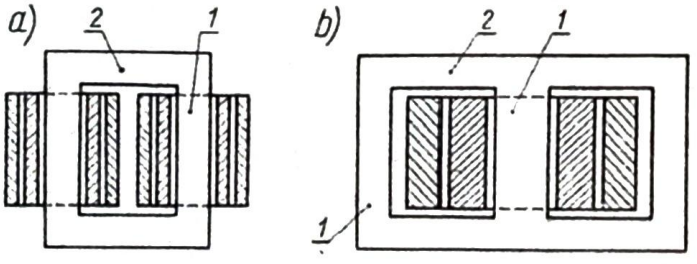
b) transformatory małej mocy, stosowane w automatyce, łączności, telemechanice i urządzeniach elektronicznych;

c) transformatory specjalne, do których można zaliczyć przekładniki pomiarowe, przesuwniki fazowe, transformatory regulacyjne, prostownikowe, probiercze, spawalnicze i szereg innych.

Zasadniczymi częściami składowymi transformatora są rdzeń i uzwojenia. Istnieją również transformatory bezrdzeniowe, stosowane przy bardzo wysokich częstotliwościach.

Rdzeń transformatora składa się ze słupów (kolumn), na których nawinięte są uzwojenia oraz części łączących te słupy, zwanych jarzmami.

Rozróżniamy transformatory jednofazowe i wielofazowe. Spośród transformatorów wielofazowych najbardziej rozpowszechnione są trójfazowe. Zwykle stosuje się transformatory dwuuzwojeniowe, niekiedy jednouzwojeniowe (autotransformatory) lub wielouzwojeniowe (trójuzwojeniowe lub czterouzwojeniowe).

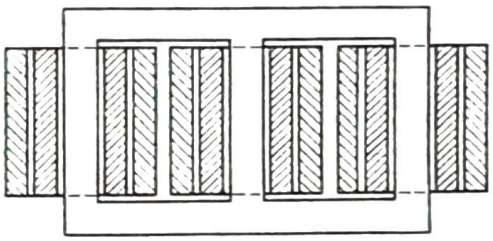


Rys. 3.1. Transformator jednofazowy: a) rdzeniowy; b) płaszczowy; *1* — kolumna, *2* — jarzmo

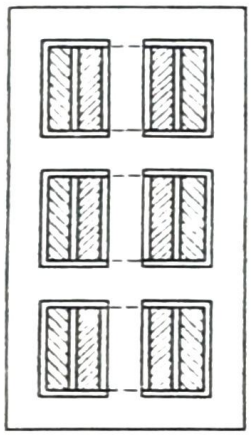
Transformator dwuuzwojeniowy ma uzwojenie wyższego (*górnego*) i uzwojenie niższego (*dolnego*) napięcia. Uzwojenie zasilane energią nazywamy uzwojeniem pierwotnym, a uzwojenie, z którego pobiera się energię, uzwojeniem wtórnym; zasilanie transformatora może odbywać się od strony wyższego lub niższego napięcia.

Transformatory mogą być wykonane jako rdzeniowe lub płaszczowe.

W jednofazowym transformatorze rdzeniowym (rys. 3.1a) na każdej kolumnie znajdują się po dwa uzwojenia, w transformatorze płaszczowym (rys. 3.1b) uzwojenia nawinięte są na kolumnie środkowej, kolumny skrajne służą tylko do przeprowadzenia strumienia magnetycznego.



Rys. 3.2. Transformator trójfazowy rdzeniowy (niesymetryczny)

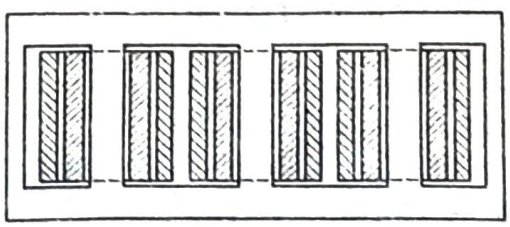


Rys. 3.3. Transformator trójfazowy płaszczowy

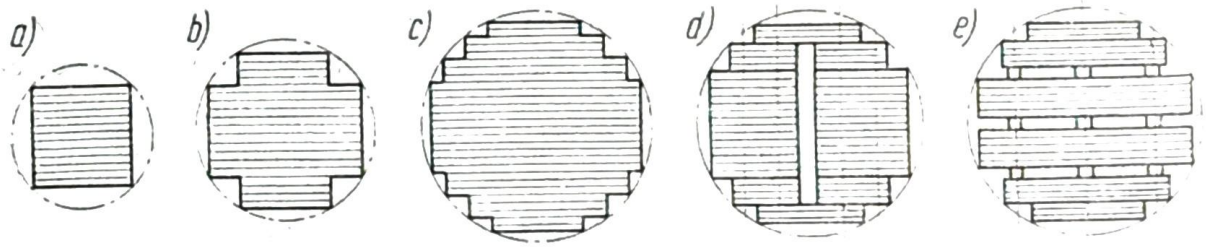
W trójfazowym transformatorze rdzeniowym (rys. 3.2) na każdej kolumnie znajduje się jedno uzwojenie pierwotne i jedno wtórne. Taki transformator nie jest zupełnie symetryczny, gdyż słup środkowy ma mniejszą reluktancję, niż słupy skrajne łącznie z jarzmami (licząc długość drogi strumieni do punktów schodzenia się strumieni), jednak ta niesymetria nie ma istotnego wpływu na pracę transformatora.

Transformator trójfazowy płaszczowy (rys. 3.3) może być również wykonany przez zestawienie trzech transformatorów jednofazowych płaszczowych. Przy przesyłaniu dużych mocy w sieciach trójfazowych o wysokim napięciu stosuje się niekiedy zespoły transformatorów jednofazowych, a czasem transformatory trójfazowe, wykonane jako pięciokolumnowe (rys. 3.4).

Przekrój kolumny (rdzenia) jest zwykle ukształtowany w sposób umożliwiający dobre wykorzystanie cylindrycznej przestrzeni wewnątrz uzwojeń. Małe

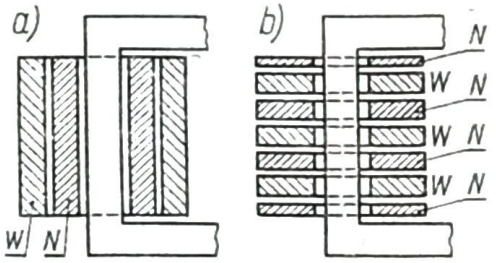


Rys. 3.4. Transformator trójfazowy pięciokolumnowy



Rys. 3.5. Przekroje rdzeni transformatorów: a) kwadratowy; b) krzyżowy; c) schodkowy; d) i e) rdzenie z kanałami chłodzącymi

transformatory mają rdzenie o przekroju kwadratowym (rys. 3.5a) lub krzyżowym (rys. 3.5b), duże — o przekroju schodkowym (rys. 3.5c). Liczba schodków zależy od mocy transformatora i ma wpływ na koszt jego budowy. W transformatorach dużych mocy dla lepszego odprowadzenia ciepła wydzielanego w rdzeniu wykonuje się kanały chłodzące (rys. 3.5d, e).



Rys. 3.6. Uzwojenia transformatorów: a) cylindryczne; b) krążkowe

Uzwojenia mogą być wykonane jako cylindryczne lub krążkowe. W uzwojeniu cylindrycznym (rys. 3.6a) bliżej rdzenia znajduje się uzwojenie niższego napięcia ze względu na łatwiejsze odizolowanie od rdzenia. W uzwojeniu krążkowym cewki wyższego i niższego napięcia są ułożone na przemian (rys. 3.6b) z tym, że obok jarzma znajdują się cewki niższego napięcia.

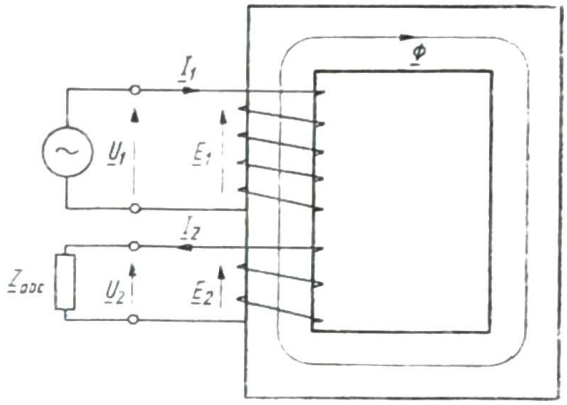
Straty w rdzeniu i uzwojeniach powodują nagrzewanie się transformatorów w czasie ich pracy, co stwarza konieczność odpowiedniego chłodzenia. Małe transformatory są wykonywane jako suche (chłodzone powietrzem), transformatory energetyczne są zwykle chłodzone olejem.

Rdzeń i uzwojenia transformatorów olejowych są zanurzone w kadzi wypełnionej olejem, który ma dobre własności izolacyjne, a jednocześnie, ze względu na znacznie większą od powietrza przewodność cieplną, dobrze odprowadza ciepło z uzwojeń i rdzenia. Olej jest chłodzony przez otaczające powietrze, duże transformatory mają niekiedy specjalne chłodnice wodne lub powietrzne do chłodzenia oleju. Ponieważ olej jest materiałem palnym, wprowadza się ostatnio inne płyny chłodzące, jak np. izolacyjne ciecze syntetyczne lub masę kwarcową.

3.2. ZASADA DZIAŁANIA TRANSFORMATORA

Zasadę działania transformatora wygodnie jest przedstawić na przykładzie transformatora jednofazowego dwuuzwojeniowego (rys. 3.7).

Strona pierwotna jest zasilana ze źródła o napięciu U_1 o częstotliwości f, strona wtórna jest obciążona odbiornikiem. Prądy I_1 i I_2, płynące przez obydwa



Rys. 3.7. Układ transformatora jednofazowego dwuuzwojeniowego (schemat uproszczony)

uzwojenia wytwarzają strumień Φ, który kojarzy się z obu uzwojeniami. Jeśli założymy, że strumień ten jest sinusoidalnie zmienny, czyli że wyraża się funkcją

$$\Phi_t = \Phi \sin \omega t \tag{3.1}$$

gdzie Φ — wartość maksymalna strumienia, to napięcia w obydwu uzwojeniach sprzężonych z tym strumieniem wynoszą

$$e_{1t} = \frac{\mathrm{d}\psi_1}{\mathrm{d}t} = z_1 \frac{\mathrm{d}\Phi_t}{\mathrm{d}t} = z_1 \omega \Phi \cos \omega t \tag{3.2}$$

$$e_{2t} = \frac{\mathrm{d}\psi_2}{\mathrm{d}t} = z_2 \frac{\mathrm{d}\Phi_t}{\mathrm{d}t} = z_2 \omega \Phi \cos \omega t \tag{3.3}$$

a wartości skuteczne tych napięć

$$E_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \Phi \omega z_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \Phi f z_1 = 4{,}44 \Phi f z_1 \tag{3.4}$$

$$E_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \Phi \omega z_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \Phi f z_2 = 4{,}44 \Phi f z_2 \tag{3.5}$$

Jak wynika z zależności (3.1), (3.2) i (3.3), napięcia e_{1t} i e_{2t} są ze sobą w fazie oraz przesunięte w fazie względem strumienia Φ o kąt $\pi/2$. Stosując zapis funkcji sinusoidalnych w postaci liczb zespolonych otrzymujemy

$$\underline{E}_1 = \mathrm{j}4{,}44 \underline{\Phi} f z_1 \tag{3.6}$$

$$\underline{E}_2 = \mathrm{j}4{,}44 \underline{\Phi} f z_2 \tag{3.7}$$

Z (3.6) i (3.7) wynika, że stosunek napięć indukowanych E_1 i E_2 jest równy stosunkowi liczby zwojów z_1 i z_2

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{z_1}{z_2} = \vartheta_z \tag{3.8}$$

Wielkość ϑ_z nazywamy przekładnią zwojową transformatora i jest ona równa w rozpatrywanym transformatorze jednofazowym stosunkowi napięć znamionowych U_1 i U_2, zwanemu przekładnią napięciową.

Można przyjąć w przybliżeniu, że moc pozorna S_1 po stronie pierwotnej i moc pozorna S_2 po stronie wtórnej są sobie równe. Otrzymujemy wówczas zależność

$$U_1 I_1 = U_2 I_2 \tag{3.9}$$

skąd

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{U_1}{U_2} = \vartheta_z \tag{3.10}$$

Stosunek prądów jest więc odwrotnością stosunku napięć. Jeżeli strona pierwotna jest stroną wyższego, a strona wtórna niższego napięcia, to widać, że prąd I_2 jest większy od I_1 i w ten sposób transformator pobiera moc przy wyższym napięciu i mniejszym prądzie, a oddaje moc przy niższym napięciu i większym prądzie.

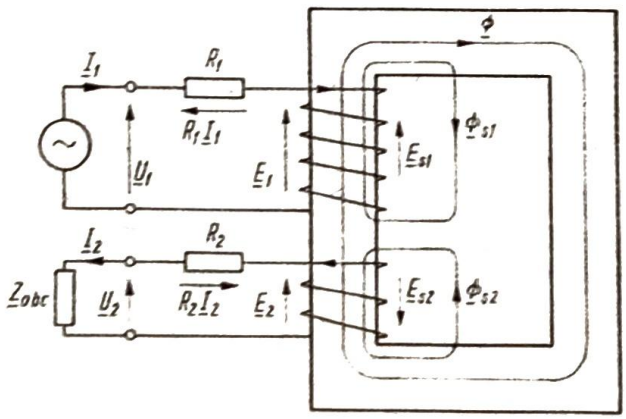
Należy zwrócić uwagę, że dla strony pierwotnej przyjęto strzałkowanie odbiornikowe napięcia U_1 i prądu I_1, zaś dla strony wtórnej nadajnikowe strzałkowanie napięcia U_2 i prądu I_2. W rozdz. 3.8 zostanie przyjęty inny sposób strzałkowania.

Przy omawianiu zasady działania transformatora przyjęliśmy, że jedynym strumieniem jest strumień Φ, kojarzący się z obu uzwojeniami, pominęliśmy też rezystancje uzwojeń i straty w stali i w miedzi. Dla pełniejszej analizy pracy transformatora należy uwzględnić również te czynniki, gdyż odgrywają one dość znaczną rolę. Rozpatrzymy stan obciążenia oraz dwa szczególne stany pracy: stan jałowy (gdy $I_2 = 0$) oraz stan zwarcia (gdy $U_2 = 0$).

3.3. ANALIZA PRACY TRANSFORMATORA JEDNOFAZOWEGO

3.3.1. Równania napięć i prądów przy obciążeniu

W rzeczywistym transformatorze, obciążonym po stronie wtórnej trzeba uwzględnić, że prądy uzwojeń wytwarzają nie tylko strumień główny Φ, zamykający się przez rdzeń i kojarzący się z obydwu uzwojeniami transformatora — jak na rys. 3.7, ale



Rys. 3.8. Układ transformatora jednofazowego dwuuzwojeniowego

również strumienie Φ_{s1} i Φ_{s2}, z których każdy jest skojarzony tylko z jednym uzwojeniem (rys. 3.8). Strumienie te nazywamy **strumieniami rozproszonymi**. Indukują one w obu uzwojeniach **napięcia rozproszenia**, określone zależnościami

$$E_{s1} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \Phi_{s1} f z_1 = 4{,}44 \Phi_{s1} f z_1 \tag{3.11}$$

$$E_{s2} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \Phi_{s2} f z_2 = 4{,}44 \Phi_{s2} f z_2 \tag{3.12}$$

Strumienie rozproszone Φ_{s1} i Φ_{s2} są proporcjonalne i są w fazie z odpowiednimi prądami I_1 i I_2

$$\underline{\Phi}_{s1} = \sqrt{2}\,\underline{I}_1 z_1 \Lambda_{s1} \tag{3.13}$$

$$\underline{\Phi}_{s2} = \sqrt{2}\,\underline{I}_2 z_2 \Lambda_{s2} \tag{3.14}$$

a że napięcia (przy przyjętym strzałkowaniu) wyprzedzają w fazie strumienie, więc można je wyrazić w zapisie symbolicznym związkami

$$\underline{E}_{s1} = \mathrm{j}\,2\pi f z_1^2 \underline{I}_1 \Lambda_{s1} = \mathrm{j}\,X_{s1} \underline{I}_1 \tag{3.15}$$

$$\underline{E}_{s2} = \mathrm{j}\,2\pi f z_2^2 \underline{I}_2 \Lambda_{s2} = \mathrm{j}\,X_{s2} \underline{I}_2 \tag{3.16}$$

Przy uwzględnieniu rezystancji obydwu uzwojeń R_1 i R_2 wystąpią spadki napięć $R_1\underline{I}_1$ oraz $R_2\underline{I}_2$, które wchodzą do bilansu napięć obu stron transformatora. Stosując system strzałkowania jak na rys. 3.8, można napisać równania napięć pierwotnych i wtórnych

$$\underline{U}_1 = \underline{E}_1 + R_1 \underline{I}_1 + \mathrm{j}\,X_{s1} \underline{I}_1 \tag{3.17}$$

$$\underline{U}_2 = \underline{E}_2 - R_2 \underline{I}_2 - \mathrm{j}\,X_{s2} \underline{I}_2 \tag{3.18}$$

Przepływy obydwu uzwojeń dają wypadkowy przepływ Θ_0, który jest geometryczną różnicą przepływów Θ_1 i Θ_2

$$\underline{\Theta}_0 = \underline{\Theta}_1 - \underline{\Theta}_2 \tag{3.19}$$

Jeżeli przepływy Θ_1 i Θ_2 wyrazi się przez prądy I_1 i I_2, a przepływ Θ_0 przez pewien prąd I_0, płynący w uzwojeniu o liczbie zwojów z_1, to otrzymamy zależność

$$\sqrt{2}\,\underline{I}_0 z_1 = \sqrt{2}\,I_1 z_1 - \sqrt{2}\,\underline{I}_2 z_2 \tag{3.20}$$

Dzieląc ją obustronnie przez $\sqrt{2}\,z_1$, otrzymujemy

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_1 - \underline{I}_2 \frac{z_2}{z_1} \tag{3.21}$$

Oznaczmy przez $\underline{I}'_2$ prąd $\underline{I}_2$ pomnożony przez stosunek liczby zwojów z_2 i z_1, czyli podzielony przez przekładnię zwojową

$$\underline{I}'_2 = \underline{I}_2 \frac{z_2}{z_1} = \frac{1}{\vartheta_z} \underline{I}_2 \tag{3.22}$$

Prąd $\underline{I}_2'$ jest to prąd wtórny, przeliczony na stronę pierwotną, czyli prąd wtórny zastępczego transformatora o przekładni zwojowej równej jedności. Równanie prądów ma teraz postać

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_1 - \underline{I}_2' \tag{3.23}$$

Podobnie jak prądy, przeliczymy napięcia. Zgodnie ze wzorem (3.8)

$$\underline{E}_1 = \underline{E}_2 \frac{z_1}{z_2} = \underline{E}_2 \vartheta_z \tag{3.24}$$

wprowadzimy obliczeniową wartość napięcia $\underline{E}_2'$ równą $\underline{E}_1$, czyli

$$\underline{E}_2' = \underline{E}_2 \vartheta_z \tag{3.25}$$

Pomnóżmy równanie (3.18) obustronnie przez ϑ_z, a iloczyny $R_2\underline{I}_2$ i $X_{s2}\underline{I}_2$ pomnóżmy i podzielmy przez ϑ_z

$$\underline{U}_2 \vartheta_z = \underline{E}_2 \vartheta_z - R_2 \underline{I}_2 \vartheta_z \frac{\vartheta_z}{\vartheta_z} - \mathrm{j} X_{s2} I_2 \vartheta_z \frac{\vartheta_z}{\vartheta_z} \tag{3.26}$$

Przyjmując

$$R_2' = R_2 \vartheta_z^2; \qquad X_{s2}' = X_{s2} \vartheta_z^2 \tag{3.27}$$

otrzymamy równanie (3.26) w postaci

$$\underline{U}_2' = \underline{E}_2' - R_2' \underline{I}_2' - \mathrm{j} X_{s2}' \underline{I}_2' \tag{3.28}$$

Przyjęty sposób przeliczenia parametrów, wynikający z równania przepływów oraz stosunku napięć indukowanych, prowadzi do takich parametrów przeliczeniowych na stronę pierwotną, że moce (czynne, bierne i pozorne), liczone dla parametrów rzeczywistych i przeliczonych strony wtórnej, są takie same. Istotnie, otrzymujemy

$$U_2' I_2' = U_2 \vartheta_z \frac{1}{\vartheta_z} I_2 = U_2 I_2 \tag{3.29}$$

$$R_2' I_2'^2 = R_2 \vartheta_z^2 \left(\frac{1}{\vartheta_z} I_2\right)^2 = R_2 I_2^2 \tag{3.30}$$

$$X_{s2}' I_2'^2 = X_{s2} \vartheta_z^2 \left(\frac{1}{\vartheta_z} I_2\right)^2 = X_{s2} I_2^2 \tag{3.31}$$

Równanie prądów (3.23) oraz dwa równania napięć (3.17) i (3.28) stanowią podstawę do dalszej analizy pracy transformatora.

3.3.2. Układ zastępczy i wykres wskazowy

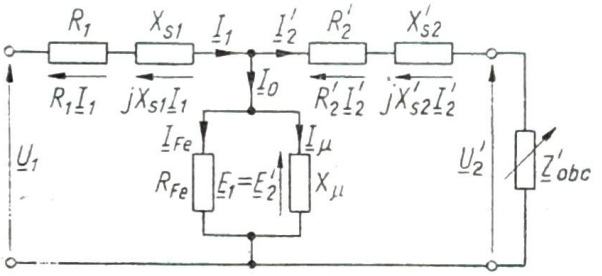
Strumień główny Φ, indukujący napięcia E_1 i E_2, jest opóźniony w fazie względem tych napięć o kąt $\pi/2$ zgodnie z zależnością

$$\underline{E}_1 = \underline{E}_2' = \mathrm{j} \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \underline{\Theta} f z_1 \tag{3.32}$$

Składową prądu I_0, która jest w fazie ze strumieniem, nazywa się prądem magnesującym I_μ. Napięcia indukowane można wyrazić w postaci

$$\underline{E}_1 = \underline{E}_2' = \mathrm{j}\frac{2\pi}{\sqrt{2}}\sqrt{2}\,\underline{I}_\mu z_1^2 \Lambda f = \mathrm{j}X_\mu \underline{I}_\mu \tag{3.33}$$

Napięcie E_1 można więc przedstawić jako napięcie na reaktancji X_μ, przez którą płynie prąd I_μ (rys. 3.9). Ponieważ straty w rdzeniu są proporcjonalne do kwadratu indukcji, a więc do kwadratu napięcia E_1, można je przedstawić jako straty w pew-



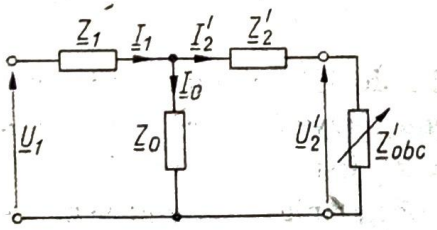
Rys. 3.9. Układ zastępczy transformatora (szczegółowy)

nym elemencie rezystancyjnym, przez który płynie prąd proporcjonalny do napięcia E_1. Ten prąd I_{Fe} jest to składowa czynna prądu I_0, podobnie jak prąd I_μ jest jego składową bierną.

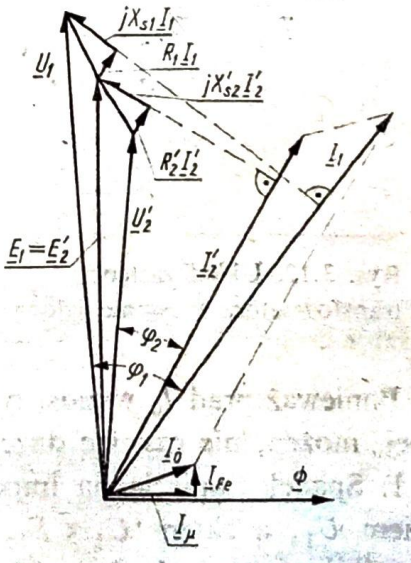
Na podstawie (3.17), (3.23) i (3.27) można uzupełnić układ zastępczy elementami R_1, X_{s1}, R_2' i X_{s2}', przez które płyną odpowiednio prądy I_1 i I_2'.

Przedstawiony układ zastępczy jest opisany tymi samymi równaniami, którymi opisuje się rzeczywisty transformator. Gałąź poprzeczną układu zastępczego można przedstawić w postaci impedancji zastępczej Z_0, składającej się z szeregowego układu rezystancji R_0 i reaktancji X_0, gdzie

$$R_0 = \frac{R_{Fe}X_\mu^2}{R_{Fe}^2 + X_\mu^2} \tag{3.34}$$



Rys. 3.10. Układ zastępczy transformatora (scalony)



Rys. 3.11. Wykres wskazowy prądów i napięć transformatora

$$X_0 = \frac{R_{Fe}^2 X_\mu}{R_{Fe}^2 + X_\mu^2} \tag{3.35}$$

Przedstawiając podobnie parametry gałęzi podłużnej układu w postaci impedancji

$$\underline{Z}_1 = R_1 + \mathrm{j} X_{s1} \tag{3.36}$$

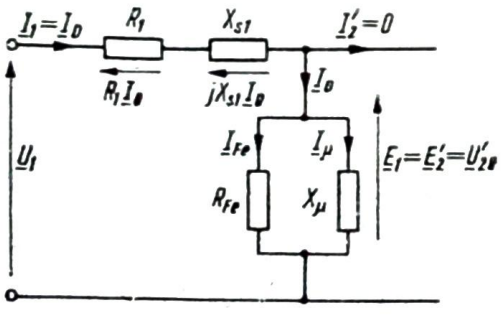
$$\underline{Z}'_2 = R'_2 + \mathrm{j} X'_{s2} \tag{3.37}$$

można narysować układ zastępczy w bardzo prostej postaci, jak na rys. 3.10.

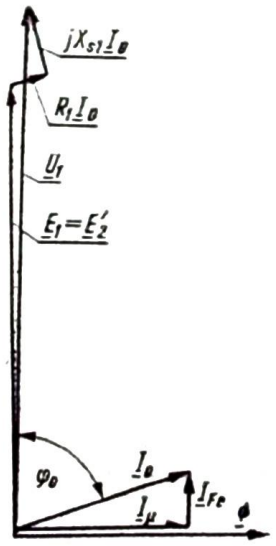
Na podstawie równań napięć i układu zastępczego można łatwo skonstruować wykres wskazowy prądów i napięć (rys. 3.11). Dla pewnego strumienia $\underline{\Phi}$ można wyrysować obie składowe prądów $\underline{I}_\mu$ i $\underline{I}_{Fe}$, a dla określonego prądu obciążenia $\underline{I}'_2$ można znaleźć prąd $\underline{I}_1$ jako sumę prądów $\underline{I}_0$ i $\underline{I}'_2$. Napiecia $\underline{U}_1$ i $\underline{U}''_2$ otrzymuje się dodając do $\underline{E}_1 = \underline{E}'_2$ odpowiednie spadki napięcia na impedancjach $\underline{Z}_1$ i $\underline{Z}'_2$. Te spadki napięcia są w zwykłych transformatorach energetycznych bardzo małe i wynoszą tylko ok. 2—3% napięcia U_1; na rys. 3.11 zostały one wyrysowane dla przejrzystości w wielokrotnym powiększeniu.

3.3.3. Stan jałowy

W stanie jałowym strona wtórna transformatora jest rozwarta, czyli $\underline{I}_2 = 0$. Wynika stąd, że $\underline{U}_2 = \underline{E}_2$, a prąd pobierany z sieci jest równy prądowi gałęzi poprzecznej $\underline{I}_0$ (rys. 3.12). Pełny wykres wskazowy stanu jałowego przedstawia rys. 3.13.



Rys. 3.12. Układ zastępczy transformatora w stanie jałowym



Rys. 3.13. Wykres wskazowy transformatora w stanie jałowym

Ponieważ prąd I_0 wynosi tylko od 3 do 12% prądu znamionowego strony pierwotnej, można, nie czyniąc dużego błędu, przyjąć następujące uproszczenia:

1. Spadek napięcia na impedancji Z_1 jest do pominięcia w porównaniu z napięciem U_1, a zatem $U_1 \approx E_1$. Przy obciążeniu znamionowym wymieniony spadek napięcia wynosi ok. 2 do 3% napięcia U_1, w stanie jałowym zaś tylko ok. 0,05 do 0,4% napięcia znamionowego, jest to więc wartość mieszcząca się zwykle

w granicach błędu pomiarów i obliczeń. Stąd stosunek napięć U_1 i U_2 na zaciskach transformatora może być przyjęty w stanie jałowym jako stosunek napięć indukowanych E_1 i E_2, a więc jest równy przekładni zwojowej (równej w tym przypadku przekładni napięciowej)

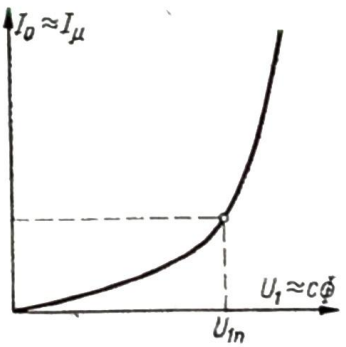
$$\frac{U_1}{U_2} \approx \frac{E_1}{E_2} = \vartheta_z = \vartheta_u \tag{3.38}$$

2. Moc strat w rezystancji uzwojenia pierwotnego ΔP_{Cu0} jest do pominięcia w porównaniu z mocą strat w rdzeniu. W warunkach znamionowych moce ΔP_{Cu} i ΔP_{Fe} są sobie w przybliżeniu równe, natomiast w stanie jałowym moc strat w miedzi, jako proporcjonalna do kwadratu prądu, stanowi tylko ułamek procentu w stosunku do strat w rdzeniu. Można więc przyjąć, że

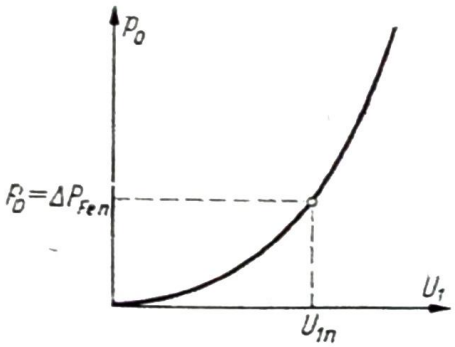
$$P_0 = \Delta P_{Fe} \tag{3.39}$$

Prąd $\underline{I}_0$ zawiera więc składową bierną $\underline{I}_\mu$, wytwarzającą strumień $\underline{\Phi}$ (rys. 3.13) oraz składową czynną $\underline{I}_{Fe}$, reprezentującą straty w rdzeniu. Praktycznie prąd $\underline{I}_0$ jest co do wartości skutecznej równy prądowi magnesującemu I_μ, gdyż współczynnik mocy jest bardzo mały (rzędu 0,1). Spadki napięcia na rezystancji R_1 i reaktancji X_{s1} są na wykresie (rys. 3.13) narysowane w znacznym powiększeniu.

W pełnym układzie zastępczym (rys. 3.12) wszystkie parametry mogą być przyjęte jako stałe oprócz reaktancji X_μ, która zależy od stanu nasycenia rdzenia. Ponieważ napięcie U_1 jest prawie równe napięciu E_1, które jest proporcjonalne do strumienia, a prąd I_0 jest prawie równy prądowi I_μ, można wyznaczyć charakterystykę magnesowania $\Phi = f(I_\mu)$ jako zależność $U_1 = f(I_0)$, otrzymaną z pomiarów w stanie jałowym, przy regulowanym napięciu i stałej częstotliwości. Przebieg tej



Rys. 3.14. Charakterystyka stanu jałowego transformatora



Rys. 3.15. Zależność mocy w stanie jałowym transformatora od napięcia U_1 przy stałej częstotliwości

charakterystyki przedstawia rys. 3.14. Moc stanu jałowego P_0, jako moc strat w rdzeniu, jest w przybliżeniu proporcjonalna do kwadratu napięcia (rys. 3.15), gdyż zarówno straty od prądów wirowych jak i histerezowe są przy stałej częstotliwości proporcjonalne do kwadratu indukcji magnetycznej, czyli do kwadratu napięcia.

Jeżeli przy stałym napięciu zmienia się częstotliwość, to trzeba uwzględnić zmianę indukcji magnetycznej. Zgodnie z (3.4) można zapisać, że

$$U_1 = cBf \tag{3.40}$$

czyli, że np. przy stałym napięciu U_1, wzrost f powoduje zmniejszenie się indukcji B. Jeżeli przy częstotliwości znamionowej f_n indukcja wynosi B_n, a straty od prądów wirowych i histerezy ΔP_{wn} i ΔP_{hn}, to przy częstotliwości f i stałym napięciu U_1 otrzymujemy

$$B_n f_n = Bf \tag{3.41}$$

czyli

$$\frac{B}{B_n} = \frac{f_n}{f} \tag{3.42}$$

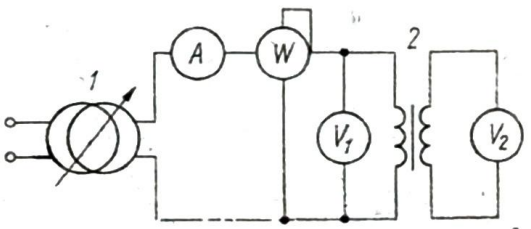
stąd straty od prądów wirowych

$$\Delta P_w = \Delta P_{wn}\left(\frac{B}{B_n}\right)^2\left(\frac{f}{f_n}\right)^2 = \Delta P_{wn}\left(\frac{f_n}{f}\right)^2\left(\frac{f}{f_n}\right)^2 = \Delta P_{wn} \tag{3.43}$$

a straty od histerezy magnetycznej

$$\Delta P_h = \Delta P_{hn}\left(\frac{B}{B_n}\right)^2\frac{f}{f_n} = \Delta P_{hn}\left(\frac{f_n}{f}\right)^2\frac{f}{f_n} = \Delta P_{hn}\frac{f_n}{f} \tag{3.44}$$

Przy stałym napięciu straty od prądów wirowych nie zależą więc od częstotliwości, a straty histerezowe są odwrotnie proporcjonalne do częstotliwości. Wynika stąd, że przy znamionowym napięciu transformatora częstotliwość zasilania może być większa od znamionowej, natomiast zmniejszenie częstotliwości powoduje wzrost strat w rdzeniu.



Rys. 3.16. Układ do pomiarów w stanie jałowym transformatora
1 — transformator regulacyjny,
2 — transformator badany

Na podstawie pomiaru mocy i prądu w stanie jałowym (np. w układzie wg rys. 3.16) można obliczyć parametry gałęzi poprzecznej układu zastępczego transformatora R_{Fe} i X_μ. Pomijając w stanie jałowym straty w miedzi uzwojenia pierwotnego oraz spadki napięcia na rezystancji R_1 i reaktancji X_{s1} otrzymujemy

$$P_0 = I_{Fe}^2 R_{Fe} \tag{3.45}$$

$$U_1 = I_\mu X_\mu \tag{3.46}$$

A ponieważ

$$I_{Fe} = \frac{P_0}{U_1} \tag{3.47}$$

oraz

$$I_\mu = \sqrt{I_0^2 - I_{Fe}^2} \tag{3.48}$$

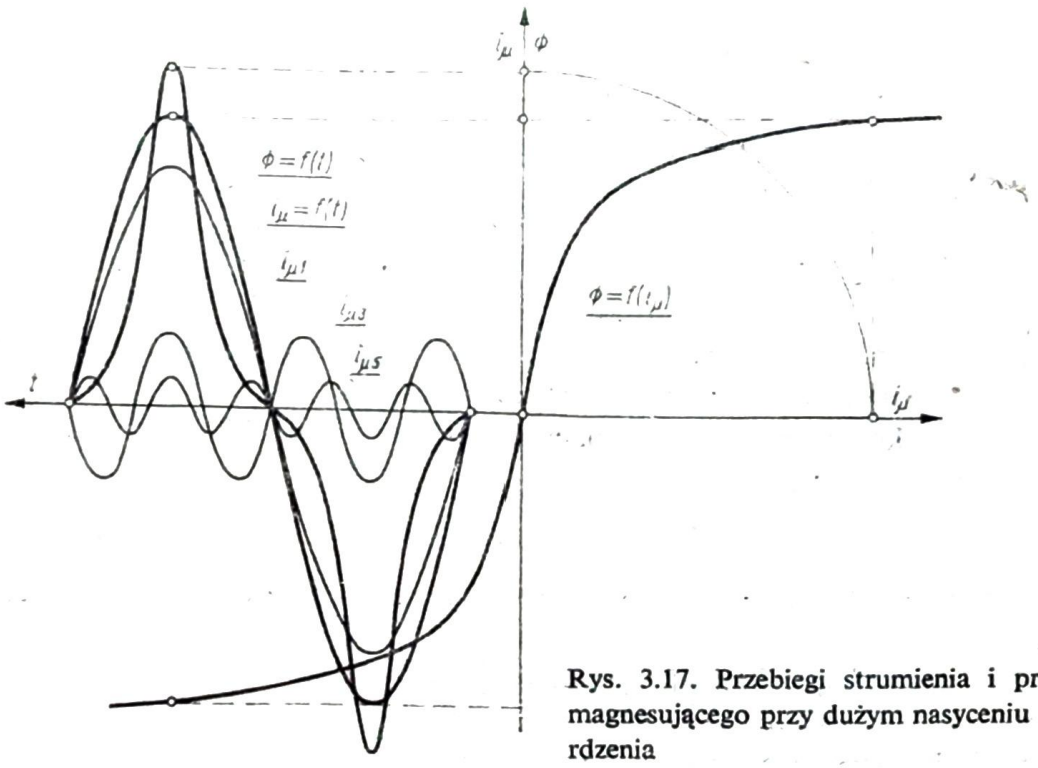
więc

$$R_{Fe} = \frac{U_1^2}{P_0} \tag{3.49}$$

$$X_\mu = \frac{U_1}{\sqrt{I_0^2 - I_{Fe}^2}} = \frac{U_1^2}{\sqrt{(U_1 I_0)^2 - P_0^2}} \tag{3.50}$$

3.3.4. Przebiegi prądu i strumienia w stanie jałowym

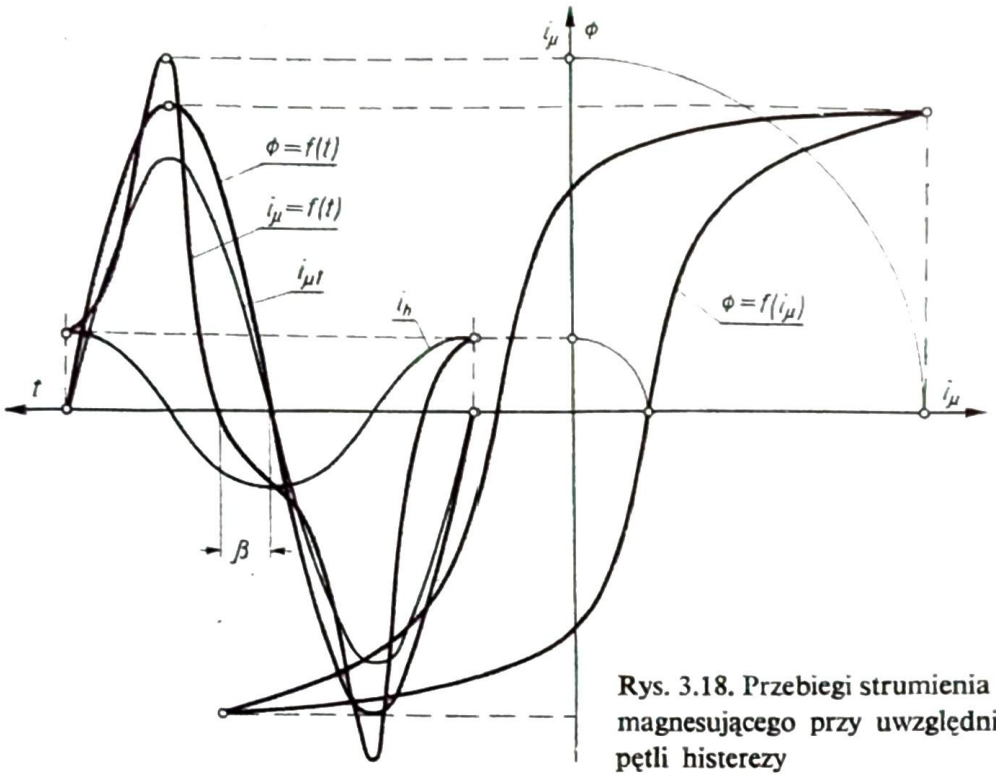
Przy zasilaniu transformatora napięciem U_1 sinusoidalnie zmiennym można przyjąć, że zarówno napięcie E_1 jak i strumień zmieniają się sinusoidalnie. Jeżeli transformator pracuje przy małym nasyceniu stali (czyli na liniowej części charakterystyki magnesowania), to prąd magnesujący jest również sinusoidalnie zmienny. Gdy jednak amplituda strumienia osiąga wartości przekraczające liniową część charakterystyki magnesowania (rys. 3.17), wówczas prąd magnesujący I_μ (a więc również prąd stanu jałowego I_0) nie jest sinusoidalnie zmienny.



Rys. 3.17. Przebiegi strumienia i prądu magnesującego przy dużym nasyceniu rdzenia

Przebieg czasowy prądu magnesującego można określić, wyznaczając wartości chwilowe prądu I_μ dla kolejnych wartości sinusoidalnie zmiennego w czasie strumienia Φ, przenosząc te punkty przez charakterystykę magnesowania.

Odkształcony przebieg prądu magnesującego zawiera prócz harmonicznej podstawowej (o częstotliwości f) także wyższe harmoniczne, z których najwyraźniej występuje trzecia i piąta. Amplitudy prądów harmonicznych wyższych rzędów są już bardzo małe i nie odgrywają praktycznie żadnej roli.



Rys. 3.18. Przebiegi strumienia i prądu magnesującego przy uwzględnieniu pętli histerezy

Jeżeli uwzględni się pętlę histerezy magnetycznej, to przebieg prądu jest odkształcony tak, jak to pokazano na rys. 3.18. Prąd jest odkształcony od sinusoidy i przesunięty względem krzywej $\Phi(t)$ o kąt β. Jeżeli z tego prądu wyodrębni się składową sinusoidalną I_h, przesuniętą o $\pi/2$ względem strumienia, to otrzyma się prąd odkształcony tak jak na rys. 3.17.

Prąd I_h jest prądem strat histerezowych, a więc jest on w fazie z napięciem E, wyprzedzającym strumień Φ o kat $\pi/2$. Prąd ten, powiększony dodatkowo o prąd strat wirowych, jest to prąd strat w stali I_{Fe}, wspomniany już przy omawianiu układów zastępczych i wykresów wskazowych.

Całkowity prąd magnesujący jest sumą prądów składowych harmonicznych rzędów niepaizystych

$$i_\mu = I_{\mu 1m}\sin\omega t - I_{\mu 3m}\sin 3\omega t + I_{\mu 5m}\sin 5\omega t - \ldots \tag{3.51}$$

Amplituda prądu magnesującego jest sumą amplitud prądów harmonicznych

$$I_{\mu m} = I_{\mu 1m} + I_{\mu 3m} + I_{\mu 5m} + \ldots = \sum_{\nu=1}^{\infty} I_{\mu \nu m} \tag{3.52}$$

wartość skuteczną tego prądu określa wzór

$$I_\mu = \sqrt{I_{\mu 1}^2 + I_{\mu 3}^2 + I_{\mu 5}^2} + \ldots = \sqrt{\sum_{\nu=1}^{\infty} I_{\mu\nu}^2} \tag{3.53}$$

gdzie ν — rząd harmonicznych, stanowiący szereg naturalnyeh liczb nieparzystych.

Wprowadzając oznaczenie

$$n_\nu = \frac{I_{\mu \nu m}}{I_{\mu 1m}} \tag{3.54}$$

otrzymujemy

$$I_{\mu m} = I_{\mu 1 m} \sum_{\nu=1}^{\infty} n_\nu \tag{3.55}$$

oraz

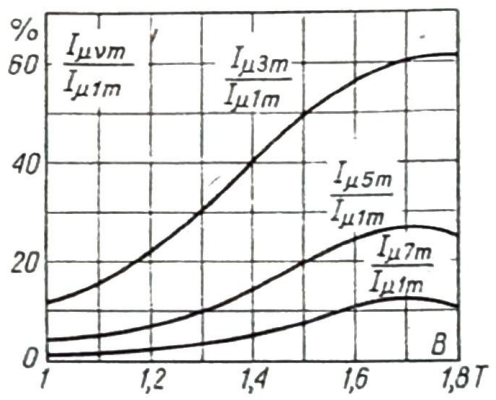
$$I_\mu = \frac{I_{\mu 1 m}}{\sqrt{2}} \sqrt{\sum_{\nu=1}^{\infty} n_\nu^2} \tag{3.56}$$

Stosunek wartości maksymalnej do wartości skutecznej prądu, zwany współczynnikiem szczytu krzywej prądu magnesującego, wynosi

$$k_s = \frac{I_{\mu m}}{I_\mu} = \sqrt{2}\, \frac{\sum_{\nu=1}^{\infty} n_\nu}{\sum_{\nu=1}^{\infty} n_\nu^2} \tag{3.57}$$

natomiast współczynnik kształtu, jako stosunek wartości skutecznej pierwszej harmonicznej do wartości skutecznej prądu I_μ, określa wzór

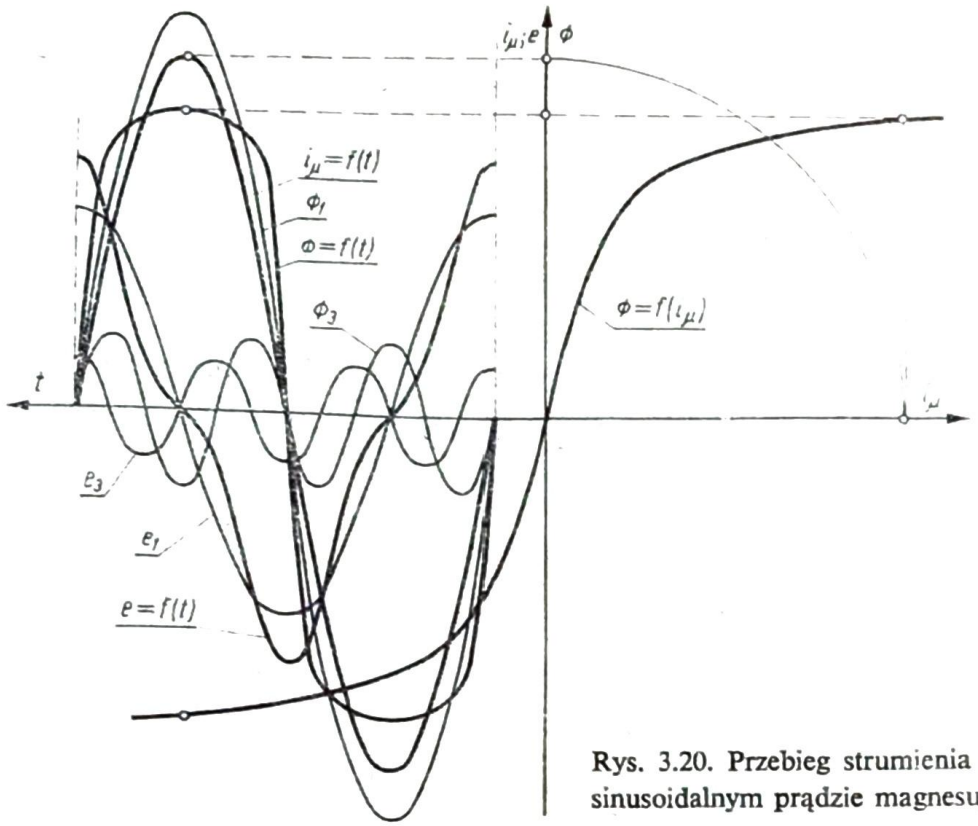
$$k_k = \frac{I_{\mu 1}}{I_\mu} = \frac{\frac{I_{\mu 1 m}}{\sqrt{2}}}{\frac{I_{\mu 1 m}}{\sqrt{2}} \sqrt{\sum_{\nu=1}^{\infty} n_\nu^2}} = \frac{1}{\sqrt{\sum_{\nu=1}^{\infty} n^2}} \tag{3.58}$$



Rys. 3.19. Stosunek amplitud poszczególnych harmonicznych i pierwszej harmonicznej prądu magnesującego dla blachy transformatorowej (przebiegi orientacyjne)

Amplitudy poszczególnych harmonicznych zależą od stanu nasycenia rdzenia i gatunku stali. Na rys. 3.19 podano orientacyjne przebiegi stosunku amplitud poszczególnych harmonicznych do amplitudy pierwszej harmonicznej prądu magnesującego dla przykładowo wybranej blachy transformatorowej.

Gdyby prąd magnesujący miał przebieg sinusoidalny w funkcji czasu, czyli nie zawierał wyższych harmonicznych, to na skutek nasycenia obwodu magnetycznego przebieg czasowy strumienia magnetycznego (i indukcji magnetycznej) byłby spłaszczony w porównaniu z przebiegiem sinusoidalnym (rys. 3.20). Taka spłaszczona krzywa strumienia zawiera wyższe harmoniczne, spośród których najwyraźniej występuje trzecia harmoniczna. Każda z tych harmonicznych strumienia indukuje własne napięcie sinusoidalne, w wyniku czego otrzymuje się w sumie napięcie indu-



Rys. 3.20. Przebieg strumienia przy sinusoidalnym prądzie magnesującym

kowane e, o przebiegu pokazanym na rys. 3.20 (podobnym do przebiegu prądu na rys. 3.17). Harmoniczne strumieni i napięć indukowanych są harmonicznymi czasowymi o częstotliwości vf. Wyższe harmoniczne prądów, napięć i strumieni odgrywają dużą rolę w silnie nasyconych transformatorach trójfazowych.

3.3.5. Stan zwarcia

Jeżeli impedancja obciążenia transformatora jest równa zeru, to stan taki nazywa się stanem zwarcia. Przy zasilaniu transformatora napięciem znamionowym prądy strony pierwotnej i wtórnej byłyby ok. 20 razy większe od znamionowych, więc można pominąć prąd gałęzi poprzecznej I_0.

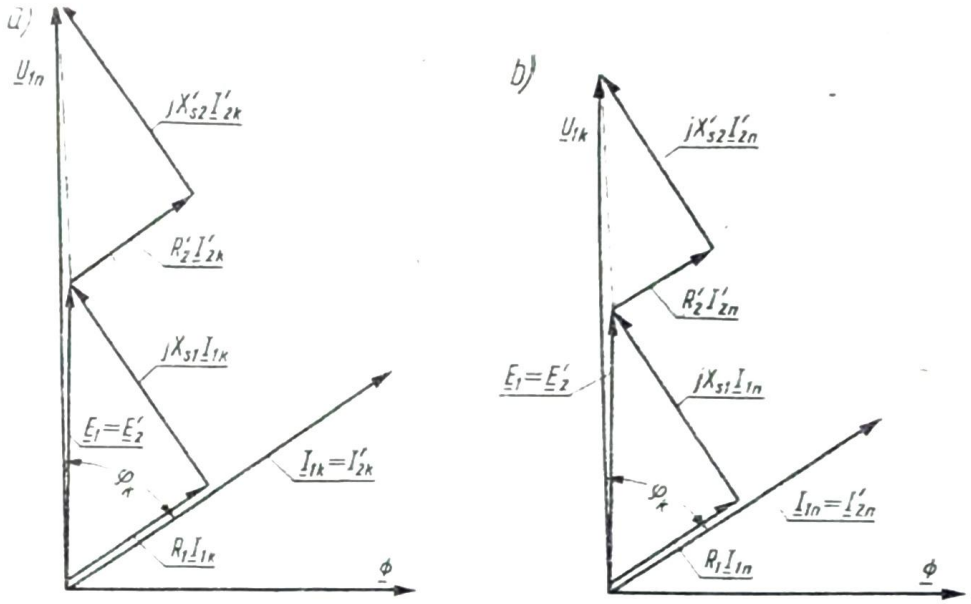
Pomiar stanu zwarcia przeprowadza się przy zasilaniu strony pierwotnej takim napięciem, że wywołane nim prądy mają wartości znamionowe. Jest to tzw. *normalny stan zwarcia*, a napięcie, przy którym płyną prądy znamionowe przy zwartym uzwojeniu wtórnym nazywa się znamionowym napięciem zwarcia U_k.

W normalnym stanie zwarcia napięcie U_k wynosi zwykle kilka procent napięcia znamionowego U_n, stąd strumień i straty w rdzeniu są bardzo małe w porównaniu ze strumieniem i stratami w stanie znamionowym, a co za tym idzie można również pominąć gałąź poprzeczną układu zastępczego i prąd I_0 ($X_\mu = \infty$, $R_{Fe} = \infty$). Dla zwarcia przy znamionowym napięciu U_{1n} można zatem napisać równania napięć i prądów w postaci

$$\underline{U}_{1n} = \underline{E}_1 + R_1 \underline{I}_{1k} + \mathrm{j} X_{s1} \underline{I}_{1k} \tag{3.59}$$

$$0 = \underline{E}'_2 - R'_2 \underline{I}'_{2k} - \mathrm{j} X'_{s2} \underline{I}'_{2k} \tag{3.60}$$

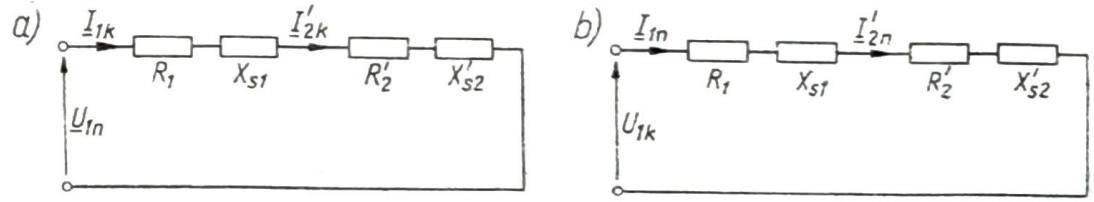
$$\underline{I}_{1k} = \underline{I}'_{2k} \tag{3.61}$$



Rys. 3.21. Wykres wskazowy transformatora w stanie zwarcia przy zasilaniu: a) napięciem znamionowym U_{1n}; b) napięciem zwarcia U_k (w każdym wykresie zastosowano inną skalę dla prądów i napięć, gdyż zwykle $U_{1n} \gg U_{1k}$, $I_{1k} \gg I_{1n}$)

Wykres wskazowy i układ zastępczy, odpowiadające tym równaniom, przedstawiają rys. 3.21a i 3.22a.

Przy zasilaniu transformatora w stanie zwarcia znamionowym napięciem zwarcia U_k płyną prądy znamionowe I_{1n} i I_{2n} (rys. 3.21b i 3.22b).



Rys. 3.22. Układ zastępczy transformatora w stanie zwarcia przy zasilaniu: a) napięciem znamionowym U_{1n}; b) napięciem zwarcia U_k

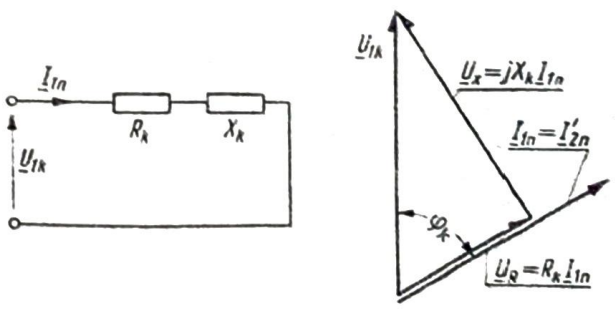
W układzie zastępczym transformatora (rys. 3.22) pozostały więc tylko połączone w szereg rezystancje R_1 i R'_2 oraz reaktancje rozproszenia X_{s1} i X'_{s2}.

Sumy odpowiednich elementów

$$R_k = R_1 + R'_2 \tag{3.62}$$

$$X_k = X_{s1} + X'_{s2} \tag{3.63}$$

nazywa się rezystancją zwarcia (R_k) i reaktancją zwarcia (X_k).



Rys. 3.23. Uproszczony układ zastępczy i wykres wskazowy stanu zwarcia transformatora

Całkowita impedancja obwodu w stanie zwarcia nazywa się impedancją zwarcia transformatora

$$Z_k = R_k + jX_k \tag{3.64}$$

Uproszczony układ zastępczy zwarcia przy zasilaniu napięciem zwarcia i odpowiadający mu wykres wskazowy przedstawiono na rys. 3.23.

Napięcie zwarcia jest zatem geometryczną sumą spadków napięć na rezystancji i reaktancji zwarcia przy prądzie znamionowym

$$U_k = \sqrt{U_R^2 + U_X^2} \tag{3.65}$$

gdzie

$$\underline{U}_R = R_k \underline{I}_{1n} \tag{3.66}$$

$$\underline{U}_X = j X_k \underline{I}_{1n} \tag{3.67}$$

Przy zasilaniu transformatora napięciem zwarcia prąd określony jest zależnością

$$I_{1n} = \frac{U_{1k}}{Z_k} \tag{3.68}$$

a przy napięciu znamionowym

$$I_{1k} = \frac{U_{1n}}{Z_k} \tag{3.69}$$

Dzieląc stronami równania (3.69) i (3.68) otrzymujemy

$$\frac{I_{1k}}{I_{1n}} = \frac{U_{1n}}{U_{1k}} \tag{3.70}$$

Prąd zwarcia przy zasilaniu napięciem znamionowym jest zatem tyle razy większy od prądu znamionowego, ile razy jest większe napięcie znamionowe od napięcia zwarcia. Zwykle w transformatorach energetycznych (o napięciu znamionowym do 20 kV) napięcie zwarcia wynosi ok. 4,5% napięcia znamionowego, stąd prąd zwarcia przy napięciu znamionowym jest około 20—25 razy większy od prądu znamionowego.

Moc pobierana przez transformator w stanie zwarcia przy zasilaniu napięciem zwarcia jest praktycznie równa mocy strat w miedzi w warunkach znamionowych. Wynika to stąd, że prądy obu uzwojeń są równe znamionowym, natomiast straty w rdzeniu można pominąć, gdyż strumień jest bardzo mały.

Przyjmijmy, że zgodnie z rys. 3.21, napięcie indukowane w stanie zwarcia jest ok. dwukrotnie mniejsze od napięcia zasilania. Jeżeli więc napięcie zwarcia wynosi np. 5% napięcia znamionowego, to napięcie indukowane E_1 wynosi ok. 2,5% napięcia znamionowego, a zatem strumień wynosi ok. 2,5% strumienia, jaki występuje w stanie jałowym lub znamionowym. Straty w rdzeniu można oszacować jako proporcjonalne do kwadratu strumienia; wynoszą one ok. 0,06% strat w rdzeniu w warunkach znamionowych, można je więc w stanie zwarcia całkowicie pominąć. Pomijając również straty w izolacji można przyjąć, że

$$P_k = \Delta P_{Cun} = I_{1n}^2 R_1 + I_{2n}^2 R_2 \tag{3.71}$$

Ponieważ straty w miedzi strony wtórnej obliczone dla prądu I_{2n} i rezystancji R_2 są równe stratom wyrażonym przez prąd przeliczony na stronę pierwotną I'_{2n} i rezystancję R'_2

$$I_{2n}^2 R_2 = I_{2n}'^2 R'_2 \tag{3.72}$$

zatem

$$P_k = I_{1n}^2 R_1 + I_{2n}'^2 R'_2 \tag{3.73}$$

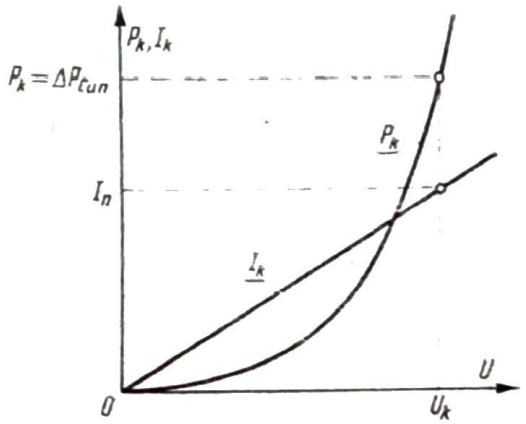
Ponieważ zaś w stanie zwarcia można przyjąć, że $I_{1n} = I'_{2n}$, można też wyrazić moc w stanie zwarcia przez prąd I_{1n} i rezystancję zwarcia

$$P_k = I_{1n}^2 (R_1 + R'_2) = I_{1n}^2 R_k \tag{3.74}$$

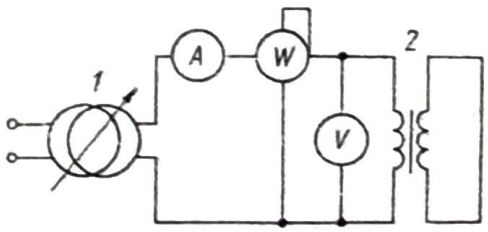
Jest to moc wydzielona w obwodzie przedstawionym na rys. 3.23.

Należy podkreślić, że pomiar zwarcia można przeprowadzić przy zasilaniu dowolnej strony (wyższego lub niższego napięcia), przy czym każdorazowo napięcie zwarcia odnosi się do wartości napiecia znamionowego strony zasilanej.

Ponieważ w *normalnym stanie zwarcia* strumień jest bardzo mały, obwód magnetyczny nie nasyca się, a zatem można przyjąć, że zarówno rezystancja jak reaktancja zwarcia mają stałe wartości. Wynika stąd, że przy zasilaniu transformatora w stanie zwarcia napięciem regulowanym (o stałej częstotliwości), zależność prądu od napięcia jest liniowa, a mocy od napięcia — kwadratowa (rys. 3.24).



Rys. 3.24. Przebieg prądu i mocy w funkcji napięcia w stanie zwarcia transformatora



Rys. 3.25. Układ do pomiarów w stanie zwarcia transformatora
1 — transformator regulacyjny,
2 — transformator badany

Układ do pomiaru napięcia, prądu i mocy w stanie zwarcia ilustruje rysunek 3.25.

Na podstawie *normalnego stanu zwarcia* można obliczyć impedancję zwarcia

$$Z_k = \frac{U_k}{I_n} \tag{3.75}$$

i rezystancję zwarcia

$$R_k = \frac{\Delta P_{Cun}}{I_n^2} = \frac{P_k}{I_n^2} \tag{3.76}$$

a stąd reaktancję zwarcia

$$X_k = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} \tag{3.77}$$

Zwykle w transformatorach energetycznych można przyjąć, że

$$R_1 = R_2' = \frac{R_k}{2} \tag{3.78}$$

oraz

$$X_{s1} = X_{s2}' = \frac{X_k}{2} \tag{3.79}$$

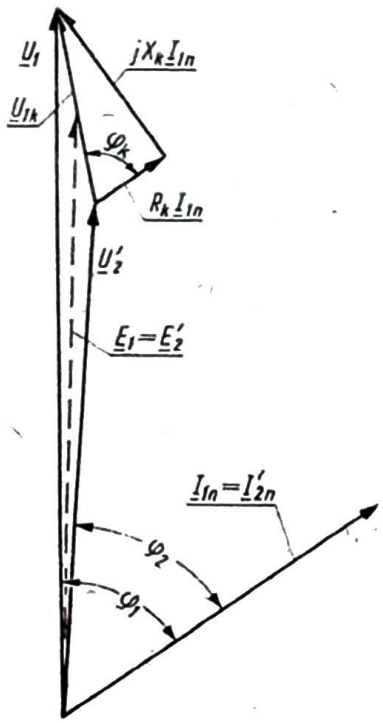
co umożliwia określenie wszystkich elementów gałęzi podłużnej układu zastępczego.

Parametry obliczone na podstawie pomiaru zwarcia należy zawsze przeliczać do temperatury 75°C z uwagi na znaczny wpływ temperatury na wartość rezystancji zwarcia R_k oraz możliwość porównania wyników pomiarów i obliczeń z danymi tabliczki znamionowej.

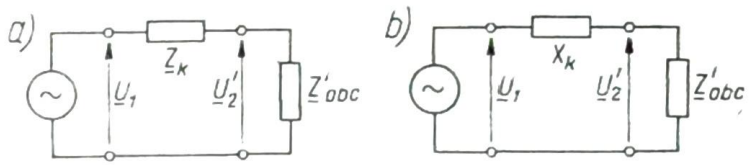
3.3.6. Uproszczony model transformatora w stanie obciążenia

Prąd stanu jałowego transformatora jest zwykle tak mały w stosunku do prądu znamionowego, że w stanie obciążenia można go z reguły pominąć i przyjąć, że $I_1 = I_2'$. Przy takim założeniu trójkąty spadków napięć na rezystancjach oraz reaktancjach rozproszenia strony pierwotnej i wtórnej są identyczne w stanie znamionowym (rys. 3.11) i w *normalnym stanie zwarcia* (rys. 3.21b). Wynika stąd, że w warunkach znamionowych geometryczna suma spadków napięć na rezystancji R_k i reaktancji X_k jest równa znamionowemu napięciu zwarcia U_{1k} (rys. 3.26).

Jeżeli spełniona jest zależność $R_1 = R_2'$ oraz $X_{s1} = X_{s2}'$, to obydwa trójkąty napięć w stanie zwarcia są identyczne, a zatem napięcie $E_1 = E_2'$ jest w przybliżeniu



Rys. 3.26. Uproszczony wykres wskazowy transformatora w stanie obciążenia znamionowego



Rys. 3.27. Uproszczony układ zastępczy transformatora: a) przy pominięciu gałęzi poprzecznej; b) przy pominięciu gałęzi poprzecznej i rezystancji zwarcia

wskazem kończącym się w połowie wskazu znamionowego napięcia zwarcia U_{1k} (rys. 3.26).

Uproszczony wykres wskazowy odpowiada pominięciu gałęzi poprzecznej, a zatem układ zastępczy zawiera teraz tylko impedancję zwarcia Z_k (rys. 3.27c). W dużych transformatorach energetycznych rezystancja zwarcia jest tak mała w stosunku do reaktancji zwarcia, że zwykle się ją pomija i w analizie sieci energetycznych traktuje się transformator jako idealną reaktancję X_k, włączoną szeregowo w linię, przez którą przepływa energia elektryczna (rys. 3.27b).

3.3.7. Wyrażenie parametrów transformatora w wartościach względnych

Przy określaniu własności ruchowych transformatorów wygodnie jest stosować wartości względne (stosunkowe)[1]. Wielkościami odniesienia są tu: moc znamionowa S_n, napięcie znamionowe U_n, prąd znamionowy I_n oraz impedancja znamionowa Z_n, określona jako stosunek znamionowego napięcia do znamionowego prądu

$$Z_n = \frac{U_n}{I_n} \tag{3.80}$$

Parametry układu zastępczego transformatora wyrażają się zależnościami

$$R_{kr} = \frac{R_k}{Z_n} = \frac{R_k I_n}{U_n} = U_{Rr} \tag{3.81}$$

$$X_{kr} = \frac{X_k}{Z_n} = \frac{X_k I_n}{U_n} = U_{Xr} \tag{3.82}$$

$$Z_{kr} = \frac{Z_k}{Z_n} = \frac{Z_k I_n}{U_n} = U_{kr} \tag{3.83}$$

$$X_{\mu r} = \frac{X_\mu}{Z_n} = \frac{X_\mu I_n}{U_n} = \frac{I_n}{\frac{U_n}{X_\mu}} = \frac{I_n}{I_\mu} = \frac{1}{I_{\mu r}} \tag{3.84}$$

$$R_{Fer} = \frac{R_{Fe}}{Z_n} = \frac{R_{Fe} I_n}{U_n} = \frac{I_n}{\frac{U_n}{R_{Fe}}} = \frac{I_n}{I_{Fe}} = \frac{I_n}{I_{Fe}} = \frac{1}{I_{Fer}} \tag{3.85}$$

[1] Zgodnie z normą PN-64/E-01100 wielkości wyrażone w wartościach względnych oznacza się symbolem r (symbol ten pochodzi od łac. wyrazu *relativus* — względny).

Moc względną w stanie jałowym określa zależność

$$P_{0r} = \frac{P_0}{S_n} = \frac{U_n I_0 \cos \varphi_0}{U_n I_n} = I_{0r} \cos \varphi_0 \tag{3.86}$$

lub

$$P_{0r} = \frac{I_{Fe}^2 R_{Fe}}{S_n} = \frac{I_{Fe}^2 R_{Fe}}{\frac{U_n}{I_n} I_n^2} = I_{Fer}^2 R_{Fer} \tag{3.87}$$

Podobnie w stanie zwarcia

$$P_{kr} = \frac{P_k}{S_n} = \frac{U_k I_n \cos \varphi_k}{U_n I_n} = U_{kr} \cos \varphi_k \tag{3.88}$$

lub

$$P_{kr} = \frac{I_n^2 R_k}{U_n I_n} = \frac{I_n R_k}{U_n} = \frac{R_k}{Z_n} = R_{kr} \tag{3.89}$$

Współczynniki mocy określa się związkami

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{U_n I_0} = \frac{P_0 I_n}{U_n I_0 I_n} = \frac{P_{0r}}{I_{0r}} \tag{3.90}$$

co jest zgodne również ze wzorem (3.86)

$$\cos \varphi_k = \frac{P_k}{U_k I_n} = \frac{P_k U_n}{U_k I_n U_n} = \frac{P_{kr}}{U_{kr}} \tag{3.91}$$

co odpowiada zależności (3.88).

Jeżeli na podstawie pomiaru, tabliczki znamionowej lub informacji katalogowej znane są wartości P_{0r}, I_{0r}, P_{kr} i U_{kr}, to na podstawie podanych zależności można łatwo obliczyć wartości względne parametrów schematu zastępczego.

Na podstawie (3.89)

$$R_{kr} = P_{kr} \tag{3.92}$$

oraz z (3.83)

$$Z_{kr} = U_{kr} \tag{3.93}$$

stąd

$$X_{kr} = \sqrt{Z_{kr}^2 - R_{kr}^2} = \sqrt{U_{kr}^2 - P_{kr}^2} \tag{3.94}$$

Prądy gałęzi poprzecznej z (3.90)

$$I_{Fer} = I_{0r} \cos \varphi_0 = I_{0r} \frac{P_{0r}}{I_{0r}} = P_{0r} \tag{3.95}$$

oraz

$$I_{\mu r} = \sqrt{I_{0r}^2 - I_{Fer}^2} = \sqrt{I_{0r}^2 - P_{0r}^2} \tag{3.96}$$

Otrzymane wartości prądów stosujemy we wzorach (3.84) i (3.85).

Jeżeli układ równoległy elementów R_{Fe} i X_μ zastąpimy układem szeregowym elementów R_0 i X_0, to otrzymamy

$$R_{0r} = \frac{R_0}{Z_n} = \frac{P_0 I_n}{I_0^2 U_n} = \frac{P_0 I_n^2}{I_0^2 U_n I_n} = \frac{P_{0r}}{I_{0r}^2} \tag{3.97}$$

$$Z_{0r} = \frac{Z_0}{Z_n} = \frac{U_n}{I_0 Z_n} = \frac{U_n I_n}{I_0 U_n} = \frac{1}{I_{0r}} \tag{3.98}$$

$$X_{0r} = \sqrt{Z_{0r}^2 - R_{0r}^2} = \sqrt{\frac{1}{I_{0r}^2} - \frac{P_{0r}^2}{I_{0r}^4}} = \frac{1}{I_{0r}^2}\sqrt{I_{0r}^2 - P_{0r}^2} \tag{3.99}$$

Operowanie wartościami względnymi bardzo upraszcza obliczenia i ułatwia porównanie własności ruchowych transformatorów o różnych danych znamionowych.

Należy zwrócić uwagę, że impedancja znamionowa, która jest ilorazem napięcia i prądu strony pierwotnej ma inną wartość, niż impedancja znamionowa obliczona jako stosunek napięcia i prądu strony wtórnej

$$(Z_n)_1 = \frac{U_{1n}}{I_{1n}} \tag{3.100}$$

$$(Z_n)_2 = \frac{U_{2n}}{I_{2n}} \tag{3.101}$$

ponieważ zaś $\frac{U_{1n}}{U_{2n}} = \vartheta_z$ oraz $\frac{I_{2n}}{I_{1n}} = \vartheta_z$, więc

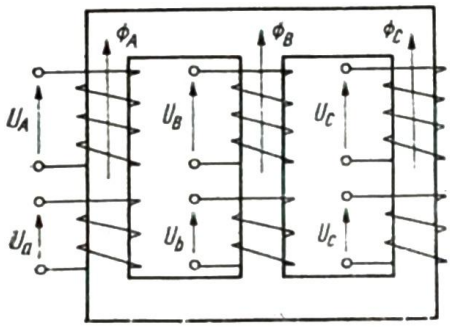
$$(Z_n)_2 = (Z_n)_1 \frac{1}{\vartheta_z^2} \tag{3.102}$$

Znając względne wartości parametrów układu zastępczego można łatwo obliczyć parametry w jednostkach mianowanych, odniesione do jednej lub drugiej strony transformatora.

3.4. TRANSFORMATORY TRÓJFAZOWE

3.4.1. Sposoby łączenia uzwojeń

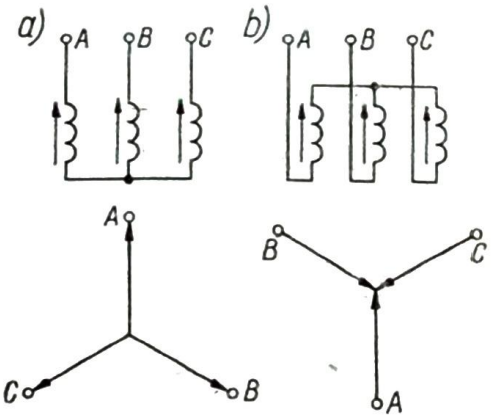
Do transformowania napięć w sieciach trójfazowych mogą być użyte trzy transformatory jednofazowe lub transformator trójfazowy o trzech lub pięciu kolumnach. W praktyce europejskiej najczęściej stosuje się w energetyce transformatory trójkolumnowe (rys. 3.28). Z powodu asymetrii obwodu magnetycznego uzwojenie nawinięte na słupie środkowym pobiera w stanie jałowym mniejszy prąd i mniejszą moc niż każde z uzwojeń skrajnych. Jednak w transformatorach energetycznych większych mocy wpływ asymetrii rdzenia jest bardzo mały i w miarę wzrostu obciążenia asymetria prądów maleje, gdyż prąd stanu jałowego jest niewielki w porównaniu z prądem znamionowym.



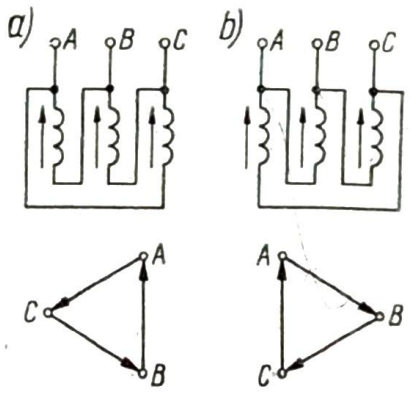
Rys. 3.28. Układ dwuuzwojeniowego trójkolumnowego transformatora trójfazowego

Przy analizie napięć transformatorów uczynimy założenie, że uzwojenia są nawinięte jednokierunkowo, czyli że prąd płynący w każdym uzwojeniu danej kolumny od „początku" do „końca" daje przepływ skierowany w tę samą stronę. Napięcia na zaciskach uzwojeń będziemy strzałkować „zgodnie", tzn. dla obu uzwojeń jednakowo, np. od „końców" do „początków" jak na rys. 3.28. Przy takim strzałkowaniu i jednokierunkowym nawinięciu uzwojeń napięcia indukowane w obu uzwojeniach danej kolumny są ze sobą w fazie, a tym samym można przyjąć, że napięcia na zaciskach uzwojeń są ze sobą w fazie. Założenia te co do nawinięcia i strzałkowania są konieczne dla uniknięcia wieloznaczności wykresów wskazowych prądów i napięć.

Stosowane są trzy rodzaje połączeń transformatorów: w gwiazdę, w trójkąt i w zygzak. Każdy układ połączeń oznacza się przyjętym symbolem: gwiazdę literami Y i y, trójkąt literami D i d, zygzak literą z. Duże litery dotyczą strony wyższego, małe strony niższego napięcia. Po stronie wyższego napięcia nie stosuje się układu połączeń w zygzak.



Rys. 3.29. Układy połączeń w gwiazdę i wykresy wskazowe napięć transformatora



Rys. 3.30. Układy połączeń w trójkąt i wykresy wskazowe napięć transformatora

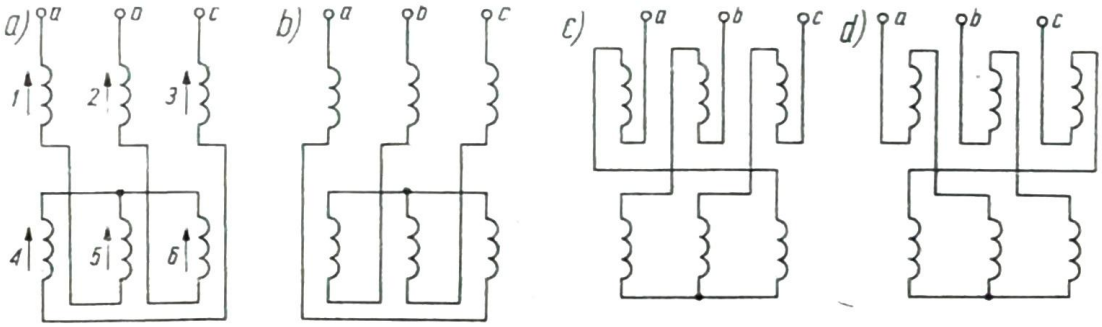
Układ połączeń w gwiazdę może być zrealizowany przez połączenie we wspólny punkt zerowy wszystkich trzech końców uzwojeń (rys. 3.29a) lub wszystkich początków (rys. 3.29b). Początki lub końce są odpowiednio wyprowadzone do zacisków transformatora. Jeżeli punkt zerowy jest również wyprowadzony, to układ taki oznacza się Y_0 lub y_0. Dla zgodnego oznaczenia strzałkami napięć fazowych można narysować gwiazdy napięć, przy czym wskazy napięć skierowane są

od punktu zerowego (rys. 3.29a) lub do punktu zerowego (rys. 3.29b). W układzie połączeń w gwiazdę napięcia międzyprzewodowe są $\sqrt{3}$ razy większe od napięć fazowych, prądy przewodowe są równe prądom fazowym.

Układ połączeń w trójkąt powstaje przez połączenie końca pierwszej fazy z początkiem drugiej, końca drugiej z początkiem trzeciej, a końca trzeciej z początkiem pierwszej (rys. 3.30a) lub też przez połączenie końca pierwszej fazy z początkiem trzeciej, końca trzeciej z początkiem drugiej, a końca drugiej z początkiem pierwszej (rys. 3.30b).

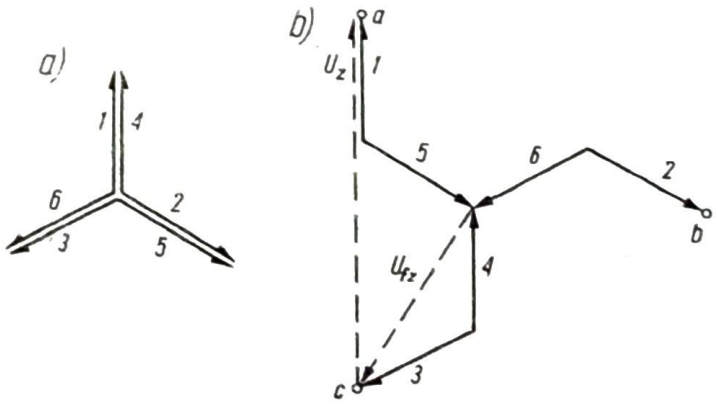
Jeżeli napięcia fazowe stanowią układ symetryczny o naturalnej kolejności faz (zgodnej z kolejnością oznaczeń 1, 2 i 3), to można je przedstawić w postaci *trójkątów napięć*.

W układzie połączeń w trójkąt napięcia fazowe są równe międzyprzewodowym, a prądy fazowe są $\sqrt{3}$ razy mniejsze od prądów przewodowych.



Rys. 3.31. Układy połączeń uzwojeń transformatora w zygzak

W układzie połączeń w zygzak uzwojenie każdej fazy jest podzielone na dwie równe części. Połączenie tych uzwojeń mogą tworzyć jeden z czterech układów przedstawionych na rys. 3.31.



Rys. 3.32. Wykresy wskazowe napięć w układzie połączeń w zygzak: a) napięcia połówek uzwojeń; b) wykres topograficzny napięć w układzie jak na rys. 3.31a

Napięcia połówek uzwojeń tej samej kolumny są ze sobą w fazie, a zatem tworzą układy symetryczne, przedstawione na rys. 3.32a.

Uwzględniając sposób połączenia uzwojeń, można uzyskać tzw. wykresy topograficzne napięć (rys. 3.32b), odpowiadające układowi połączeń przedstawionemu

na rys. 3.31a. Jeżeli napięcie jednej połówki uzwojenia wynosi $U/2$ (dwukrotnie mniejsze niż napięcie fazowe połączenia w gwiazdę lub w trójkąt przy tym samym strumieniu i liczbie zwojów), to napięcie fazowe wynosi

$$U_{fz} = \frac{U}{2}\sqrt{3} = 0{,}867U \tag{3.103}$$

zaś napięcie międzyprzewodowe U_z jest $\sqrt{3}$ razy większe od fazowego. Prądy fazowe i przewodowe są oczywiście takie same. Punkt zerowy uzwojenia może być wyprowadzony na zewnątrz transformatora, wówczas połączenie oznacza się symbolem z_0.

3.4.2. Przekładnia zwojowa i napięciowa

Przekładnią napięciową ϑ_u transformatora trójfazowego jest stosunek znamionowych napięć międzyprzewodowych strony wyższego napięcia (U_1) i niższego napięcia (U_2). Jest to wartość często inna niż przekładnia zwojowa ϑ_z, określająca stosunek liczby zwojów, czyli stosunek napięć fazowych strony wyższego i niższego napięcia.

W zależności od układu połączeń uzwojeń transformatora przekładnię napięciową ϑ_u można wyrazić przez przekładnię zwojową ϑ_z w następujący sposób:

Układ Yy

$$\vartheta_u = \frac{U_1}{U_2} = \frac{\sqrt{3}\,U_{1f}}{\sqrt{3}\,U_{2f}} = \frac{U_{1f}}{U_{2f}} = \vartheta_z \tag{3.104}$$

Układ Dd

$$\vartheta_u = \frac{U_1}{U_2} = \frac{U_{1f}}{U_{2f}} = \vartheta_z \tag{3.105}$$

Układ Yd

$$\vartheta_u = \frac{U_1}{U_2} = \frac{\sqrt{3}\,U_{1f}}{U_{2f}} = \sqrt{3}\,\vartheta_z \tag{3.106}$$

Układ Dy

$$\vartheta_u = \frac{U_1}{U_2} = \frac{U_{1f}}{\sqrt{3}\,U_{2f}} = \frac{1}{\sqrt{3}}\,\vartheta_z \tag{3.107}$$

W przypadku układów Yz i Dz przez U_{2p} oznaczymy napięcie jednej połówki uzwojenia niższego napięcia, połączonego w zygzak, a przez przekładnię zwojową ϑ_z — stosunek liczby zwojów strony wyższego napięcia do całkowitej liczby zwojów obu połówek uzwojeń niższego napięcia, nawiniętych na jednym słupie. Otrzymamy wówczas następujące zależności:

Układ Yz

$$\vartheta_u = \frac{U_1}{U_2} = \frac{\sqrt{3}\,U_{1f}}{3U_{2p}} = \frac{\sqrt{3}}{3}\frac{z_1}{\frac{z_2}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}\,\vartheta_z \tag{3.108}$$

Układ Dz

$$\vartheta_u = \frac{U_1}{U_2} = \frac{U_{1f}}{3U_{2p}} = \frac{1}{3}\frac{z_1}{\frac{z_2}{2}} = \frac{2}{3}\vartheta_z \tag{3.109}$$

3.4.3. Grupy połączeń transformatorów trójfazowych

W zależności od sposobu połączenia obu uzwojeń transformatora można otrzymać różne przesunięcia fazowe między napięciami strony pierwotnej i wtórnej. Dla każdego transformatora trójfazowego podaje się grupę połączeń, która zawiera symbol układu połączeń uzwojeń oraz kąt przesunięcia fazowego między odpowiadającymi sobie napięciami międzyprzewodowymi. Przez odpowiadające sobie napięcia rozumie się napięcia między zaciskami obu stron oznaczonymi takimi samymi literami (dużymi dla strony wyższego napięcia, a małymi dla strony niższego napięcia).

W układach gwiazda, trójkąt i zygzak kąty przesunięcia fazowego są zawsze wielokrotnością kąta $\pi/6$ (30°), stąd wygodnie jest podawać je jako tzw. kąty godzinowe — np. 6 oznacza przesunięcie fazowe o kąt π, 5 oznacza $5\pi/6$, czyli 150°. Napięcia w fazie oznacza się zerem. Kąt ten mierzony jest od napięcia górnego do dolnego w kierunku zgodnym z następstwem faz, czyli oznacza, o ile napięcie dolne spóźnia się w fazie względem napięcia górnego.

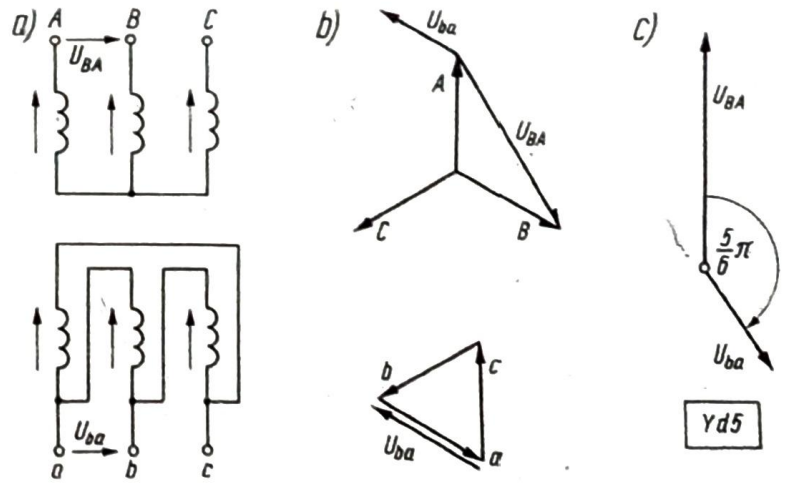
Wyznaczenie grupy połączeń wygodnie jest przeprowadzić, przyjmując następującą umowę:

— uzwojenia umieszczone na tym samym słupie rysuje się nad sobą,

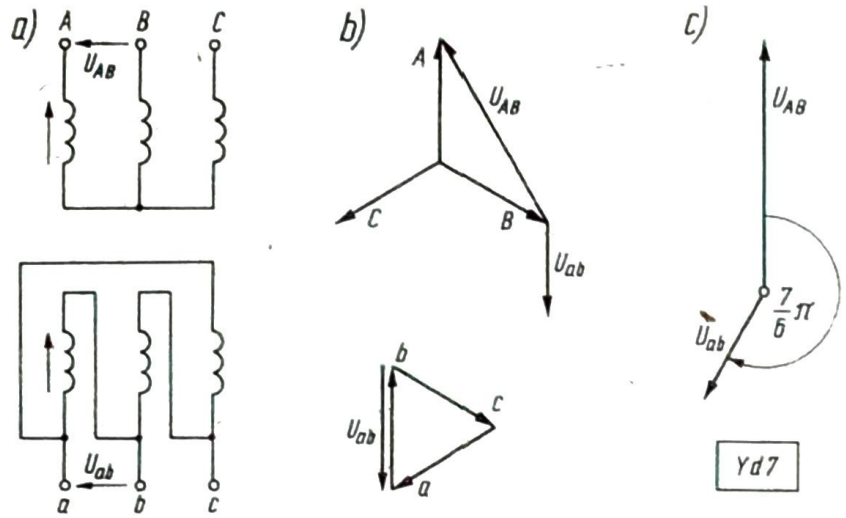
— przy jednokierunkowym nawinięciu uzwojeń przyjmujemy, że początki obu uzwojeń są po tej samej stronie w obydwóch uzwojeniach u góry lub w obydwóch u dołu).

Umowa ta jest dogodna dlatego, że ułatwia wyznaczenie grupy połączeń również np. transformatorów trójuzwojeniowych.

Na rysunku 3.33a podany jest przykładowo schemat układu transformatora, połączonego po stronie wyższego napięcia w gwiazdę, a po stronie niższego



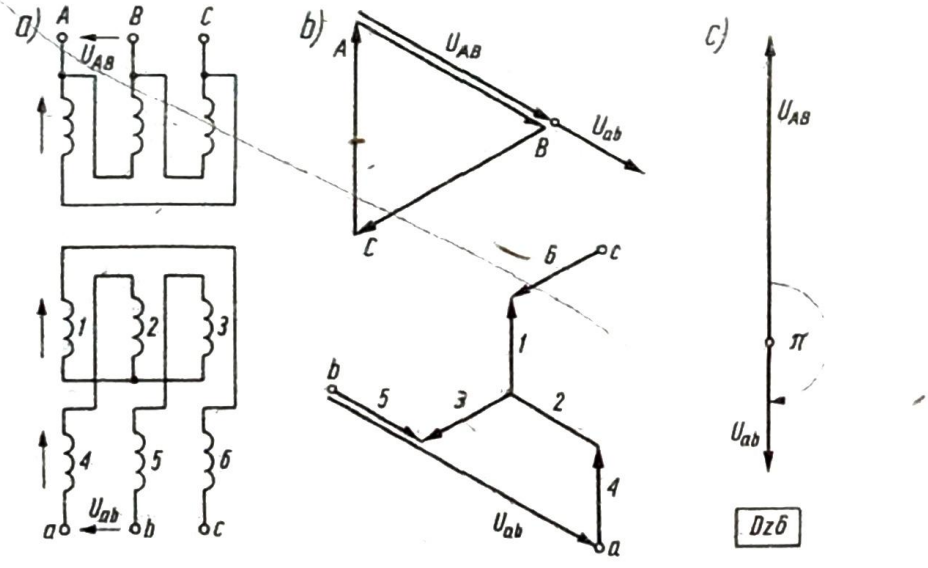
Rys. 3.33. Wyznaczenie grupy połączeń transformatora Yd5: a) układ połączeń: b) wykresy wskazowe napięć fazowych; c) ilustracja kąta godzinowego



Rys. 3.34. Wyznaczenie grupy połączeń transformatora Yd7: a) układ połączeń; b) wykresy wskazowe napięć fazowych; c) ilustracja kąta godzinowego

w trójkąt. Po narysowaniu gwiazdy i trójkąta napięć tak, by napięcia fazowe były zgodne co do kierunku, wyznaczamy przesunięcia fazowe U_{BA} i U_{ba} po obu stronach i określamy kąt między tymi napięciami. Wynosi on 150° czyli $5\pi/6$, a zatem grupy połączeń ma symbol Yd5.

Gdyby w transformatorze z rys. 3.33 układ trójkąt był połączony inaczej (jak na rys. 3.34a), otrzymalibyśmy grupę połączeń Yd7.



Rys. 3.35. Wyznaczenie grupy połączeń transformatora Dz6: a) układ połączeń; b) wykresy wskazowe napięć; c) ilustracja kąta godzinowego

Na rysunku 3.35 przedstawiono układ Dz, który na podstawie analizy napięć daje przesunięcie fazowe napięć międzyprzewodowych o kąt π. Jest to układ Dz6.

Ze względu na pracę równoległą konieczne jest ograniczenie różnorodności grup połączeń transformatorów. Norma PN-69/E-06040 zaleca stosowanie tylko połączeń Yy0, Dy5, Yd5, Yz5, Dy11, Yd11 oraz Yz11. Wynika stąd, że układ przed-

stawiony na rys. 3.34 nie jest zgodny z normą. Układ ten można zamienić na układ Yd11 przez odpowiednią cykliczną zamianę oznaczeń po stronie pierwotnej lub wtórnej zgodnie z ogólną zasadą, że cykliczna zamiana oznaczeń zmienia kąt godzinowy o 4. Należy podkreślić, że nie można zamieniać oznaczeń tylko dwóch zacisków dowolnej strony transformatora, gdyż powodowałoby to zmianę kolejności faz po stronie wtórnej w porównaniu z kolejnością faz strony pierwotnej, natomiast można zamienić po dwa oznaczenia jednocześnie po stronie pierwotnej i wtórnej.

Każdy z układów połączeń (gwiazda, trójkąt i zygzak) ma swe zalety i wady. Aby dyskutować o celowości stosowania tej lub innej grupy połączeń, trzeba uwzględnić przede wszystkim właściwości transformatora i występujące w nim zjawiska z punktu widzenia trzech zagadnień:

a) kosztu budowy transformatora o różnych układach połączeń uzwojeń;
b) przebiegu prądu magnesującego dla nasyconego obwodu magnetycznego;
c) niesymetrii obciążenia.

3.4.4. Koszt budowy uzwojeń

Porównajmy koszt uzwojeń transformatora o danej mocy i napięciu przy połączeniu tych uzwojeń w gwiazdę, w trójkąt i w zygzak. Załóżmy, że wymiary rdzenia są jednakowe, bo zależą tylko od mocy znamionowej i że nasycenie rdzenia jest takie samo, a zatem przy określonym strumieniu mamy to samo napięcie na jeden zwój, niezależnie od układu połączeń.

Przy równych prądach przewodowych prądy fazowe układu połączeń w trójkąt są $\sqrt{3}$ razy mniejsze, niż układu w gwiazdę lub w zygzak. Napięcie fazowe gwiazdy jest $\sqrt{3}$ razy mniejsze niż trójkąta, a zatem liczba zwojów na fazę gwiazdy jest $\sqrt{3}$ razy mniejsza niż trójkąta, lecz przekroje przewodów (przy założeniu tej samej gęstości prądowej) są w gwieździe $\sqrt{3}$ razy większe. A zatem ciężar miedzi dla układu połączeń w gwiazdę i w trójkąt jest praktycznie taki sam. W transformatorach energetycznych wysokich napięć, wysokość napięcia fazowego odgrywa jednak dużą rolę ze względu na rodzaj izolacji i sposób ułożenia uzwojeń i z tego powodu układ połączenia w trójkąt jest nieco droższy niż w gwiazdę.

Porównując gwiazdę z zygzakiem, dochodzimy do wniosku, że przy tych samych prądach znamionowych przekroje przewodów są te same, a liczby zwojów na jednej kolumnie zygzaka i gwiazdy mają się do siebie jak suma napięć obu połówek zygzaka do napięcia fazowego gwiazdy

$$\frac{z_z}{z_g} = \frac{2U_p}{U_f} = \frac{2\frac{U_f}{\sqrt{3}}}{U_f} = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1{,}155 \tag{3.110}$$

Liczba zwojów zygzaka jest więc przy tym samym napięciu międzyprzewodowym $2/\sqrt{3}$ razy większa od liczby zwojów gwiazdy (czyli o ponad 15%), a zatem koszt miedzi w zygzaku jest o ponad 15% większy niż w gwieździe.

W przypadku transformatorów niskich i średnich napięć, koszt uzwojeń połączonych w gwiazdę i w trójkąt jest taki sam, zaś zygzak jest znacznie droższy. Przy wysokich napięciach gwiazda jest nieco tańsza od trójkąta.

3.4.5. Wpływ nasycenia rdzenia na przebieg prądu magnesującego i strumienia

Jeżeli obwód magnetyczny jest mocno nasycony, to przy sinusoidalnym przebiegu strumienia, prąd magnesujący zawiera wyraźnie wyższe harmoniczne, jeżeli zaś prąd magnesujący jest sinusoidalnie zmienny, to przebieg strumienia nie jest sinusoidalny (por. p. 3.3.4).

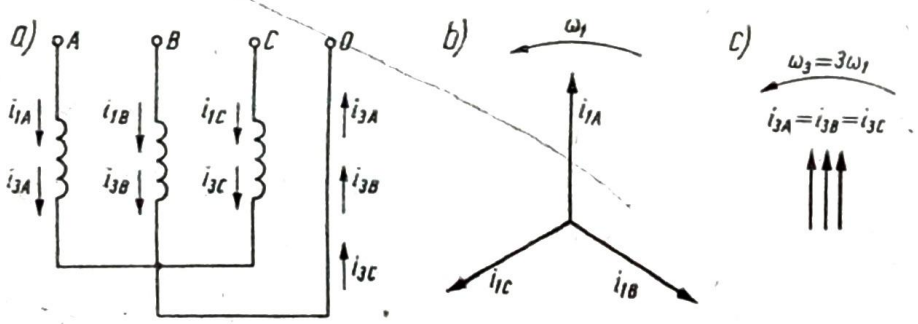
Trzecie harmoniczne prądu magnesującego poszczególnych faz transformatora trójfazowego wyrażają się zależnością

$$i_{f3A} = i_{f3m} \sin 3\omega t$$

$$i_{f3B} = i_{f3m} \sin 3\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) = i_{f3m} \sin 3\omega t \qquad (3.111)$$

$$i_{f3C} = i_{f3m} \sin 3\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right) = i_{f3m} \sin 3\omega t$$

a zatem trzecie harmoniczne prądów fazowych wszystkich trzech uzwojeń są ze sobą w fazie. Podobny rezultat otrzymamy dla dalszych harmonicznych nieparzystych, których rząd jest podzielny przez 3 (dziewiąta, piętnasta itd.). Ze względu na dobór grupy połączeń i wielkość amplitudy najistotniejsze znaczenie ma harmoniczna trzecia i w dalszym ciągu będzie mowa tylko o niej, lecz poniższe rozważania odnoszą się również do jej nieparzystych wielokrotności.

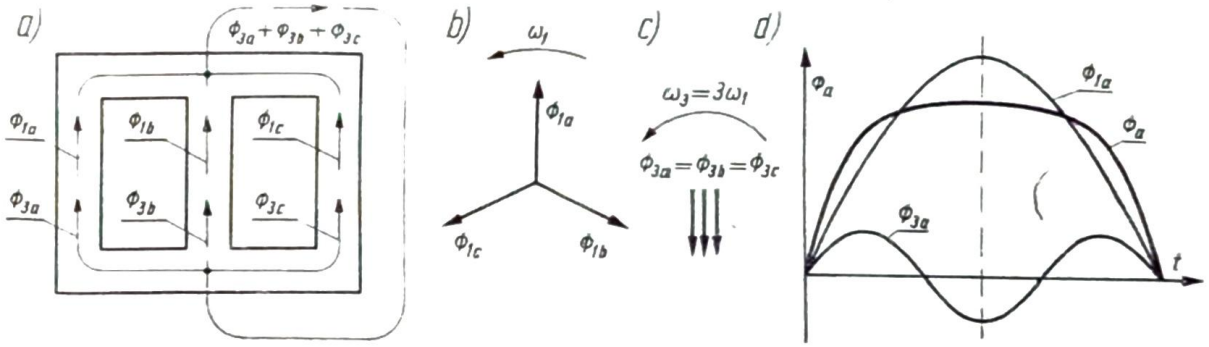


Rys. 3.36. Prądy pierwszej i trzeciej harmonicznej w układzie gwiazda z przewodem zerowym: a) układ połączeń; b) wykres wskazowy prądów pierwszej harmonicznej; c) wykres wskazowy prądów trzeciej harmonicznej

Przy połączeniu uzwojeń w gwiazdę z przewodem zerowym (rys. 3.36) prądy pierwszej harmonicznej dają sumę równą zeru, a więc nie pojawiają się w przewodzie zerowym. Natomiast prądy trzeciej harmonicznej wszystkich trzech uzwojeń są ze sobą w fazie, zatem w przewodzie zerowym płynie prąd będący sumą tych prądów.

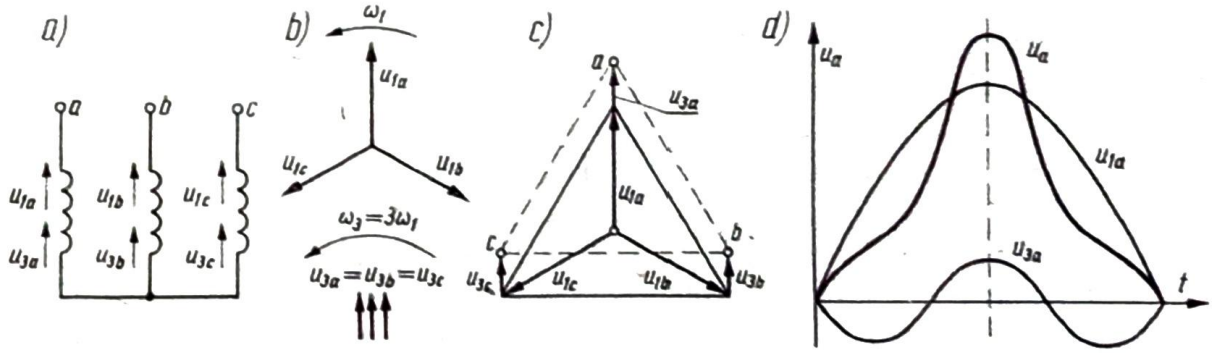
W układzie gwiazda bez przewodu zerowego prąd trzeciej harmonicznej nie może płynąć, bo w punkcie zerowym suma prądów musi się równać

zeru. Jeżeli transformator jest połączony i po stronie pierwotnej i po stronie wtórnej w gwiazdę bez przewodu zerowego, to trzecia harmoniczna prądu nie może się pojawić ani po stronie pierwotnej ani po stronie wtórnej. Strumień magnetyczny musi mieć przebieg niesinusoidalny (por. p. 3.3.4), gdyż zawiera wyraźną trzecią harmoniczną (oraz jej nieparzyste wielokrotności). Trzecie harmoniczne strumienia każdej kolumny są ze sobą w fazie (rys. 3.37) i w rdzeniu trójkolumnowym stru-



Rys. 3.37. Strumienie pierwszej i trzeciej harmonicznej w rdzeniu transformatora trójkolumnowego o układzie Yy: a) układ rdzenia; b) wykres wskazowy pierwszej harmonicznej strumienia; c) wykres wskazowy trzeciej harmonicznej strumienia; d) przebieg strumieni w pierwszej kolumnie

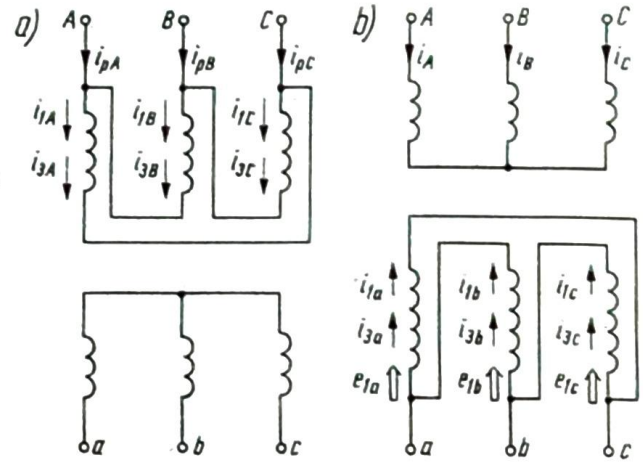
mienie te wychodzą z rdzenia zamykając się przez powietrze oraz elementy konstrukcyjne transformatora (kadź, śruby, osłony itp.), powodując ich nagrzewanie, tym bardziej, że częstotliwość tych strumieni jest trzykrotnie większa niż częstotliwość sieci. Straty w elementach konstrukcyjnych wynoszą ok. 10% strat w rdzeniu przy indukcji w kolumnach 1,4 T, a przy indukcji 1,65 T osiągają ok. 50—60% strat w rdzeniu.



Rys. 3.38. Napięcia pierwszej i trzeciej harmonicznej indukowane w uzwojeniu transformatora o układzie Yy: a) układ połączeń; b) wykres wskazowy pierwszej i trzeciej harmonicznej napięć fazowych; c) wykres topograficzny napięć fazowych i międzyprzewodowych; d) przebieg napięć w fazie *A*

Pojawienie się trzeciej harmonicznej strumienia powoduje indukowanie się napięć trzeciej harmonicznej w uzwojeniach wszystkich faz strony pierwotnej i wtórnej (rys. 3.38). Trzecia harmoniczna pojawia się w napięciu fazowym (por. rys. 3.20), ale nie pojawia się w napięciach międzyprzewodowych, gdyż suma tych harmonicznych napięć każdych dwóch faz jest równa zeru.

Szczególnie duża jest zawartość trzeciej harmonicznej strumienia oraz napięć indukowanych w przypadku transformowania napięć trójfazowych przy użyciu trzech transformatorów jednofazowych lub transformatora pięciokolumnowego, gdyż strumienie trzeciej harmonicznej płyną całkowicie przez obwód ferromagnetyczny o małej reluktancji.



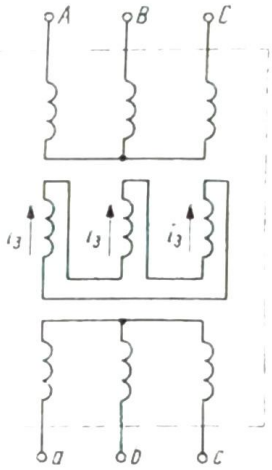
Rys. 3.39. Prądy pierwszej i trzeciej harmonicznej: a) w transformatorze o układzie Dy; b) w transformatorze o układzie Yd

Jeżeli uzwojenie transformatora jest po stronie pierwotnej połączone w trójkąt (rys. 3.39a), to w każdej fazie płyną prądy pierwszej i trzeciej harmonicznej. Prądy pierwszej harmonicznej dają prądy przewodowe, natomiast prądy trzeciej harmonicznej zamykają się w obwodzie transformatora, gdyż wszystkie trzy prądy uzwojeń są ze sobą w fazie. Prądy trzeciej harmonicznej nie występują zatem w przewodach między transformatorem a siecią. Ponieważ prądy fazowe zawierają trzecią harmoniczną, to strumienie są sinusoidalne, a zatem i napięcia fazowe (będące jednocześnie międzyprzewodowymi) są sinusoidalne. Połączenie w trójkąt jest zatem korzystne.

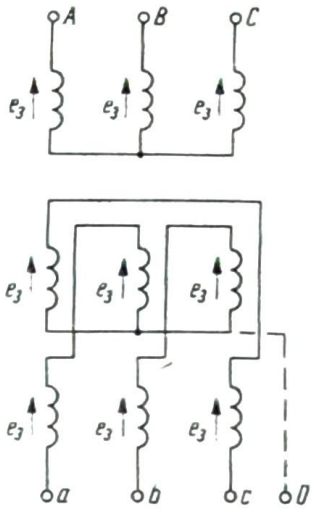
W transformatorze o układzie połączeń Yd (rys. 3.39b) nie może po stronie pierwotnej płynąć prąd trzeciej harmonicznej. Pojawiają się zatem strumienie trzeciej harmonicznej, które indukują w uzwojeniach napięcia trzeciej harmonicznej. Napięcia te nie powodują przepływu żadnych prądów w uzwojeniu pierwotnym, natomiast w uzwojeniu wtórnym wytwarzają prądy trzeciej harmonicznej, gdyż napięcia te są ze sobą w fazie dla wszystkich trzech uzwojeń.

Uzwojenie połączone w trójkąt jest dla napięć trzeciej harmonicznej obwodem zwartym. Wynikające stąd prądy bardzo zmniejszają wartość strumienia trzeciej harmonicznej, w związku z czym strumienie zamykające się przez elementy konstrukcyjne praktycznie nie występują. Należy podkreślić, że napięcia trzeciej harmonicznej indukujące się po stronie wtórnej, nie pojawiają się na zaciskach, gdyż uzwojenie połączone w trójkąt jest dla tych napięć zwarte.

Z przytoczonych rozważań wynika, że połączenie uzwojeń w trójkąt po stronie pierwotnej lub wtórnej jest ze względu na prąd magnesujący bardzo korzystne, gdyż prąd trzeciej harmonicznej płynie w zwartym obwodzie trójkąta i strumień trzeciej harmonicznej praktycznie nie pojawia się. Jeżeli obydwa uzwojenia muszą być połączone w gwiazdę, to transformator może być wyposażony w dodatkowe



Rys. 3.40. Układ transformatora o układzie Yy z dodatkowym uzwojeniem połączonym w trójkąt



Rys. 3.41. Napięcia trzeciej harmonicznej w transformatorze o układzie Yz

uzwojenie połączone w trójkąt (rys. 3.40), w którym płyną prądy trzeciej harmonicznej.

W układzie Yz (rys. 3.41) prądy trzeciej harmonicznej nie mogą płynąć ani po stronie pierwotnej ani wtórnej, strumień jest odkształcony, a napięcia trzeciej harmonicznej indukowane po stronie wtórnej znoszą się w każdej fazie, więc nie pojawiają się ani w napięciu fazowym ani w międzyprzewodowym. Natomiast napięcia trzeciej harmonicznej indukują się po stronie pierwotnej.

Ze względu na występowanie wyższych harmonicznych strumieni i napięć przy nasyconym obwodzie magnetycznym najkorzystniejszy jest zatem układ trójkąt, następnie gwiazda i zygzak z przewodem zerowym, najniekorzystniejszy jest zaś układ połączeń w gwiazdę lub zygzak bez przewodu zerowego.

3.4.6. Niesymetria obciążenia

Jeżeli impedancja włączona po stronie wtórnej trójfazowego transformatora wykazuje cechę niesymetrii, to prądy obciążenia nie stanowią układu symetrycznego. Niesymetria prądów wtórnych powoduje niesymetrię prądów pierwotnych, przy czym rozpływ prądów jest zależny od rodzaju niesymetrii odbiornika oraz układu połączeń transformatora. Rozważmy niektóre skrajne przypadki niesymetrii obciążenia powodowanej przez odbiornik jednofazowy oraz wpływ asymetrii obciążenia na dobór grupy połączeń transformatora. Inne problemy niesymetrii zostaną omówione w rozdz. 3.4.8.

Przy rozpatrywaniu niesymetrycznego obciążenia transformatorów trójfazowych wygodnie jest posłużyć się metodą składowych symetrycznych. Niesymetryczny trójfazowy układ prądów można rozłożyć na trzy składowe układy symetryczne: zerowej kolejności faz, zgodnej kolejności faz i przeciwnej kolejności faz (zwane też składową zerową, współbieżną i przeciwbieżną).

Często przyjmowana jest taka transformacja układu współrzędnych (jedna z wielu możliwych), przy której zakłada się, że suma prądów składowych danej

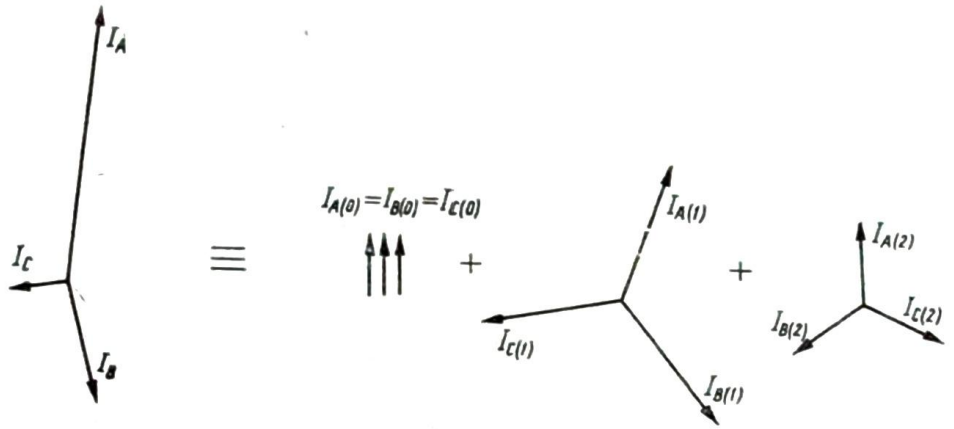
fazy jest równa prądowi, który rzeczywiście płynie w danej fazie (tzw. transformacja symetryczna). Założenie to wyraża się układem równań

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{A(0)} + \underline{I}_{A(1)} + \underline{I}_{A(2)} \tag{3.112}$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{B(0)} + \underline{I}_{B(1)} + \underline{I}_{B(2)} \tag{3.113}$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{C(0)} + \underline{I}_{C(1)} + \underline{I}_{C(2)} \tag{3.114}$$

Układ tych równań w postaci graficznej przedstawia rys. 3.42.



Rys. 3.42. Rozkładanie niesymetrycznego układu prądów na składowe symetryczne

Poszczególne prądy układów symetrycznych można wyrazić przez prądy fazy pierwszej (A)

$$\underline{I}_{B(0)} = \underline{I}_{C(0)} = \underline{I}_{A(0)} \tag{3.115}$$

$$\underline{I}_{B(1)} = a^2 \underline{I}_{A(1)} \tag{3.116}$$

$$\underline{I}_{C(1)} = a \underline{I}_{A(1)} \tag{3.117}$$

$$\underline{I}_{B(2)} = a \underline{I}_{A(2)} \tag{3.118}$$

$$\underline{I}_{C(2)} = a^2 \underline{I}_{A(2)} \tag{3.119}$$

gdzie $a = e^{j\frac{2}{3}\pi}$.

Stąd równania prądów mogą być napisane w postaci

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{A(0)} + \underline{I}_{A(1)} + \underline{I}_{A(2)} \tag{3.120}$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{A(0)} + a^2 \underline{I}_{A(1)} + a \underline{I}_{A(2)} \tag{3.121}$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{A(0)} + a \underline{I}_{A(1)} + a^2 \underline{I}_{A(2)} \tag{3.122}$$

Wygodniej jest przedstawić tę zależność w zapisie macierzowym w formie

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{I}_B \\ \underline{I}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_{A(0)} \\ \underline{I}_{A(1)} \\ \underline{I}_{A(2)} \end{bmatrix} \tag{3.123}$$

Prądy składowe symetryczne można stąd wyrazić przez prądy fazowe

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{A(0)} \\ \underline{I}_{A(1)} \\ \underline{I}_{A(2)} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{I}_B \\ \underline{I}_C \end{bmatrix} \tag{3.124}$$

Oznaczając odpowiednio macierze prądów symetrycznych i prądów fazowych

$$\mathbf{I}_S = \begin{bmatrix} \underline{I}_{A(0)} \\ \underline{I}_{A(1)} \\ \underline{I}_{A(2)} \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{I}_F = \begin{bmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{I}_B \\ \underline{I}_C \end{bmatrix} \tag{3.125}$$

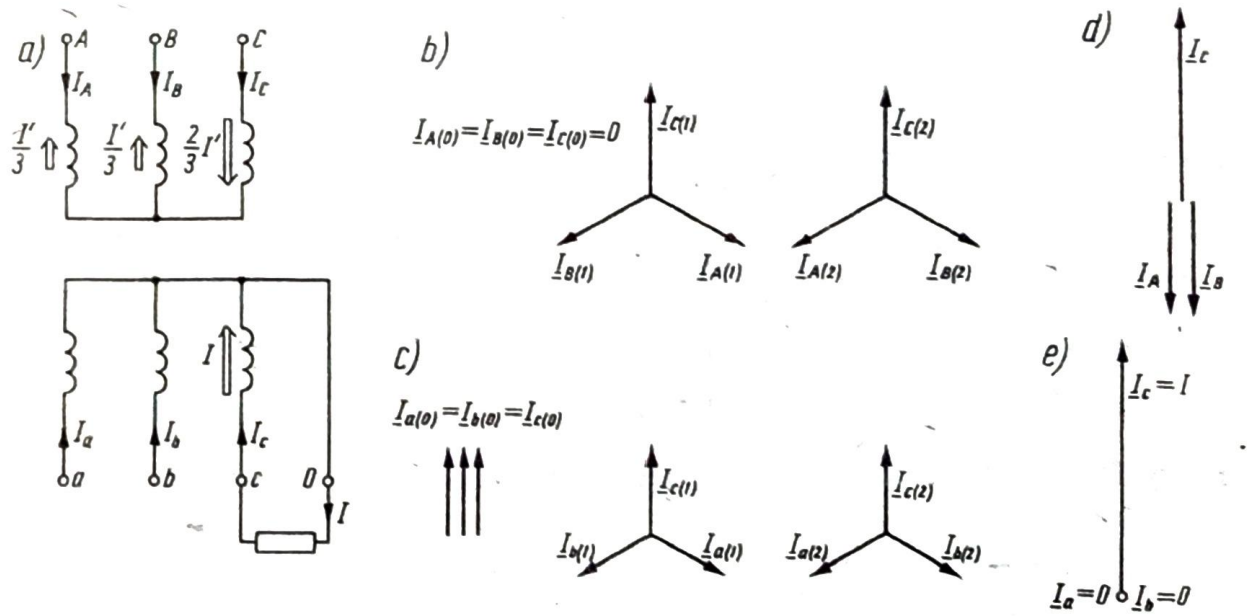
oraz macierze przekształcenia symetrycznego

$$\mathbf{S} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{S}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \tag{3.126}$$

możemy napisać zależność

$$\mathbf{I}_S = \mathbf{S}\mathbf{I}_F; \qquad \mathbf{I}_F = \mathbf{S}^{-1}\mathbf{I}_S \tag{3.127}$$

Przy rozpatrywaniu niesymetrii obciążenia z punktu widzenia doboru grupy połączeń największe znaczenie mają prądy składowe zerowej kolejności faz. Prądy zgodnej i przeciwnej kolejności faz mogą płynąć po obu stronach transformatora, przy czym układowi prądów zgodnej i przeciwnej kolejności faz po stronie wtórnej odpowiada identyczny układ prądów strony pierwotnej. Natomiast prądy



Rys. 3.43. Niesymetryczne (jednofazowe) obciążenie transformatora o układzie Yy_0: a) układ; b) prądy składowe symetryczne strony pierwotnej; c) prądy składowe symetryczne strony wtórnej; d); e) prądy fazowe strony pierwotnej i wtórnej

zerowej kolejności faz, jak to wynika ze wzoru (3.115) oraz rys. 3.42, są ze sobą w fazie we wszystkich trzech uzwojeniach, a zatem nie mogą pojawić się w układach połączeń w gwiazdę bez przewodu zerowego i w zygzak bez przewodu zerowego. Ma to duży wpływ na strumień transformatora i powoduje znaczne ograniczenie dopuszczalnej niesymetrii obciążenia.

Dla przykładu rozpatrzymy układ Yy_0 obciążony po stronie wtórnej jednofazowo prądem I (rys. 3.43). Prądy fazowe strony wtórnej będą wówczas

$$\underline{I}_a = 0, \quad \underline{I}_b = 0, \quad \underline{I}_c = \underline{I} \tag{3.128}$$

skąd prądy składowe symetryczne fazy a wyrażą się wg wzoru (3.124) zależnością

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{a(0)} \\ \underline{I}_{a(1)} \\ \underline{I}_{a(2)} \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} \underline{I} \\ a^2\underline{I} \\ a\,\underline{I} \end{bmatrix} = \frac{\underline{I}}{3}\begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix} \tag{3.129}$$

Ilustracją tego równania są wykresy wskazowe prądów $I_{a(0)}$, $I_{a(1)}$, $I_{a(2)}$, skąd można na podstawie zależności (3.115) do (3.119) narysować pozostałe prądy składowe (rys. 3.43b). Łatwo sprawdzić, że te wykresy spełniają zależność (3.128).

Prądy zgodnej i przeciwnej kolejności faz strony wtórnej mają odpowiedniki po stronie pierwotnej — tworzą one przy przyjętym strzałkowaniu prądów i przy pominięciu prądu stanu jałowego, identyczne układy trójfazowe symetryczne (rys. 3.43c). Natomiast po stronie pierwotnej nie mogą wystąpić prądy zerowej kolejności faz, ponieważ suma wartości chwilowych prądów składowych musi być równa zeru. Prądy składowe symetryczne strony pierwotnej tworzą zatem macierz

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{A(0)} \\ \underline{I}_{A(1)} \\ \underline{I}_{A(2)} \end{bmatrix} = \frac{\underline{I}'}{3}\begin{bmatrix} 0 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix} \tag{3.130}$$

gdzie I' jest prądem obciążenia przeliczonym na stronę pierwotną.

Prądy fazowe można obliczyć ze wzoru (3.123)

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{I}_B \\ \underline{I}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}\frac{\underline{I}'}{3}\begin{bmatrix} 0 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix} = \frac{\underline{I}'}{3}\begin{bmatrix} a^2+a \\ a^4+a^2 \\ 1+1 \end{bmatrix} = \frac{\underline{I}'}{3}\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \tag{3.131}$$

Prądy fazowe strony pierwotnej wyrażają się zatem zależnościami

$$\underline{I}_A = -\frac{1}{3}\underline{I}' \tag{3.132}$$

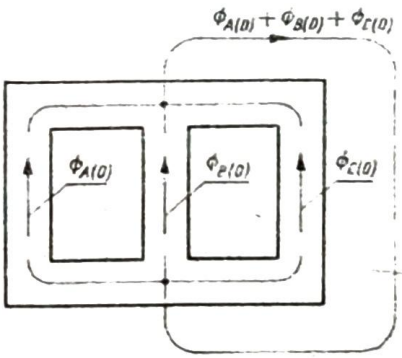
$$\underline{I}_B = -\frac{1}{3}\underline{I}' \tag{3.133}$$

$$\underline{I}_C = \frac{2}{3}\underline{I}' \tag{3.134}$$

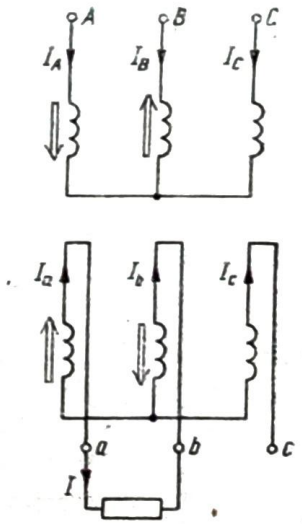
co ilustruje rys. 3.43d.

W układzie na rys. 3.43a fizykalny zwrot prądów strony pierwotnej dla chwilowej maksymalnej wartości prądu I oznaczono podwójną strzałką.

Jak widać z przeprowadzonych rozważań, przy obciążeniu jednofazowym transformatora o układzie Yy_0 prądy składowe symetryczne zerowej kolejności faz strony wtórnej nie są skompensowane odpowiadającym im układem prądów zerowej kolejności faz strony pierwotnej, a więc dają duży strumień, przy czym te trzy strumienie trzech kolumn transformatora są ze sobą w fazie, schodzą się więc w węźle rdzenia (rys. 3.44) i wychodzą poza rdzeń, zamykając się przez powietrze i elementy konstrukcyjne transformatora. Należy podkreślić, że jakkolwiek strumień ten zamyka się po tej samej drodze, co strumień trzeciej harmonicznej przy silnym nasyceniu rdzenia, to jednak różni się częstotliwością. Strumień trzeciej harmonicznej miał częstotliwość $3f$, a strumień wywołany niesymetrią obciążenia ma częstotliwość równą częstotliwości sieci f. Niemniej jednak strumień ten powoduje również nagrzewanie elementów konstrukcyjnych, co ogranicza dopuszczalną zawartość składowej zerowej kolejności faz w prądzie obciążenia.



Rys. 3.44. Przebieg strumienia wytworzonego przez prądy symetryczne zerowej kolejności faz strony wtórnej przy jednofazowym obciążeniu transformatora o układzie Yy_0



Rys. 3.45. Transformator o układzie połączeń Yy obciążony impedancją włączoną na napięcie międzyprzewodowe

Dla przykładu rozpatrzmy jeszcze układ Yy obciążony jedną impedancją, włączoną na napięcie międzyprzewodowe (rys. 3.45).

Otrzymujemy

$$\mathbf{I}_F = \begin{bmatrix} \underline{I}_a \\ \underline{I}_b \\ \underline{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{I} \\ -\underline{I} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.135}$$

$$\mathbf{I}_S = \mathbf{S}\mathbf{I}_F = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \underline{I} \\ -\underline{I} \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{\underline{I}}{3}\begin{bmatrix} 0 \\ 1-a \\ 1-a^2 \end{bmatrix} \tag{3.136}$$

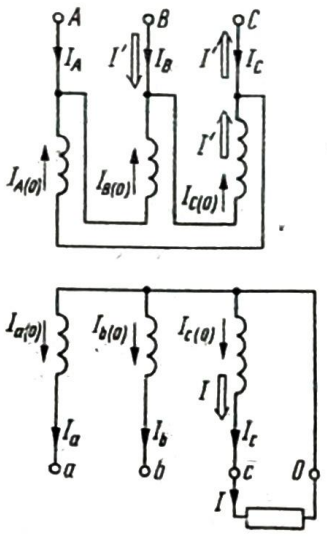
Widać, że składowe symetryczne zerowej kolejności faz po stronie wtórnej nie występują, a zatem prądy symetryczne strony pierwotnej wyrażają się zależnością

$$\mathbf{I}_S = \frac{\underline{I}'}{3}\begin{bmatrix} 0 \\ 1-a \\ 1-a^2 \end{bmatrix} \tag{3.137}$$

a prądy fazowe

$$\mathbf{I}_F = \mathbf{S}^{-1}\mathbf{I}_S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}\frac{\underline{I}'}{3}\begin{bmatrix} 0 \\ 1-a \\ 1-a^2 \end{bmatrix} = \underline{I}'\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.138}$$

Prądy fazowe strony pierwotnej płyną więc tylko w fazach A i B zgodnie ze strzałkami podwójnymi (rys. 3.45). W uzwojeniach trzeciej kolumny nie płyną zatem prądy ani po stronie pierwotnej, ani po stronie wtórnej; w uzwojeniach pierwszej i drugiej kolumny prądy obu uzwojeń wzajemnie się kompensują, a zatem nie pojawia się strumień wychodzący poza rdzeń transformatora.



Rys. 3.46. Transformator o układzie Dy_0 obciążony jednofazowo

Jeżeli przy jednofazowym obciążeniu gwiazdy po stronie wtórnej, strona pierwotna jest połączona w trójkąt (rys. 3.46), to po stronie pierwotnej mogą płynąć prądy symetryczne zerowej kolejności faz. Zamykają się one wewnątrz trójkąta i nie płyną w przewodach zasilających. Obliczenie prądów przewodowych strony pierwotnej można przeprowadzić, określając prądy symetryczne uzwojeń strony pierwotnej na podstawie zależności (3.129)

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{A(0)} \\ \underline{I}_{A(1)} \\ \underline{I}_{A(2)} \end{bmatrix} = \frac{\underline{I}'}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix} \tag{3.139}$$

a więc prądy fazowe strony pierwotnej wynoszą

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{Af} \\ \underline{I}_{Bf} \\ \underline{I}_{Cf} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \frac{\underline{I}'}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix} = \frac{\underline{I}'}{3} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} = \underline{I}' \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{3.140}$$

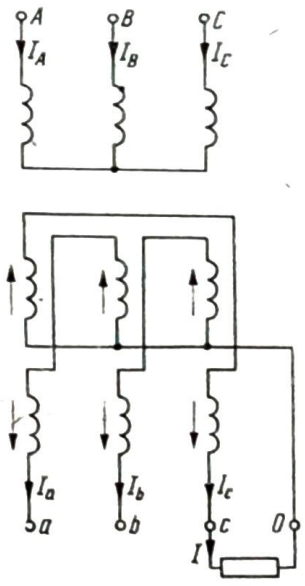
a prądy przewodowe strony pierwotnej zgodnie z przyjętymi na rys. 3.46 strzałkami kierunkowości

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{I}_B \\ \underline{I}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \underline{I}' \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \underline{I}' \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \tag{3.141}$$

czyli

$$\underline{I}_A = 0, \quad \underline{I}_B = \underline{I}', \quad \underline{I}_C = -\underline{I}' \tag{3.142}$$

Prąd przewodowy płynie zatem tylko przez zaciski B i C, co zaznaczono podwójnymi strzałkami prądów (fizykalne zwroty prądów dla chwilowej dodatniej wartości prądu I).



Rys. 3.47. Jednofazowe niesymetryczne obciążenie transformatora o układzie Yz_0; strzałkami obok uzwojeń wtórnych oznaczono prądy symetryczne zerowej kolejności faz

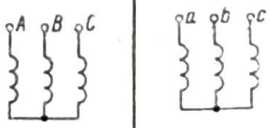
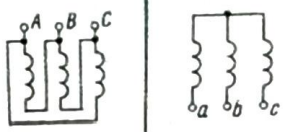
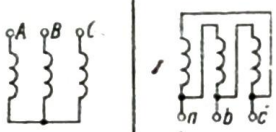
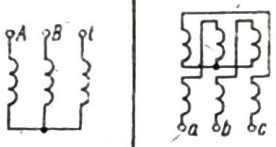
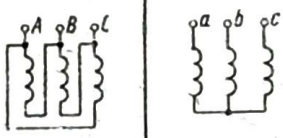
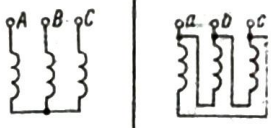
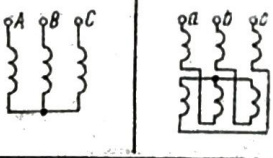
Jeżeli strona pierwotna musi być połączona w gwiazdę, a po stronie wtórnej potrzebny jest przewód zerowy dla uzyskania napięć fazowych i międzyprzewodowych i liczymy się z niesymetrycznym obciążeniem fazowym, to po stronie wtórnej korzystne jest połączenie transformatora w zygzak (rys. 3.47).

Prądy zerowej kolejności faz strony wtórnej są ze sobą w fazie i płyną w dwóch połówkach danej kolumny w przeciwne strony, a zatem prądy te znoszą

się po stronie wtórnej (kompensują się) i nie wymagają prądu zerowej kolejności faz strony pierwotnej.

Ze względu na niesymetryczne obciążenie najbardziej korzystny jest zatem układ połączeń w zygzak, dalej w trójkąt, najbardziej zaś niekorzystny jest układ Yy_0 przy obciążeniu jednofazowym. Układ połączeń w trójkąt po stronie wtórnej jest niekorzystny, gdyż nie daje możliwości otrzymania dwóch napięć: niższych — fazowych, do zasilania np. oświetlenia i innych odbiorników jednofazowych i wyższych — międzyprzewodowych, do zasilania silników elektrycznych. Niższe napięcie dla odbiorników jednofazowych (oświetlenie, piecyki, maszyny biurowe, lodówki,

Tablica 3.1. Grupy połączeń transformatorów wg PN-69/E-06040

Symbol grupy połączeń	Kąt przesunięcia fazowego (rad)	Układ połączeń uzwojeń		Wykresy wskazowe napięć		Przekładnia napięciowa
		górne	dolne	górne	dolne	
Yy0	0					ϑ_z
Dy5	$\frac{5}{6}\pi$					$\frac{1}{\sqrt{3}}\vartheta_z$
Yd5						$\sqrt{3}\,\vartheta_z$
Yz5						$\frac{2}{\sqrt{3}}\vartheta_z$
Dy11	$\frac{11}{6}\pi$					$\frac{1}{\sqrt{3}}\vartheta_z$
Yd11						$\sqrt{3}\,\vartheta_z$
Yz11						$\frac{2}{\sqrt{3}}\vartheta_z$

wentylatory itp.) jest korzystne ze względu na bezpieczeństwo obsługi, natomiast wyższe napięcie dla silników jest wskazane, gdyż przy danej mocy silnika pobór prądu jest mniejszy, a więc zmniejsza się przekrój (a zatem i koszt) przewodów zasilających.

3.4.7. Wybór układu połączeń

Zgodnie z tym, co wyżej powiedziano na temat zalet i wad poszczególnych uzwojeń ze względu na koszt, prąd magnesujący i niesymetrię obciążenia, można sformułować ogólne wytyczne stosowania poszczególnych układów połączeń.

Układ Yy_0 stosowany jest w transformatorach małych mocy (ze względu na prąd magnesujący) i przy obciążeniu przewodu zerowego prądem nie większym niż 10% prądu znamionowego transformatora.

Układy Dy i Yd stosowane są w transformatorach stacyjnych większych mocy (powyżej 300 kV · A); przy wysokim napięciu korzystniejszy jest układ Yd ze względu na koszt izolacji, jeżeli jest konieczny przewód zerowy po stronie niższego napięcia, to stosuje się układ Dy_0.

W dużych transformatorach rozdzielczych (o niskim napięciu po stronie wtórnej) stosuje się z reguły układ Dy_0 ze względu na zero po stronie wtórnej. Jeżeli po stronie niższego napięcia punkt zerowy nie jest potrzebny, to korzystniejszy jest układ Yd. Jeżeli i po stronie pierwotnej i po stronie wtórnej jest potrzebny punkt zerowy, to stosuje się układ Yy z trzecim uzwojeniem połączonym w trójkąt, nie wyprowadzonym na zewnątrz transformatora.

Przy obciążeniu niesymetrycznym stosuje się układy Yz lub Dz w zależności od tego, jaki kąt godzinowy jest potrzebny ze względu na pracę równoległą, co jest omówione w p. 3.5.3.

Zalecane przez Polskie Normy grupy połączeń transformatorów, sposób połączenia uzwojeń oraz przekładnię napięciową zestawiono w tabl. 3.1.

3.4.8. Praca transformatora przy niesymetrii zewnętrznej

Przedstawione w rozdz. 3.3 równania napięć i prądów transformatora jednofazowego oraz odpowiadające im wykresy wskazowe i układy zastępcze odnoszą się również do każdej fazy transformatora trójfazowego o budowie symetrycznej i symetrycznym zasilaniu i obciążeniu. W takim transformatorze wystarczy zatem rozpatrzyć jedną fazę; w pozostałych dwóch wszystkie wielkości są identyczne, jedynie prądy, napięcia i strumienie są przesunięte w fazie o kąty $2\pi/3$ i $4\pi/3$.

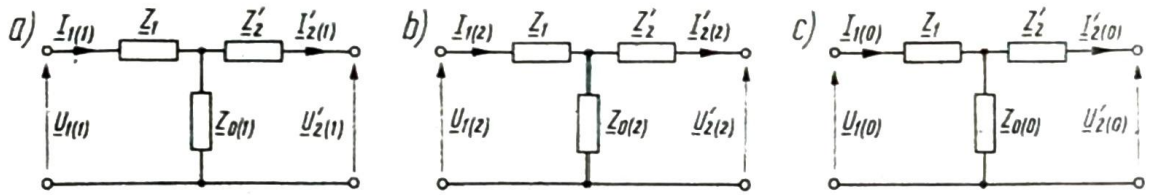
Jeżeli transformator jest o układzie Yy, to w układzie zastępczym występują impedancje fazowe oraz prądy i napięcia fazowe. Przy analizie pracy transformatora o innym układzie połączeń (np. Yd) okazuje się często dogodne przeprowadzenie obliczeń dla transformatora zastępczego, połączonego w układ Yy. Zamieniając np. układ trójkąta na zastępczą gwiazdę, operujemy zastępczymi impedancjami, prądami i napięciami fazowymi, a po dokonaniu obliczenia interesującej wielkości przeliczamy tę wielkość na układ rzeczywisty.

Praca niesymetryczna transformatora może być spowodowana niesymetrią wewnętrzną lub zewnętrzną. Niesymetria wewnętrzna jest związana z budową obwodu

magnetycznego i elektrycznego, natomiast niesymetrię zewnętrzną może stanowić napięcie zasilające lub impedancja obciążenia.

Rozważmy zjawiska występujące przy niesymetrii zewnętrznej, zakładając, że transformator jest zbudowany symetrycznie. Analizę pracy transformatora przy niesymetrii zewnętrznej przeprowadza się z reguły metodą składowych symetrycznych (p. 3.4.6), rozkładając niesymetryczne układy prądów i napięć strony pierwotnej i wtórnej na układy symetryczne kolejności zerowej, zgodnej i przeciwnej. Należy tu jednak szczególnie zwrócić uwagę na impedancje i układy zastępcze transformatora dla poszczególnych składowych.

Impedancje i układy zastępcze dla składowych zgodnej i przeciwnej są jednakowe, gdyż zjawiska w transformatorze nie ulegają zmianie przy zmianie kolejności faz, dokonanej np. przez zamianę dwóch przewodów zasilających. Impedancja w stanie obciążenia jest praktycznie impedancją zwarcia Z_k, natomiast w stanie jałowym transformator przedstawia impedancję Z_0, która jest zwykle ok. 300—500 razy większa od impedancji Z_k. Układy zastępcze transformatora dla składowych zgodnej i przeciwnej kolejności faz możemy przedstawić w postaci układów identycznych jak w przypadku transformatora jednofazowego (rys. 3.48a, b).



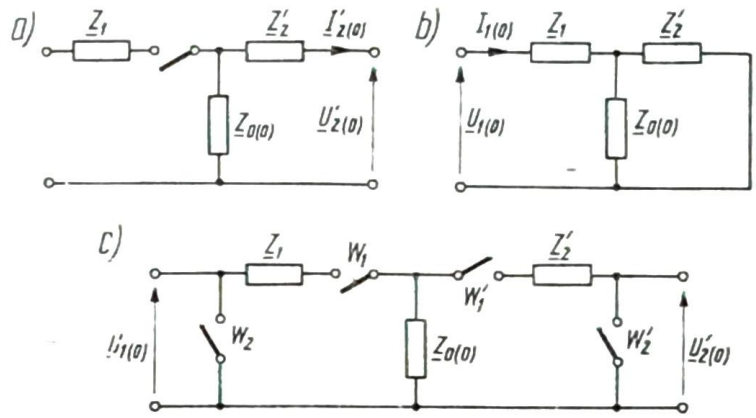
Rys. 3-48. Układy zastępcze transformatora dla składowych symetrycznych: a) zgodnej; b) przeciwnej; c) zerowej

Impedancja transformatora dla prądu zerowej kolejności faz zależy od budowy obwodu magnetycznego transformatora oraz jego układu połączeń. Jeżeli transformator trójfazowy składa się z trzech transformatorów jednofazowych lub ma rdzeń pięciokolumnowy, to strumień wywołany składową zerową prądu przebiega w rdzeniu, a zatem impedancja $Z_{0(0)}$ gałęzi poprzecznej (rys. 3.48c) jest w przybliżeniu równa impedancji Z_0 dla składowej zgodnej i przeciwnej. W transformatorze trójkolumnowym strumień wywołany przez prądy zerowej kolejności faz przebiega w znacznej części swej drogi w powietrzu oraz kadzi i elementach konstrukcyjnych (rys. 3.44), stąd reluktancja dla tego strumienia jest znacznie większa niż dla strumieni pochodzących od prądów zgodnej i przeciwnej kolejności faz. Wynika stąd, że impedancja $Z_{0(0)}$ gałęzi poprzecznej w schemacie zastępczym dla prądów zerowej kolejności faz jest znacznie (kilkadziesiąt a niekiedy kilkaset razy) mniejsza od impedancji Z_0 dla składowej zgodnej i przeciwnej.

Jeżeli transformator ma kadź olejową, to odgrywa ona podobną rolę jak wtórne uzwojenie zwarte, a więc jej kształt i materiał wpływają na wartość impedancji transformatora dla prądów zerowej kolejności faz.

Przy analizie niesymetrycznej pracy transformatora należy uwzględnić wpływ układu połączeń na układ zastępczy dla prądów zerowej kolejności faz.

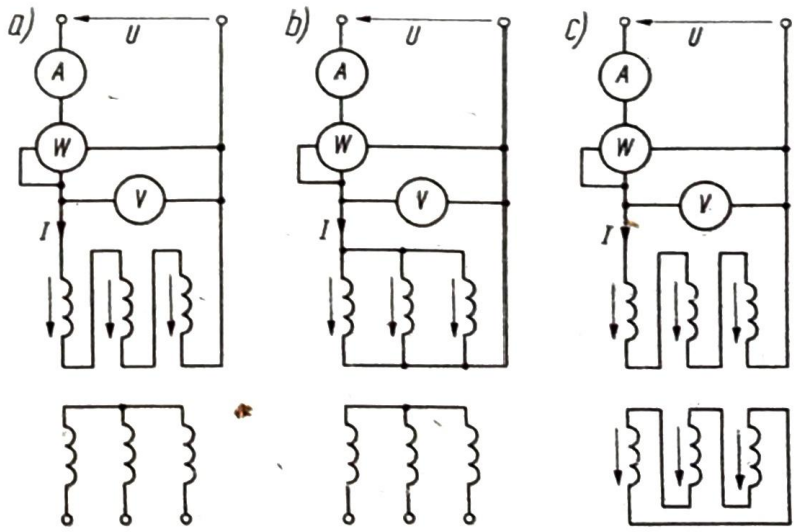
Jeżeli transformator jest po którejkolwiek stronie połączony w gwiazdę bez przewodu zerowego lub w zygzak bez przewodu zerowego, to prądy składowej zerowej kolejności faz nie mogą płynąć, a zatem w układzie zastępczym dla składowej zerowej obwód jest po tej stronie transformatora rozwarty (rys. 3.49a). Natomiast



Rys. 3-49. Układy zastępcze transformatora dla prądów zerowej kolejności faz: a) układ Yy_0; b) układ Y_0d; c) ogólna postać schematu

jeżeli uzwojenie jest połączone w trójkąt, to dla składowej zerowej prądu uzwojenie to jest zwarte i układ zastępczy ma postać taką jak dla stanu zwarcia (rys. 3.49b). Ogólny układ zastępczy można narysować jako układ z wyłącznikami *W* (rys. 3.49c), które są odpowiednio otwarte lub zamknięte, w zależności od układu połączeń.

Obliczenia impedancji transformatora dla prądów składowych zerowej kolejności faz można dokonać na podstawie pomiaru napięcia, prądu i mocy przy jednofazowym zasilaniu transformatora w takim układzie połączeń strony zasilanej (pracującej normalnie w układzie gwiazda lub zygzak z przewodem zerowym), aby prądy wszystkich trzech uzwojeń były ze sobą w fazie. Np. uzwojenia *WN* transformatora Y_0y można zasilić szeregowo (rys. 3.50a) lub równolegle (rys. 3.50b)



Rys. 3.50. Pomiar impedancji dla prądu zerowej kolejności faz: a, b) transformatora o układzie Y_0y; c) transformatora o układzie Y_0d

przy rozwartej stronie wtórnej. Układ zastępczy każdej fazy dla składowej zerowej wygląda tak jak w stanie jałowym (rys. 3.49c — otwarte wyłączniki W_1' W_2 W_2', zamknięty W_1). Zmierzona impedancja wynosi zatem

$$\underline{Z}_{(0)} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{0(0)} = R_1 + R_{0(0)} + j(X_1 + X_{0(0)}) \tag{3.143}$$

gdzie, przy zasilaniu uzwojeń szeregowo

$$R_1 + R_{0(0)} = \frac{P}{3I^2} \tag{3.144}$$

$$X_1 + X_{0(0)} = \sqrt{Z^2 - (R_1 + R_{0(0)})^2} \tag{3.145}$$

$$Z = \frac{U}{3I} \tag{3.146}$$

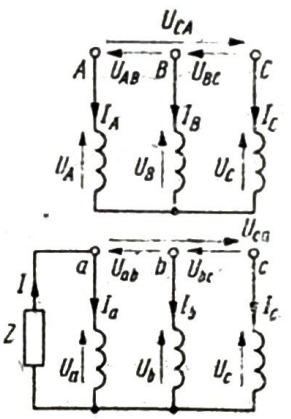
Przy równoległym połączeniu uzwojeń wyrażenia na P, $R_1 + R_{0(0)}$ i Z są odpowiednio inne.

Wyliczając R_1 i X_1 na podstawie stanu zwarcia, możemy określić wartości $R_{0(0)}$ i $X_{0(0)}$. Reaktancja $X_{0(0)}$ transformatora trójkolumnowego jest stosunkowo duża; w wartościach względnych wynosi ok. 0,25—0,35, jest zatem znacznie większa od rezystancji R_1 i $R_{0(0)}$ oraz reaktancji X_1. Reaktancja $X_{0(0)}$ może być więc w przybliżeniu, w rozważanym układzie połączeń, uważana za impedancję dla prądów zerowej kolejności faz.

Jeżeli transformator ma jedno z uzwojeń (w rozpatrywanym przypadku wtórne — rys. 3.50c) połączone w trójkąt, to przy pomiarze impedancji dla składowej zerowej uzwojenie to zwieramy. Uzwojenia po stronie pomiaru mogą być połączone szeregowo lub równolegle. Układ zastępczy dla składowej zerowej jest więc taki jak dla stanu zwarcia (rys. 3.49b), a impedancja zastępcza wynosi

$$\underline{Z}_{(0)} = \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_{0(0)}\underline{Z}_2'}{\underline{Z}_{0(0)} + \underline{Z}_2'} \tag{3.147}$$

Ponieważ wartość $\underline{Z}_{0(0)}$ jest znacznie większa od $\underline{Z}_1$ i $\underline{Z}_2'$, można gałąź poprzeczną pominąć i przyjąć, że w tym układzie połączeń impedancja dla składowej zerowej prądu jest równa impedancji zwarcia $\underline{Z}_k$; wartość względna tej impedancji wynosi zwykle ok. 0,04—0,07.



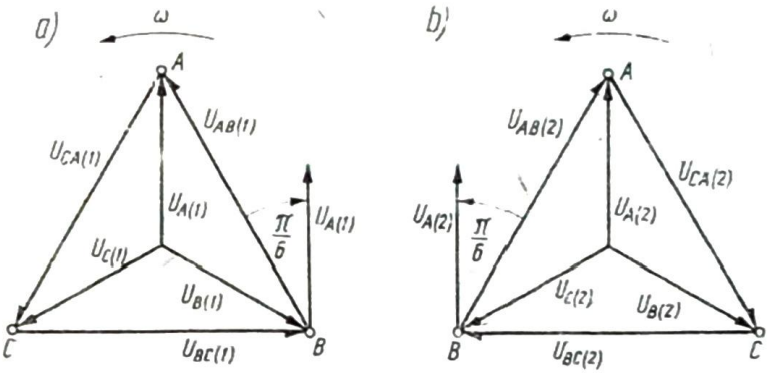
Rys. 3.51. Transformator o układzie Yy_0 obciążony jednofazowo impedancją Z

Obliczenie rozpływu prądów po stronie pierwotnej i wtórnej oraz rozkładu napięć wtórnych można przeprowadzić na podstawie ogólnych równań prądów i napięć oraz związków między prądami i napięciami strony pierwotnej i wtórnej dla odpowiednich składowych symetrycznych. W rozdz. 3.4.6 rozpatrywaliśmy jedynie rozpływ prądów przy niesymetrycznym obciążeniu strony wtórnej, obecnie rozszerzymy problem do przypadku jednoczesnego niesymetrycznego zasilania.

Rozważmy dla przykładu transformator o układzie Yy_0 (rys. 3.51), obciążony jednofazowo impedancją Z, włączoną w fazę a, zasilany niesymetrycznym układem napięć U_{AB}, U_{BC}, U_{CA}.

Składowe symetryczne napięć międzyprzewodowych można określić wzorem

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{AB(0)} \\ \underline{U}_{AB(1)} \\ \underline{U}_{AB(2)} \end{bmatrix} = \mathbf{S} \begin{bmatrix} \underline{U}_{AB} \\ \underline{U}_{BC} \\ \underline{U}_{CA} \end{bmatrix} \tag{3.148}$$



Rys. 3.52. Wykresy wskazowe napięć międzyprzewodowych i fazowych dla składowych symetrycznych: a) zgodnej; b) przeciwnej

Składowe symetryczne napięć fazowych dla zgodnej i przeciwnej kolejności faz określamy na podstawie wykresów wskazowych napięć (rys. 3.52)

$$\underline{U}_{A(1)} = \frac{ja^2}{\sqrt{3}} \underline{U}_{AB(1)} \tag{3.149}$$

$$\underline{U}_{A(2)} = \frac{-ja}{\sqrt{3}} \underline{U}_{AB(2)} \tag{3.150}$$

Składowych zerowych napięć fazowych nie można określić, gdyż jak wiadomo nie pojawiają się one w napięciach międzyprzewodowych.

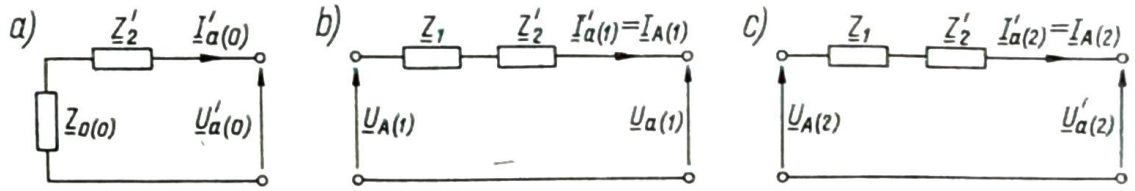
Prądy składowe symetryczne strony wtórnej przeliczone na stronę pierwotną wyrażamy przez prąd $I' = I'_a$ zgodnie z relacją

$$\begin{bmatrix} \underline{I}'_{a(0)} \\ \underline{I}'_{a(1)} \\ \underline{I}'_{a(2)} \end{bmatrix} = \mathbf{S} \begin{bmatrix} \underline{I}'_a \\ \underline{I}'_b \\ \underline{I}'_c \end{bmatrix} \tag{3.151}$$

co w rozważanym przykładzie daje

$$\begin{bmatrix} \underline{I}'_{a(0)} \\ \underline{I}'_{a(1)} \\ \underline{I}'_{a(2)} \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\underline{I}' \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{3.152}$$

Na podstawie układów zastępczych dla układu Yy_0 (rys. 3.53) napiszemy równania napięć fazy a



Rys. 3.53. Układy zastępcze fazy A—a transformatora Yy_0 (przy $Z_0 = \infty$) dla składowych symetrycznych: a) zerowej; b) zgodnej; c) przeciwnej

— dla składowej zerowej

$$0 = (\underline{Z}_{0(0)} + \underline{Z}'_2)\,\underline{I}'_{a(0)} + \underline{U}'_{a(0)} \tag{3.153}$$

— dla składowej zgodnej (przy $Z_0 = \infty$)

$$\underline{U}_{A(1)} = (\underline{Z}_1 + \underline{Z}'_2)\,\underline{I}'_{a(1)} + \underline{U}'_{a(1)} \tag{3.154}$$

— dla składowej przeciwnej ($Z_0 = \infty$)

$$\underline{U}_{A(2)} = (\underline{Z}_1 + \underline{Z}'_2)\,\underline{I}'_{a(2)} + \underline{U}'_{a(2)} \tag{3.155}$$

Oznaczając odpowiednie sumy impedancji przez impedancje dla składowych symetrycznych

$$\underline{Z}_{(0)} = \underline{Z}_{0(0)} + \underline{Z}_1 \tag{3.156}$$

$$\underline{Z}_{(1)} = \underline{Z}_{(2)} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}'_2 = \underline{Z}_k \tag{3.157}$$

i sumując wyrażenia (3.153) do (3.155), otrzymujemy w rozważanym przypadku

$$\underline{U}_{A(1)} + \underline{U}_{A(2)} = (\underline{Z}_{(0)} + \underline{Z}_{(1)} + \underline{Z}_{(2)})\frac{1}{3}\underline{I}' + \underline{U}'_{a(0)} + \underline{U}'_{a(1)} + \underline{U}'_{a(2)} \tag{3.158}$$

Składowe symetryczne napięć fazowych wtórnych, przeliczone na stronę pierwotną, wyrażają się przez napięcia fazowe wtórne $\underline{U}'_a$, $\underline{U}'_b$, $\underline{U}'_c$

$$\begin{bmatrix} \underline{U}'_{a(0)} \\ \underline{U}'_{a(1)} \\ \underline{U}'_{a(2)} \end{bmatrix} = \mathbf{S} \begin{bmatrix} \underline{U}'_a \\ \underline{U}'_b \\ \underline{U}'_c \end{bmatrix} \tag{3.159}$$

co po rozpisaniu macierzy ma postać

$$\underline{U}'_{a(0)} = \frac{1}{3}(\underline{U}'_a + \underline{U}'_b + \underline{U}'_c) \tag{3.160}$$

$$\underline{U}'_{a(1)} = \frac{1}{3}(\underline{U}'_a + a\underline{U}'_b + a^2\underline{U}'_c) \tag{3.161}$$

$$\underline{U}'_{a(2)} = \frac{1}{3}(\underline{U}'_a + a^2\underline{U}'_b + a\underline{U}'_c) \tag{3.162}$$

Po dodaniu do siebie tych trzech wyrażeń otrzymujemy

$$\underline{U}'_{a(0)} + \underline{U}'_{a(1)} + \underline{U}'_{a(2)} = \underline{U}'_a \tag{3.163}$$

Napięcie fazowe $\underline{U}'_a$ jest iloczynem przeliczonych na stronę pierwotną impedancji odbiornika $\underline{Z}'$ i prądu obciążenia $\underline{I}'$

$$\underline{U}'_a = \underline{Z}'\underline{I}'_a \tag{3.164}$$

Podstawiając (3.163) i (3.164) do (3.158), otrzymujemy:

$$\underline{I}' = \frac{\underline{U}_{A(1)} + \underline{U}_{A(2)}}{3\underline{Z}' + \underline{Z}_{(0)} + \underline{Z}_{(1)} + \underline{Z}_{(2)}} \tag{3.165}$$

stąd zaś rzeczywisty prąd obciążenia

$$\underline{I} = \vartheta\underline{I}' \tag{3.166}$$

Znając prąd obciążenia $\underline{I}'$, możemy ze wzoru (3.152) obliczyć prądy składowe symetryczne strony wtórnej, przeliczone na stronę pierwotną

$$\underline{I}'_{a(0)};\quad \underline{I}'_{a(1)};\quad \underline{I}'_{a(2)}$$

gdzie $\underline{I}'_{a(1)}$ i $\underline{I}'_{a(2)}$ są równe odpowiednio prądom symetrycznym strony pierwotnej

$$\underline{I}_{A(1)} = \underline{I}'_{a(1)} \tag{3.167}$$

$$\underline{I}_{A(2)} = \underline{I}'_{a(2)} \tag{3.168}$$

a ze względu na układ Y po stronie pierwotnej

$$\underline{I}_{A(0)} = 0 \tag{3.169}$$

Prądy fazowe strony pierwotnej wynoszą:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{I}_B \\ \underline{I}_C \end{bmatrix} = \mathbf{S}^{-1} \begin{bmatrix} \underline{I}_{A(0)} \\ \underline{I}_{A(1)} \\ \underline{I}_{A(2)} \end{bmatrix} \tag{3.170}$$

Składowe symetryczne napięć fazowych wtórnych, przeliczonych na stronę pierwotną na podstawie układów z rys. 3.53 wynoszą:

$$\underline{U}'_{a(0)} = -\underline{I}'_{a(0)}\underline{Z}_{(0)} \tag{3.171}$$

$$\underline{U}'_{a(1)} = \underline{U}_{A(1)} - \underline{Z}_1\underline{I}'_{a(1)} \tag{3.172}$$

$$\underline{U}'_{a(2)} = \underline{U}_{A(2)} - \underline{Z}_2\underline{I}'_{a(2)} \tag{3.173}$$

Stąd można wyliczyć napięcia fazowe strony wtórnej

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} = \frac{1}{\vartheta} \begin{bmatrix} \underline{U}'_a \\ \underline{U}'_b \\ \underline{U}'_c \end{bmatrix} = \frac{1}{\vartheta} \mathbf{S}^{-1} \begin{bmatrix} \underline{U}'_{a(0)} \\ \underline{U}'_{a(1)} \\ \underline{U}'_{a(2)} \end{bmatrix} \tag{3.174}$$

oraz napięcia międzyprzewodowe strony wtórnej

$$\underline{U}_{ab} = \underline{U}_a - \underline{U}_b \tag{3.175}$$

$$\underline{U}_{bc} = \underline{U}_b - \underline{U}_c \tag{3.176}$$

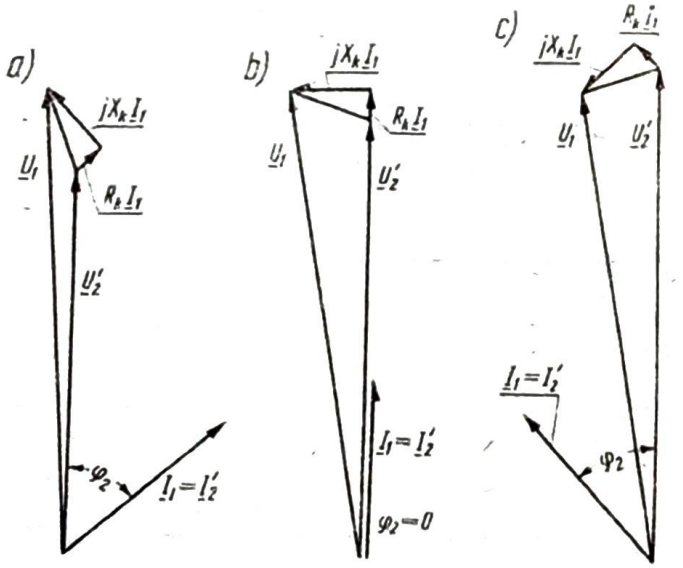
$$\underline{U}_{ca} = \underline{U}_c - \underline{U}_a \tag{3.177}$$

W podobny sposób można dokonać obliczeń transformatorów niesymetrycznie zasilanych i obciążonych przy innych układach połączeń,

3.5. ZAGADNIENIA EKSPLOATACYJNE

3.5.1. Spadek napięcia i zmienność napięcia

W stanie jałowym transformatora zasilanego znamionowym napięciem pierwotnym U_{1n} pojawia się na zaciskach strony wtórnej napięcie U_{20}, które określa się jako znamionowe napięcie strony wtórnej U_{2n}. Przy obciążeniu transformatora prądem I_2 napięcie wtórne U_2 jest inne niż U_{20} z powodu spadków napięcia na impedancjach transformatora. Pomijając prąd magnesujący, a więc przyjmując, że $I_1 = I'_2$, możemy wyrysować wykresy wskazowe obciążenia czynno-indukcyjnego, czynnego i czynno-



Rys. 3.54. Wykresy wskazowe napięć i prądów transformatora przy obciążeniu: a) czynno-indukcyjnym; b) czynnym; c) czynno-pojemnościowym

-pojemnościowego (rys. 3.54), przy czym dla napięć przeliczonych na stronę pierwotną napięcie U'_{20} jest równe U_1. Widać, że dla jednakowych napięć U_1 napięcie wtórne zależy od wielkości prądu obciążenia i współczynnika mocy $\cos\varphi_2$.

Spadkiem napięcia transformatora δU nazywa się algebraiczną różnicę między napięciem pierwotnym a odniesionym do obwodu pierwotnego napięciem wtórnym.

Zmiennością napięcia transformatora ΔU nazywa się spadek napięcia przy przejściu od stanu jałowego do stanu znamionowego, przy danym współczynniku mocy $\cos\varphi_2$ oraz znamionowym napięciu i znamionowej częstotliwości zasilania. Zmienność napięcia może być więc określona jako spadek napięcia, który występuje przy obciążeniu znamionowym.

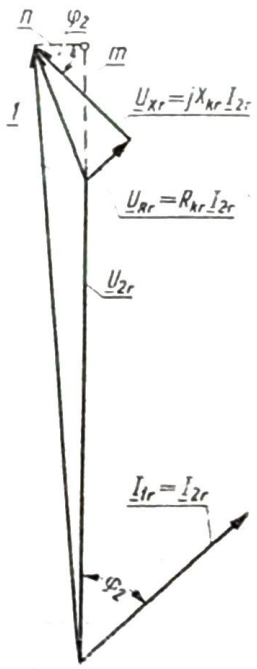
Wyrażając spadek napięcia δU w wartościach względnych, otrzymujemy zależność

$$\delta U_r = \frac{U'_{20} - U'_2}{U'_{20}} = \frac{U_{1n} - U'_2}{U_{1n}} = 1 - U'_{2r} \tag{3.178}$$

lub, przechodząc do napięć strony wtórnej

$$\delta U_r = \frac{U_{20} - U_2}{U_{20}} = 1 - U_{2r} \tag{3.179}$$

Obydwie zależności dają identyczny wynik ponieważ $U'_{2r} = U_{2r}$.



Rys. 3.55. Wykres wskazowy prądów i napięć transformatora w wartościach względnych

Wykres wskazowy napięć i prądów przeliczonych na stronę wtórną dla dowolnego prądu I_2 przedstawia rys. 3.55 gdzie napięcia wyrażone są w wartościach względnych, a zatem

$$U_{1nr} = U_{20r} = 1 \tag{3.180}$$

$$U_{Rr} = \frac{R_k I_2}{U_{2n}} = \frac{R_k I_{2r}}{Z_n} = R_{kr} I_{2r} \tag{3.181}$$

$$U_{Xr} = \frac{X_k I_2}{U_{2n}} = \frac{X_k I_{2r}}{Z_n} = X_{kr} I_{2r} \tag{3.182}$$

Na podstawie rys. 3.55 można napisać, że

$$m = U_{Rr}\cos\varphi_2 + U_{Xr}\sin\varphi_2 \tag{3.183}$$

$$n = U_{Xr}\cos\varphi_2 - U_{Rr}\sin\varphi_2 \tag{3.184}$$

$$(U_{2r}+m)^2 + n^2 = 1 \tag{3.185}$$

a zatem

$$U_{2r} = \sqrt{1-n^2} - m \tag{3.186}$$

rozwijając w szereg Maclaurina wyrażenie $\sqrt{1-n^2}$ otrzymujemy

$$\sqrt{1-n^2} = 1 - \frac{n^2}{2} - \frac{n^4}{8} - \ldots \tag{3.187}$$

Spadek napięcia wyraża się zatem zależnością

$$\delta U_r = 1 - \left(1 - \frac{n^2}{2} - \frac{n^4}{8} - \ldots\right) + m = m + \frac{n^2}{2} + \frac{n^4}{8} + \ldots \tag{3.188}$$

Ograniczając się do pierwszych dwóch wyrazów otrzymujemy

$$\delta U_r = I_{2r}(R_{kr}\cos\varphi_2 + X_{kr}\sin\varphi_2) + \frac{1}{2} I_{2r}^2 (X_{kr}\cos\varphi_2 - R_{kr}\sin\varphi_2)^2 \tag{3.189}$$

Znając δU_r można łatwo na podstawie wzoru (3.179) obliczyć napięcie wtórne w zadanych warunkach pracy

$$U_2 = U_{20} - U_{20}\delta U_r = U_{20}(1 - \delta U_r) \tag{3.190}$$

Spadek napięcia i zmienność napięcia wyraża się niekiedy wprost w woltach. Ze wzorów (3.188), (3.183) i (3.184), po pomnożeniu przez napięcie znamionowe, otrzymujemy wyrażenie na spadek napięcia

$$\delta U = U_R\cos\varphi_2 + U_X\sin\varphi_2 + \frac{1}{2U_{2n}}(U_X\cos\varphi_2 - U_R\sin\varphi_2)^2 \tag{3.191}$$

Wyraźmy U_R i U_X przez względną wartość prądu I_{2r} oraz przez U_{Rk} i U_{Xk}, które są spadkami napięć na rezystancji i reaktancji zwarcia przy znamionowym prądzie obciążenia

$$U_R = I_{2r} U_{Rk} \tag{3.192}$$

$$U_X = I_{2r} U_{Xk} \tag{3.193}$$

gdzie $U_{Rk} = U_k\cos\varphi_k$; $U_{Xk} = U_k\sin\varphi_k$.

Otrzymujemy wówczas

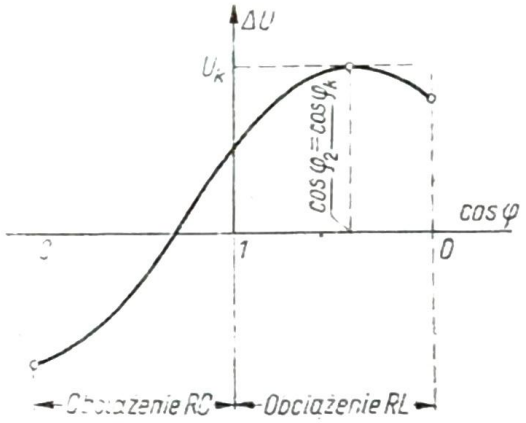
$$\delta U = I_{2r}(U_{Rk}\cos\varphi_2 + U_{Xk}\sin\varphi_2) + \frac{I_{2r}^2}{2U_{2n}}(U_{Xk}\cos\varphi_2 - U_{Rk}\sin\varphi_2)^2 \tag{3.194}$$

Jeżeli spadek napięcia wyrażamy w procentach napięcia znamionowego, to wzór (3.194) przyjmuje postać

$$\delta U = I_{2r}(U_{Rk}\cos\varphi_2 + U_{Xk}\sin\varphi_2) + \frac{I_{2r}^2}{200}(U_{Xk}\cos\varphi_2 - U_{Rk}\sin\varphi_2)^2 \qquad (3.195)$$

gdzie U_{Rk} i U_{Xk} są też wyrażone w procentach w stosunku do napięcia znamionowego.

We wszystkich podanych wyżej zależnościach należy traktować kąt dla obciążeń indukcyjnych jako dodatni a dla obciążeń pojemnościowych jako ujemny (co ma wpływ na znak wartości sin φ).



Rys. 3.56. Zależność zmienności napięcia transformatora od współczynnika mocy

Zmienność napięcia ΔU wyraża się wzorami (3.189) lub (3.195) przy $I_{2r} = 1$. Zależność zmienności napięcia od współczynnika mocy cos φ_2 przedstawiono na rys. 3.56. Maksymalna zmienność napięcia występuje przy obciążeniu czynno-indukcyjnym i cos $\varphi_2 = \cos\varphi_k$, gdyż wówczas napięcie U_2 jest na wykresie algebraiczną różnicą napięcia U_{20} i odniesionego od strony wtórnej napięcia zwarcia. Przy pewnym obciążeniu czynno-pojemnościowym napięcie przy znamionowym prądzie jest równe napięciu w stanie jałowym. Ujemna wartość zmienności napięcia oznacza, że przy wzroście obciążenia napięcia strony wtórnej wzrasta.

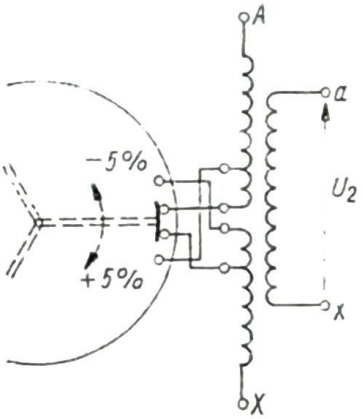
3.5.2. Regulacja napięcia

Regulacji napięcia transformatora dokonuje się dla otrzymania żądanego napięcia strony wtórnej przy danej wartości i rodzaju obciążenia oraz w konkretnych warunkach pracy transformatora w sieci elektroenergetycznej.

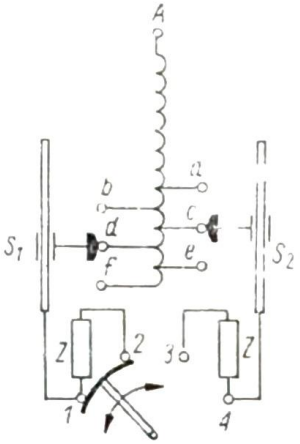
Regulację napięcia osiąga się przez zmianę przekładni zwojowej. Ponieważ uzwojenie wyższego napięcia ma większą liczbę zwojów, a jednocześnie mniejszy prąd znamionowy niż uzwojenie niższego napięcia, dogodniej jest dokonywać zmiany przekładni przez zmianę liczby zwojów uzwojenia wyższego napięcia, gdyż uzyskuje się dokładniejszą regulację, a urządzenia regulacyjne mają mniejsze przekroje elementów wiodących prąd. Regulacja napięcia po stronie wyższego napięcia ma tylko tę niedogodność, że urządzenia regulacyjne muszą być izolowane na odpowiednio wyższe napięcie, mimo to jednak instaluje się urządzenie regulacyjne zazwyczaj po stronie wyższego napięcia.

Rozróżnia się dwa zasadnicze rodzaje urządzeń do regulacji napięcia (przełączników zaczepów): do regulacji w stanie beznapięciowym oraz do regulacji w stanie obciążenia.

Regulacji napięcia w stanie beznapięciowym dokonuje się w transformatorze odłączonym od sieci. Zakres tej regulacji zwykle wynosi $\pm 5\%$, niekiedy z zaczepami umożliwiającymi regulację w zakresie $\pm 2{,}5\%$.



Rys. 3.57. Zasada budowy przełącznika zaczepów transformatora w stanie beznapięciowym (z przerwą w uzwojeniu); oznaczenia +5%, −5% dotyczą napięcia wtórnego



Rys. 3.58. Zasada budowy przełącznika zaczepów transformatora pod obciążeniem

Zaczepy regulacyjne są zwykle wyprowadzone w połowie każdej fazy (rys. 3.57) i są zwierane odpowiednim zwieraczem. W transformatorze olejowym zwieracz ten jest umieszczony wewnątrz kadzi i zanurzony w oleju, a jego wałek jest wyprowadzony ponad pokrywę transformatora. Ślizgacze zwierające odpowiednie zaczepy mogą być przemieszczane tylko w stanie beznapięciowym, gdyż regulowanie napięcia pod obciążeniem mogłoby powodować albo rozwieranie obwodu i przerwy napięcia po stronie wtórnej albo zwieranie części uzwojenia, co wywoływałoby przepływ prądu zwarciowego w tej części uzwojeń. Jeżeli regulator taki znajduje się po stronie pierwotnej, to otrzymuje się większe napięcie wtórne (+5%) wówczas, gdy liczba zwojów uzwojenia pierwotnego jest mniejsza.

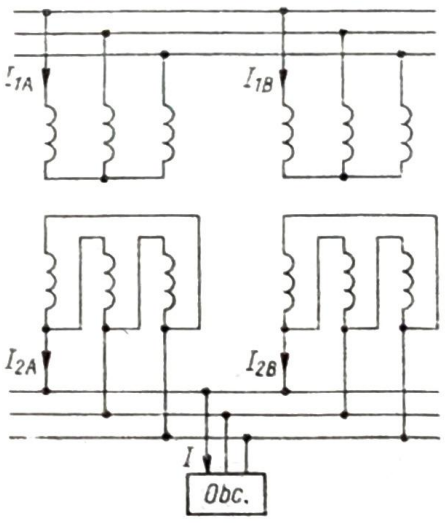
Urządzenie do regulacji napięcia pod obciążeniem instaluje się czasem w transformatorach przemysłowych, gdzie nie można przerywać dopływu energii dla dokonania przełączania zaczepów. Praca takiego urządzenia polega na tym, że w czasie przełączania układu w obwód zwartej części uzwojenia zostaje włączona dodatkowa impedancja, zapobiegająca przepływowi dużego prądu. Rys. 3.58 ilustruje zasadę budowy jednego z wielu stosowanych układów regulatora pod obciążeniem. W położeniu pokazanym na rysunku pracuje uzwojenie między punktami *A—d*. Celem przełączenia układu na część uzwojenia *A—c* należy przełącznik przestawić tak, by zwierał zaciski *3—4*. W położeniu pośrednim zwarte są zaciski *2—3*, tym samym uzwojenie *c—d* jest zwarte, ale nie bezpośrednio, lecz przez włączone w obwód dwie impedancje dodatkowe *Z*.

Aby dokonać przełączenia na część uzwojenia *A—e*, należy przesunąć najpierw ślizgacz S_2 z zacisku *c* do zacisku *e*, co nie spowoduje żadnych zakłóceń, jeżeli w układzie jak na rys. 3.58 przełącznik znajduje się w położeniu lewym, czyli gdy pracuje ślizgacz S_1. Urządzenie musi być tak skonstruowane, aby nie było możliwe przesuwanie ślizgacza S_1, gdy przełącznik znajduje się w położeniu lewym (na zaciskach *1—2*), a ślizgacza S_2, gdy przełącznik znajduje się w położeniu prawym (na zaciskach *3—4*). Liczba stopni takiego przełącznika napięcia wynosi zwykle kilkadziesiąt, zakres regulacji ok. $\pm 20\%$. Przełączenia dokonuje się ręcznie lub przy użyciu napędu silnikowego, sterowanego stycznikami. Do regulacji napięcia stosuje się również inne układy, w których czynności przełączania dokonuje się za pomocą styczników.

3.5.3. Praca równoległa

Praca równoległa dwóch lub większej liczby transformatorów istnieje wtedy, gdy ich zaciski dolnego jak też górnego napięcia są włączone odpowiednio na wspólne szyny.

Praca równoległa jest uzasadniona tym, że moc znamionowa pojedynczego transformatora jest mniejsza niż moc stacji transformatorowej, a tym samym mniejsza jest moc i koszt transformatora rezerwowego, poza tym przy pracy równoległej możliwa jest bardziej elastyczna eksploatacja stacji, gdyż można poszczególne transformatory odłączać lub włączać w zależności od obciążenia. Unika się przez to pracy dużych jednostek przy małym obciążeniu, co jest nieekonomiczne (stałe straty w rdzeniu) i pogarsza współczynnik mocy ze względu na pobór prądu magnesującego.



Rys. 3.59. Układ dwóch transformatorów pracujących równolegle

Transformatory, które mają pracować równolegle, powinny spełniać szereg warunków. Niektóre z tych warunków muszą być spełnione ściśle, inne z zachowaniem pewnej tolerancji, określonej przepisami budowy i eksploatacji transformatorów. Rozpatrzmy dla uproszczenia warunki pracy równoległej dwóch transformatorów trójfazowych (rys. 3.59).

Jeżeli szyny strony wtórnej nie są obciążone odbiornikami, to po stronie wtórnej transformatorów przyłączonych do tych szyn nie powinny płynąć żadne

prądy, a po stronie pierwotnej prądy stanu jałowego takie same, jak gdyby transformatory nie były ze sobą połączone po stronie wtórnej. Aby uzyskać ten stan pracy muszą być spełnione dwa warunki: zgodność przekładni (czyli napięć wtórnych w stanie jałowym) oraz zgodność fazy napięć wtórnych. Wyrażając napięcie pierwotne i wtórne w postaci zespolonej, można zapisać, że musi być spełniony warunek

$$\underline{E}_{2A} = \underline{E}_{2B} \tag{3.196}$$

gdzie napięcia wtórne mogą być określone przez wspólne napięcie pierwotne i przekładnie napięciowe $\underline{\vartheta}_A$ i $\underline{\vartheta}_B$

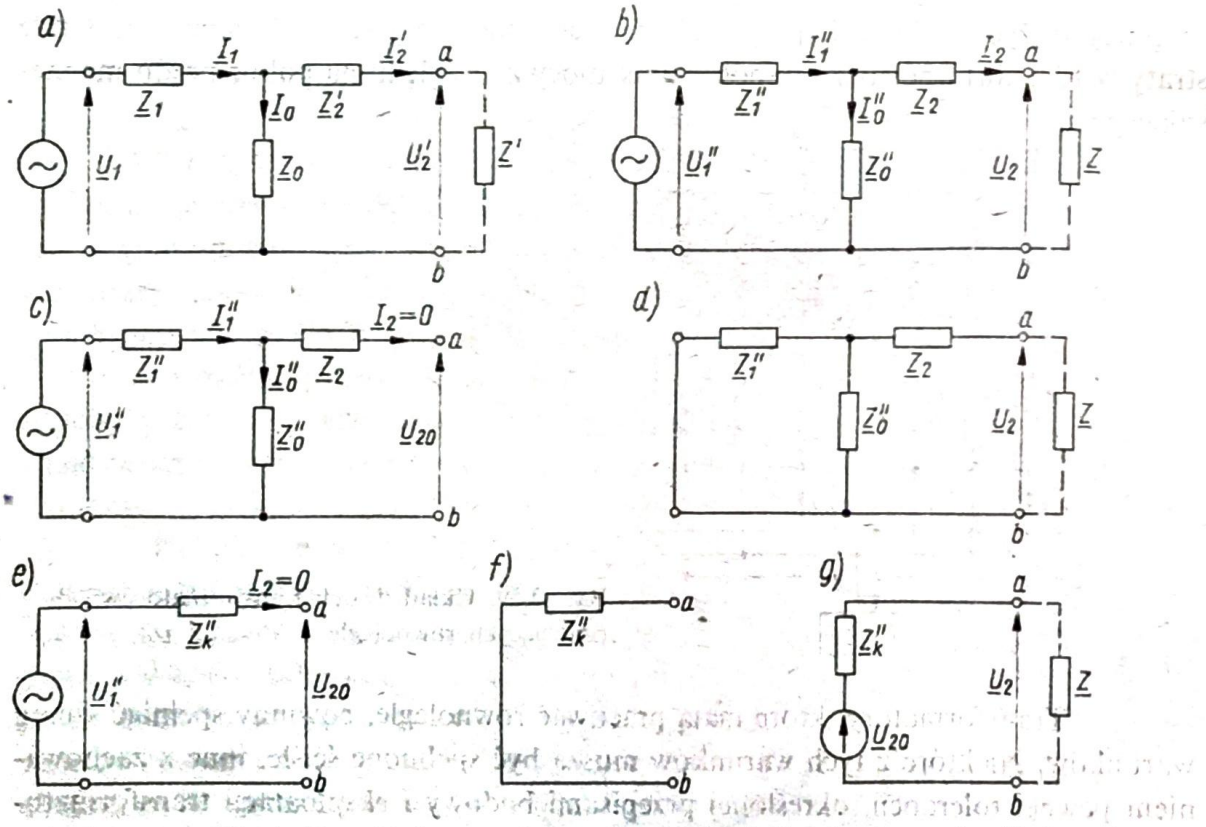
$$\underline{E}_{2A} = \frac{\underline{E}_{1A}}{\underline{\vartheta}_A} \approx \frac{U_1}{\underline{\vartheta}_A} \tag{3.197}$$

$$\underline{E}_{2B} = \frac{\underline{E}_{1B}}{\underline{\vartheta}_B} \approx \frac{U_1}{\underline{\vartheta}_B} \tag{3.198}$$

Zgodność wartości skutecznych i faz napięć wtórnych wyraża się zatem równością przekładni podanych w postaci zespolonej

$$\underline{\vartheta}_A = \underline{\vartheta}_B \tag{3.199}$$

Zespolone wartości przekładni uwzględniają przesunięcie fazowe napięć międzyprzewodowych w stanie jałowym, określone kątem godzinowym, zawartym



Rys. 3.60. Przekształcenie układu transformatora na dwójnik aktywny: a) układ zastępczy o parametrach strony pierwotnej; b) układ zastępczy o parametrach strony wtórnej; c) układ zastępczy dla stanu jałowego ($I_2 = 0$); d) układ przy zwarciu strony pierwotnej; e) układ dla stanu jałowego ($I_2 = 0$) przy pominięciu gałęzi poprzecznej; f) układ przy zwarciu strony pierwotnej i pominięciu gałęzi poprzecznej; g) transformator jako dwójnik aktywny

w symbolu grupy połączeń. Jeżeli warunek ten nie jest spełniony, to w stanie jałowym płyną prądy wyrównawcze (po stronie pierwotnej i wtórnej). Przepisy zezwalają na łączenie równoległe transformatorów o przekładniach różniących się nie więcej niż o 0,5%; wówczas prąd wyrównawczy nie przekracza 7% prądu znamionowego.

Prąd wyrównawczy wygodnie jest obliczyć, rozpatrując jedną fazę układu zastępczego gwiazda-gwiazda. Układ zastępczy transformatora obciążonego impedancją $\underline{Z}'$ (rys. 3.60) można zastąpić dwójnikiem aktywnym, złożonym ze źródła napięcia i impedancji, przyłączonym do zacisków strony wtórnej *a—b*. Do obliczenia prądów wyrównawczych wygodniej będzie przedstawić układ o parametrach przeliczonych na stronę wtórną (rys. 3.60b). Jak wiadomo z teorii obwodów, złożony obwód elektryczny przyłączony do pary zacisków *a—b* można zastąpić szeregowym układem źródła zastępczego o napięciu równym napięciu na tych zaciskach, gdy prąd obciążenia jest równy zeru oraz impedancji obwodu, liczonej od strony tych zacisków, gdy usuniemy z tego obwodu wszystkie źródła napięć. W naszym przypadku dla $\underline{I}_2 = 0$ otrzymujemy napięcie $\underline{U}_{20}$ (rys. 3.60c), a przy zwarciu strony pierwotnej impedancja transformatora, widziana od zacisków strony wtórnej (rys. 3.60d), wynosi

$$\underline{Z} = \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}''_1 \underline{Z}''_0}{\underline{Z}''_1 + \underline{Z}''_0} \tag{3.200}$$

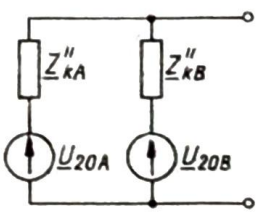
Jeżeli pominiemy gałąź poprzeczną, to impedancja zastępcza układu jest impedancją zwarcia odniesioną od strony wtórnej (rys. 3.60e), a zwarty czwórnik z rys. 3.60d staje się dwójnikiem (rys. 3.60f). Otrzymany dwójnik aktywny (rys. 3.60g) reprezentuje obwód, dla którego obowiązuje równanie napięć dotyczące strony wtórnej transformatora

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_{20} - \underline{I}_2 \underline{Z}''_k \tag{3.201}$$

jakie możemy otrzymać z równania napięć dla układu wg rys. 3.27a

$$\underline{U}'_2 = \underline{U}_1 - \underline{I}_1 \underline{Z}_k \tag{3.202}$$

po obustronnym podzieleniu przez przekładnię napięciową.



Rys. 3.61. Układ zastępczy dwóch transformatorów połączonych równolegle (dla stanu jałowego)

Przy równoległym połączeniu dwóch transformatorów otrzymujemy w stanie jałowym układ jak na rys. 3.61. Prąd wyrównawczy określa zatem zależność

$$\underline{I}_w = \frac{\underline{U}_{20A} - \underline{U}_{20B}}{\underline{Z}''_{kA} + \underline{Z}''_{kB}} \tag{3.203}$$

Aby więc prąd wyrównawczy nie płynął, musi być $\underline{U}_{20A} = \underline{U}_{20B}$, a zatem napięcia transformatorów w stanie jałowym muszą być w fazie i mieć równe war-

tości skuteczne, czyli transformatory muszą mieć ten sam kąt godzinowy i tę samą przekładnię.

Przy obciążeniu połączonych równolegle transformatorów odbiornikiem o impedancji Z płyną przez te transformatory prądy obciążenia i pojawiają się w nich spadki napięcia na impedancji zwarcia (przy pominięciu gałęzi poprzecznej). Jednak w każdym stanie pracy napięcia pierwotne są jednakowe i wspólne jest napięcie wtórne. Można więc napisać, że obowiązuje równość spadków napięć na impedancjach zwarcia wyrażonych w postaci zespolonej

$$\underline{I}_A \underline{Z}_{kA} = \underline{I}_B \underline{Z}_{kB} \tag{3.204}$$

a także równe muszą być moduły tych napięć, czyli iloczyny modułów prądów i impedancji zwarcia

$$I_A Z_{kA} = I_B Z_{kB} \tag{3.205}$$

Otrzymuje się stąd zależność

$$\frac{I_A}{I_B} = \frac{Z_{kB}}{Z_{kA}} \tag{3.206}$$

Prądy obciążenia są więc odwrotnie proporcjonalne do impedancji zwarcia pracujących równolegle transformatorów.

Mnożąc licznik i mianownik prawej strony równania (3.206) przez iloczyn prądów znamionowych otrzymujemy

$$\frac{I_A}{I_B} = \frac{I_{nA} I_{nB} Z_{kB}}{I_{nB} I_{nA} Z_{kA}} = \frac{I_{nA}}{I_{nB}} \frac{U_{kB}}{U_{kA}} \tag{3.207}$$

przy czym ze względu na wspólne napięcie znamionowe stosunek prądów znamionowych można zastąpić stosunkiem mocy znamionowych a stosunek napięć zwarcia stosunkiem względnych (lub procentowych) wartości napięć zwarcia, skąd wynika, że

$$\frac{I_A}{I_B} = \frac{S_A}{S_B} = \frac{S_{nA}}{S_{nB}} \frac{U_{kB}}{U_{kA}} = \frac{S_{nA}}{S_{nB}} \frac{U_{krB}}{U_{krA}} \tag{3.208}$$

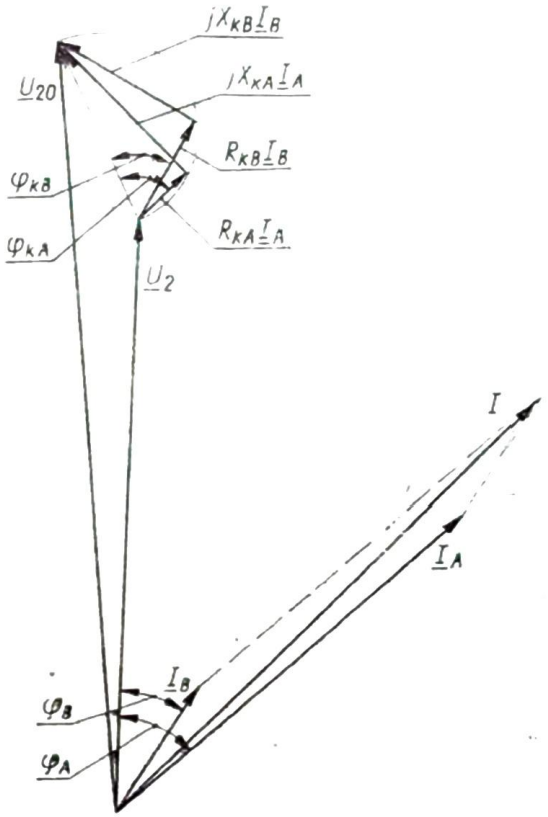
Z zależności (3.207) wynika, że stosunek względnych wartości prądów lub mocy pozornych jest równy odwrotności napięć zwarcia, wyrażonych jako wielkości znamionowe, względne lub procentowe

$$\frac{I_{rA}}{I_{rB}} = \frac{S_{rA}}{S_{rB}} = \frac{U_{kB}}{U_{kA}} = \frac{U_{krB}}{U_{krA}} \tag{3.209}$$

Jeżeli transformatory mają się obciążać proporcjonalnie do ich mocy znamionowych, to ich napięcia zwarcia powinny być równe. Dla ułatwienia doboru transformatorów ze względu na równomierność obciążenia, napięcia zwarcia są znormalizowane, np. transformatory energetyczne mają napięcie zwarcia najczęściej 4,5%; transformatory o napięciu powyżej 30 kV mają zwykle napięcie zwarcia 6%, gdyż ze względu na duże odstępy między poszczególnymi elementami uzwojeń, a także między uzwojeniami i rdzeniem, reaktancje rozproszenia uzwojeń są tak duże,

że nie można utrzymać warunku, by napięcie zwarcia wynosiło 4,5%. Według przepisów transformatory nie mogą być dopuszczone do pracy równoległej, jeżeli ich napięcia zwarcia różnią się od wartości podanych na tabliczkach znamionowych więcej niż o 10%.

Jeżeli pracujące równolegle transformatory znacznie się między sobą różnią mocą znamionową, to nawet przy równych wartościach napięć zwarcia trójkąty zwarcia nie są jednakowe, bo stosunek reaktancji do rezystancji zwarcia jest w transformatorach dużych większy niż w małych. Przy obciążeniu znamionowym obu transformatorów prąd obciążenia jest sumą geometryczną prądów obu transforma-



Rys. 3.62. Wykres wskazowy ilustrujący pracę równoległą transformatorów — dużego (*A*) i małego (*B*)

torów, przy czym prądy te nie są ze sobą w fazie (rys. 3.62), a zatem ich suma geometryczna jest mniejsza od sumy algebraicznej. Tym samym moc pozorna oddawana jest mniejsza od sumy mocy znamionowych obu transformatorów. Współczynnikiem dobroci pracy równoległej jest stosunek mocy, jaką mogą przenieść te transformatory przy pracy równoległej, gdy przynajmniej jeden z nich osiągnął znamionową moc pozorną, do sumy ich mocy znamionowych

$$d = \frac{S}{S_{nA} + S_{nB}} \tag{3.210}$$

lub stosunek prądu obciążenia w stanie, gdy przynajmniej jeden transformator osiągnął prąd znamionowy (a prąd drugiego transformatora jest mniejszy lub równy wartości znamionowej), do sumy prądów znamionowych

$$d = \frac{I}{I_{nA} + I_{nB}} \tag{3.211}$$

Rozważmy ogólny przypadek, gdy różne są tak napięcia zwarcia jak i moce znamionowe. Wprowadzimy oznaczenia

$$a = \frac{U_{kA}}{U_{kB}} \tag{3.212}$$

$$x = \frac{S_{nA}}{S_{nB}} = \frac{I_{nA}}{I_{nB}} \tag{3.213}$$

Stosunek prądów przy obciążeniu wyraża się na podstawie (3.207) wzorem

$$\frac{I_A}{I_B} = \frac{I_{nA}}{I_{nB}} \frac{U_{kB}}{U_{kA}} = \frac{x}{a} \tag{3.214}$$

W rozważanym stanie pracy transformator o mniejszym napięciu zwarcia jest obciążony prądem znamionowym, a transformator o większym napięciu zwarcia jest niedociążony. Oznacza to, że przy $a \geqslant 1$, czyli dla $U_{kA} \geqslant U_{kB}$, mamy $I_B = I_{nB}$, natomiast przy $a \leqslant 1$ czyli dla $U_{kA} \leqslant U_{kB}$ zachodzi równość $I_A = I_{nA}$. Niech oznaczenie A dotyczy zawsze transformatora większego, zatem $x \geqslant 1$. Prąd obciążenia wyraża się zależnością

$$I = \sqrt{I_A^2 + I_B^2 + 2 I_A I_B \cos(\varphi_A - \varphi_B)} \tag{3.215}$$

Dla $a \geqslant 1$ możemy określić ten prąd zależnością

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{I_A^2 + I_{nB}^2 + 2 I_A I_{nB} \cos(\varphi_A - \varphi_B)} = \\ &= I_{nB} \sqrt{1 + \left(\frac{I_A}{I_{nB}}\right)^2 + 2 \frac{I_A}{I_{nB}} \cos(\varphi_A - \varphi_B)} = \\ &= I_{nB} \sqrt{1 + \left(\frac{x}{a}\right)^2 + 2 \frac{x}{a} \cos(\varphi_A - \varphi_B)} \end{aligned} \tag{3.216}$$

i podobnie dla $a \leqslant 1$

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{I_{nA}^2 + I_B^2 + 2 I_{nA} I_B \cos(\varphi_A - \varphi_B)} = \\ &= I_{nA} \sqrt{1 + \left(\frac{I_B}{I_{nA}}\right)^2 + 2 \frac{I_B}{I_{nA}} \cos(\varphi_A - \varphi_B)} = \\ &= I_{nA} \sqrt{1 + \left(\frac{a}{x}\right)^2 + 2 \frac{a}{x} \cos(\varphi_A - \varphi_B)} \end{aligned} \tag{3.217}$$

Współczynnik d wyraża się zatem dla $a \geqslant 1$ zależnością

$$d = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{x}{a}\right)^2 + 2 \frac{x}{a} \cos(\varphi_A - \varphi_B)}}{\frac{I_{nA}}{I_{nB}} + \frac{I_{nB}}{I_{nB}}} = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{x}{a}\right)^2 + 2 \frac{x}{a} \cos(\varphi_A - \varphi_B)}}{x + 1} \tag{3.218}$$

a dla $a \leqslant 1$

$$d = \frac{1+\left(\frac{a}{x}\right)^2 + 2\frac{a}{x}\cos(\varphi_A - \varphi_B)}{\frac{I_{nA}}{I_{nA}} + \frac{I_{nB}}{I_{nA}}} = \frac{\sqrt{1+\left(\frac{a}{x}\right)^2 + 2\frac{a}{x}\cos(\varphi_A - \varphi_B)}}{1+\frac{1}{x}} \tag{3.219}$$

co można przedstawić w postaci

— dla $a \geqslant 1$

$$d = \frac{1}{a(1+x)}\sqrt{a^2+x^2+2ax\cos(\varphi_A - \varphi_B)} \tag{3.220}$$

— dla $a \leqslant 1$

$$d = \frac{1}{1+x}\sqrt{a^2+x^2+2ax\cos(\varphi_A - \varphi_B)} \tag{3.221}$$

Jeżeli napięcia zwarcia są jednakowe ($a = 1$) i trójkąty zwarcia są identyczne ($\varphi_A = \varphi_B$), to otrzymuje się

$$d = \frac{1}{1+x}\sqrt{1+x^2+2x} = 1 \tag{3.222}$$

Jeżeli napięcia zwarcia są jednakowe, lecz na skutek dużej różnicy mocy znamionowych kąty φ_A i φ_B są różne, to

$$d = \frac{1}{1+x}\sqrt{1+x^2+2x\cos(\varphi_A - \varphi_B)} \tag{3.223}$$

a zatem $d < 1$.

Jak wynika z rys. 3.62, wartość $\cos(\varphi_A - \varphi_B)$ jest równa $\cos(\varphi_{kA} - \varphi_{kB})$ i może być obliczona z zależności

$$\cos(\varphi_A - \varphi_B) = \cos\varphi_{kA}\cos\varphi_{kB} + \sin\varphi_{kA}\sin\varphi_{kB} = \frac{U_{RA}U_{RB} + U_{XA}U_{XB}}{U_{kA}U_{kB}} \tag{3.224}$$

lub, wyrażając spadki napięcia w wartościach względnych, otrzymamy

$$\cos(\varphi_A - \varphi_B) = \frac{P_{krA}P_{krB} + \sqrt{U_{krA}^2 - P_{krA}^2}\sqrt{U_{krB}^2 - P_{krB}^2}}{U_{krA}U_{krB}} \tag{3.225}$$

co można przedstawić prościej w postaci

$$\cos(\varphi_A - \varphi_B) = gh + \sqrt{(1-g^2)(1-h^2)} \tag{3.226}$$

gdzie

$$g = \frac{P_{krA}}{U_{krA}}; \qquad h = \frac{P_{krB}}{U_{krB}} \tag{3.227}$$

Wartość $\cos(\varphi_A - \varphi_B)$ jest, nawet przy dużym stosunku mocy znamionowych, bardzo bliska jedności, a zatem przy równych napięciach zwarcia współczynnik dobroci pracy równoległej jest bliski jedności. Według danych katalogowych transformatorów produkcji krajowej przy $x = 10$ współczynnik d wynosi ok. 0,996, a zatem ograniczenie mocy odbiorników, spowodowane dużym stosunkiem mocy transformatorów, wynosi tylko 0,4% sumy ich mocy znamionowych. Przy stosunku mocy $x = 3$ otrzymuje się $d = 0{,}999$, czyli ograniczenie mocy wynosi tylko 0,1%. Ograniczenie stosunku mocy do wartości 3 : 1, jak to jest podawane w literaturze, nie ma zatem istotnego znaczenia dla wykorzystania mocy transformatorów, jeżeli napięcia zwarcia są równe.

Wskutek tolerancji napięć zwarcia ($\pm 10\%$) może się jednak zdarzyć, że w granicznym przypadku pracują równolegle transformatory, których napięcia zwarcia wynoszą 1,1 U_k oraz 0,9 U_k, czyli że w granicznym przypadku $a = 1{,}22$ lub $a = 0{,}82$.

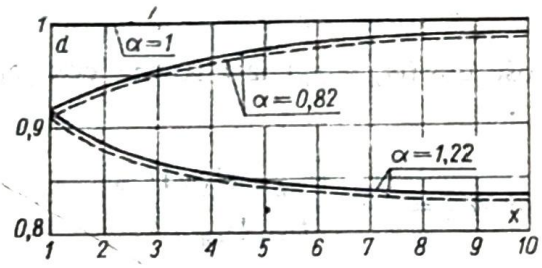
Przyjmując dla uproszczenia $\cos(\varphi_A - \varphi_B) = 1$ można z wzorów (3.220) i (3.221) otrzymać zależności dla $a \geqslant 1$

$$d = \frac{a + x}{a(1 + x)} \tag{3.228}$$

a dla $a \leqslant 1$

$$d = \frac{a + x}{1 + x} \tag{3.229}$$

Wartość współczynnika dobroci pracy równoległej transformatorów w funkcji stosunku ich mocy znamionowych, obliczoną zgodnie z (3.228) i (3.229), przed-



Rys. 3.63. Zależność współczynnika dobroci pracy równoległej od stosunku mocy transformatorów dla granicznych wartości napięć zwarcia;
linia ciągła — dla $\varphi_{kA} = \varphi_{kB}$,
linia kreskowana — dla $\varphi_{kA} \neq \varphi_{kB}$

stawia rys. 3.63. Jak widać w miarę wzrostu wartości x współczynnik dobroci pracy równoległej maleje gdy $a > 1$, tzn. gdy większy transformator ma większe napięcie zwarcia, natomiast d rośnie gdy $a < 1$, a więc wtedy, gdy większy transformator ma mniejsze napięcie zwarcia.

Dla $x = 3$ podawanego w katalogach otrzymuje się odpowiednio $d = 0{,}864$ i $d = 0{,}955$, a zatem zmniejszenie mocy wynosi 13,6% i 4,5%, podczas gdy dla równych mocy transformatorów ($x = 1$) otrzymuje się $d = 0{,}919$, więc moc jest zmniejszona o 8,1%. Uwzględnienie czynnika $\cos(\varphi_A - \varphi_B)$ zmniejsza współczynnik d zaledwie o mniej niż 1%; z wykresu na rys. 4.63 widać ponadto, że przekroczenie stosunku mocy 3 : 1 (czyli $x = 3$) nie powoduje już znacznych spadków wartości d dla $a > 1$,

natomiast dla $a < 1$ wartość d nieco się zwiększa. Wynika stąd, że nawet przy różnych napięciach zwarcia ograniczenie stosunku mocy do proporcji 3 : 1 nie ma szczególnego uzasadnienia.

3.5.4. Praca grupowa transformatorów

Przy pracy równoległej grupy transformatorów o jednakowej przekładni można dla każdego z nich napisać równanie napięć

$$\underline{U}_1 = \underline{U}'_2 + \underline{I}_{1i}\underline{Z}_{ki} \tag{3.230}$$

a stąd określić prąd obciążenia strony pierwotnej

$$\underline{I}_{1i} = \frac{\underline{U}_1 - \underline{U}'_2}{\underline{Z}_{ki}} \tag{3.231}$$

Całkowity prąd obciążenia, przeliczony na stronę pierwotną, jest sumą prądów poszczególnych transformatorów

$$\underline{I}' = \sum_{j=1}^{n} \underline{I}_{1j} \tag{3.232}$$

a jednocześnie może być określony jako iloraz napięcia U'_2 i przeliczonej na stronę pierwotną impedancji Z'_{obc}

$$\underline{I}' = \frac{\underline{U}'_2}{\underline{Z}'_{obc}} \tag{3.233}$$

można zatem napisać jedno równanie

$$\frac{\underline{U}'_2}{\underline{Z}'_{obc}} = \sum_{j=1}^{n} \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_{kj}} - \sum_{j=1}^{n} \frac{\underline{U}'_2}{\underline{Z}_{kj}} \tag{3.234}$$

skąd napięcie wtórne określi zależność:

$$\underline{U}'_2 = \frac{\underline{U}_1 \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{\underline{Z}_{kj}}}{\frac{1}{\underline{Z}_{obc}} + \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{\underline{Z}_{kj}}} \tag{3.235}$$

Znając napięcie U'_2 można na podstawie wzoru (3.231) obliczyć poszczególne prądy. Można je również obliczyć, jeżeli znany jest całkowity prąd obciążenia I i odpowiadający mu prąd całkowity I' po stronie pierwotnej. Przyjmując ten prąd na wskaz podstawowy, można wyrazić I' jako geometryczną sumę prądów pierwotnych poszczególnych transformatorów

$$\underline{I}' = \sum_{j=1}^{n} \underline{I}_{1j} = \sum_{j=1}^{n} \frac{\Delta \underline{U}}{\underline{Z}_{kj}} \tag{3.236}$$

gdzie $\Delta\underline{U}$ jest wspólnym dla wszystkich transformatorów spadkiem napięcia na ich impedancjach zwarcia i wyraża się wzorem

$$\Delta\underline{U} = \frac{\underline{I}'}{\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{\underline{Z}_{kj}}} \tag{3.237}$$

Ponieważ dla i-tego transformatora zachodzi też zależność

$$\Delta\underline{U} = \underline{I}_{1i}\underline{Z}_{ki} \tag{3.238}$$

zatem

$$\underline{I}_{1i} = \frac{\underline{I}'}{\underline{Z}_{ki}\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{\underline{Z}_{kj}}} \tag{3.239}$$

Podobnie prądy wtórne można obliczyć, podstawiając w powyższym wzorze rzeczywisty prąd obciążenia $\underline{I}$

$$\underline{I}_{2i} = \frac{\underline{I}}{\underline{Z}_{ki}\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{\underline{Z}_{kj}}} \tag{3.240}$$

Jeżeli pominiemy przesunięcie fazowe między poszczególnymi prądami, to możemy obliczyć prądy dowolnym z poniższych, wynikających z (3.240), wzorów

$$I_{2i} = \frac{I}{Z_{ki}\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{Z_{kj}}} \tag{3.241}$$

$$I_{2i} = \frac{I}{\frac{U_{ki}}{I_{ni}}\sum_{j=1}^{n} \frac{I_{nj}}{U_{kj}}} \tag{3.242}$$

$$I_{2i} = \frac{I}{\frac{U_{kir}}{I_{ni}}\sum_{j=1}^{n} \frac{I_{nj}}{U_{kjr}}} \tag{3.243}$$

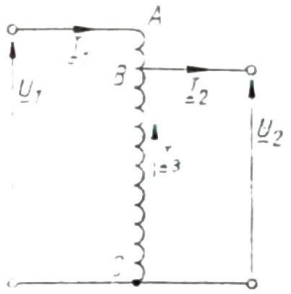
We wzorach (3.239)—(3.241) można oczywiście wyrazić impedancje zwarcia jako wartości odniesione albo do strony pierwotnej, albo do strony wtórnej; we wzorze (3.242) U_{ki} oraz U_{kj} są napięciami zwarcia odniesionymi do strony pier-

wotnej lub wtórnej; we wzorach (3.240) i (3.243) I_{ni} oraz I_{nj} — pierwotnymi lub wtórnymi prądami znamionowymi; we wzorze (3.243) U_{kir} oraz U_{kjr} — względnymi wartościami napięcia zwarcia.

3.6. TRANSFORMATORY SPECJALNE

3.6.1. Autotransformatory

Autotransformatorem nazywa się transformator, w którym obwód zasilający i obwód obciążenia są przyłączone do wspólnego uzwojenia (rys. 3.64).



Rys. 3.64. Obwód elektryczny autotransformatora jednofazowego

W stanie jałowym napięcie U_2 różni się od U_1 w proporcji zależnej od liczby zwojów z_2 i z_1

$$U_2 = U_1 \frac{z_2}{z_1} \tag{3.244}$$

Można przyjąć, że w warunkach znamionowych moce pozorne po stronie pierwotnej i wtórnej są sobie równe. Iloczyn prądu i napięcia dowolnej strony autotransformatora w stanie znamionowym nazywa się mocą przechodnią S_p

$$S_p = U_1 I_1 = U_2 I_2 \tag{3.245}$$

Przekładnię autotransformatora określa taka sama zależność, jak w transformatorze dwuuzwojeniowym:

$$\vartheta = \frac{z_1}{z_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} \tag{3.246}$$

We wspólnej części uzwojenia płynie prąd I_3, który na podstawie rys. 3.64 może być określony związkiem

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_2 - \underline{I}_1 \tag{3.247}$$

Pomijając prąd stanu jałowego, można przyjąć, że prądy I_1 i I_2 są ze sobą w fazie, a zatem skuteczna wartość prądu I_3 jest różnicą wartości skutecznych prądów I_2 i I_1

$$I_3 = I_2 - I_1 = I_2 - \frac{I_2}{\vartheta} = I_2\left(1 - \frac{1}{\vartheta}\right) = I_2 \frac{\vartheta - 1}{\vartheta} \tag{3.248}$$

Mocą własną autotransformatora nazywa się iloczyn prądu we wspólnej części uzwojenia i napięcia na tej części uzwojenia

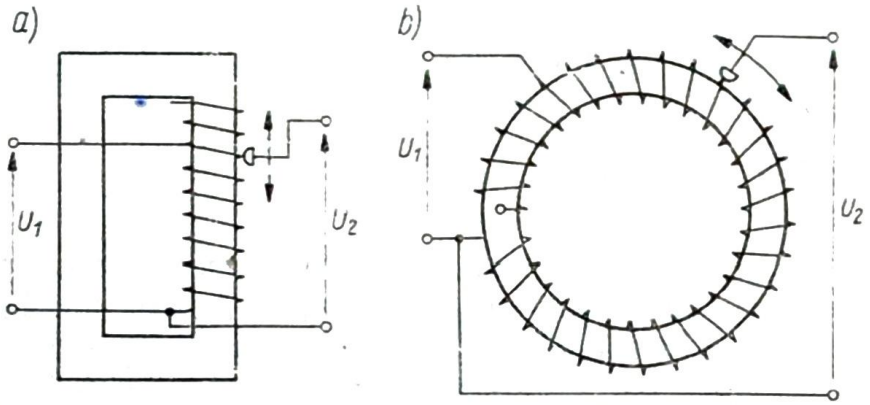
$$S_w = U_2 I_3 \tag{3.249}$$

a zatem na podstawie zależności (3.248) i (3.245)

$$S_w = U_2 I_2 \frac{\vartheta - 1}{\vartheta} = S_p \frac{\vartheta - 1}{\vartheta} \tag{3.250}$$

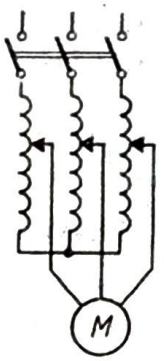
Jeżeli wartość przekładni ϑ jest bliska jedności, to prąd płynący we wspólnej części uzwojenia jest znacznie mniejszy od prądu I_2, a moc własna jest znacznie mniejsza od mocy przechodniej. Tym samym wspólna część uzwojenia może być wykonana ze znacznie cieńszego drutu niż uzwojenia zwykłego transformatora dwuuzwojeniowego o mocy znamionowej równej mocy przechodniej autotransformatora. Autotransformator jest też znacznie mniejszy i lżejszy, ma również mniejsze straty i wyższą sprawność.

W stanie zwarcia strony wtórnej impedancją zwarcia autotransformatora jest impedancja części uzwojeń między punktami A i B na rys. 3.64. Napięcie zwarcia jest zatem małe a prąd zwarcia bardzo duży, co stanowi istotną wadę autotransformatorów. Dla ograniczenia prądu zwarcia włącza się niekiedy szeregowo specjalne dławiki.



Rys. 3.65. Autotransformatory regulacyjne jednofazowe: a) o liniowym ruchu suwaka; b) o obrotowym ruchu suwaka

Zastosowanie znajdują zarówno autotransformatory jednofazowe jak i trójfazowe. Autotransformatory jednofazowe stosowane są w technice laboratoryjnej do regulacji napięcia w szerokim zakresie. Ich uzwojenia są nawinięte na rdzeniu prostokątnym lub toroidalnym i, odpowiednio do tego suwak, z którego pobiera się napięcie wtórne, porusza się albo ruchem liniowym albo obrotowym (rys. 3.65). Przez przyłączenie napięcia U_1 tak jak na rys. 3.65 można otrzymać napięcie wtórne wyższe lub niższe od pierwotnego.

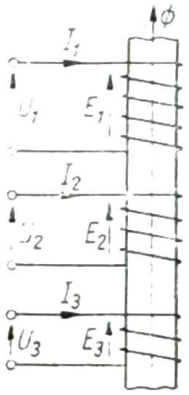


Rys. 3.66. Zastosowanie autotransformatora trójfazowego do rozruchu silnika

Autotransformatory trójfazowe (rys. 3.66) stosuje się niekiedy do rozruchu silników indukcyjnych lub synchronicznych, do regulacji napięcia w liniach energetycznych a także jako tzw. transformatory sprzęgające, do połączenia sieci wysokich napięć o niezbyt różniących się między sobą napięciach.

3.6.2. Transformatory trójuzwojeniowe

W energetyce stosuje się dość często transformatory mające po trzy uzwojenia na każdej kolumnie (rys. 3.67). W zależności od potrzeb każde z uzwojeń może spełniać rolę uzwojenia pierwotnego lub wtórnego, w związku z tym wygodniej jest strzałkować prądy I_1, I_2 i I_3 jednolicie względem napięć U_1, U_2 i U_3.



Rys. 3.67. Układ uzwojeń jednej kolumny transformatora trójuzwojeniowego

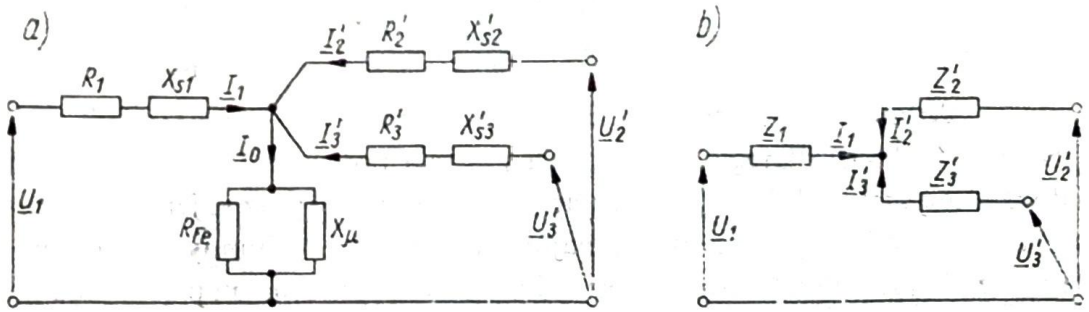
Sprowadzając napięcia, prądy i impedancje drugiego i trzeciego uzwojenia do uzwojenia pierwszego otrzymujemy

$$\underline{E}_1 = \underline{E}'_2 = \underline{E}'_3 \tag{3.251}$$

oraz

$$\underline{I}_1 + \underline{I}'_2 + \underline{I}'_3 = \underline{I}_0 \tag{3.252}$$

Układ zastępczy można narysować podobnie jak dla transformatora dwuuzwojeniowego z tym, że do gałęzi poprzecznej są przyłączone trzy obwody zawierające odpowiednie rezystancje i reaktancje rozproszeń (rys. 3.68a). Pomijając gałąź poprzeczną i zastępując odpowiednio rezystancje i reaktancje rozproszeń przez impedancje $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}'_2$ i $\underline{Z}'_3$, otrzymujemy uproszczony układ transformatora trójuzwojeniowego.



Rys. 3.68. Układ zastępczy transformatora trójuzwojeniowego: a) z uwzględnieniem gałęzi poprzecznej; b) bez uwzględnienia gałęzi poprzecznej

Impedancje $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}'_2$ i $\underline{Z}'_3$ można wyliczyć na podstawie trzech różnych pomiarów zwarcia, kiedy jedno uzwojenie jest zasilane, jedno zwarte a jedno rozwarte. Na przykład zasilając uzwojenie pierwsze przy zwartym drugim, a rozwartym trzecim, otrzymujemy

$$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}'_2 \tag{3.253}$$

analogicznie, zasilając pierwsze przy zwartym trzecim, a rozwartym drugim

$$\underline{Z}_{13} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}'_3 \tag{3.254}$$

zasilając drugie przy zwartym trzecim, a rozwartym pierwszym

$$\underline{Z}_{23} = \underline{Z}'_2 + \underline{Z}'_3 \tag{3.255}$$

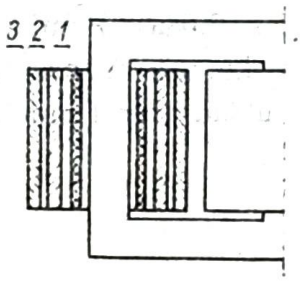
Na podstawie tych trzech równań można obliczyć poszczególne impedancje $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}'_2$ i $\underline{Z}'_3$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_1 &= \frac{1}{2}(\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{13} - \underline{Z}_{23}) \\ \underline{Z}'_2 &= \frac{1}{2}(\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} - \underline{Z}_{13}) \\ \underline{Z}'_3 &= \frac{1}{2}(\underline{Z}_{13} + \underline{Z}_{23} - \underline{Z}_{12}) \end{aligned} \tag{3.256}$$

Obliczenie znacznie się upraszcza, jeżeli dla poszczególnych impedancji określi się części rzeczywiste i urojone, np.

$$\underline{Z}_{12} = R_{12} + jX_{12} = (R_1 + R_2) + j(X_1 + X_2) \tag{3.257}$$

a następnie obliczy oddzielnie rezystancje i oddzielnie reaktancje stosując zależności takie, jak we wzorach (3.256). W dużych transformatorach energetycznych można pominąć rezystancje uzwojeń, gdyż są one wielokrotnie mniejsze od reaktancji rozproszeń.



Rys. 3.69. Koncentryczne ułożenie uzwojeń transformatora trójuzwojeniowego

W ułożeniu koncentrycznym wzajemne położenie uzwojeń nie jest identyczne (rys. 3.69), dlatego też napięcia zwarcia poszczególnych par uzwojeń nie są jednakowe; szczególnie duże jest napięcie zwarcia, gdy uzwojenia zasilane i zwarte są uzwojeniami znajdującymi się najbliżej i najdalej kolumny, a więc na rys. 3.69 napięcie U_{k13}. Wynosi ono często kilkanaście procent napięcia znamionowego. W związku z tym reaktancje rozproszenia poszczególnych uzwojeń też się między sobą bardzo różnią, np. w transformatorze o napięciach zwarcia wynoszących

w wartościach względnych $U_{kr12} = 0{,}06$, $U_{kr13} = 0{,}17$, $U_{kr23} = 0{,}10$, względne wartości reaktancji, przy pominięciu rezystancji, wynoszą odpowiednio

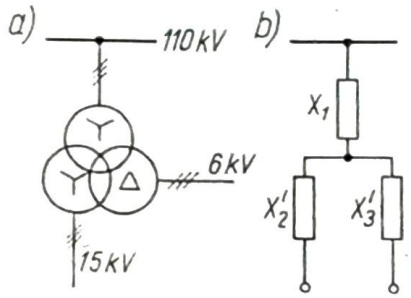
$$X_{1r} = \frac{1}{2}(U_{kr12} + U_{kr13} - U_{kr23}) = 0{,}065$$

$$X'_{2r} = \frac{1}{2}(U_{kr23} + U_{kr12} - U_{kr13}) = -0{,}005$$

$$X'_{3r} = \frac{1}{2}(U_{kr13} + U_{kr23} - U_{kr12}) = 0{,}105$$

Reaktancja rozproszenia uzwojenia środkowego jest z reguły bardzo mała i przybiera wartości ujemne. Nie można jednak dopatrywać się w wartości reaktancji rozproszenia tego sensu fizycznego, jaki ma ona w transformatorach dwuuzwojeniowych. Wartość reaktancji wyraża tylko formalny związek zachodzący między parametrami. Stosowany w teorii transformatorów dwuuzwojeniowych model elektromagnetyczny ze strumieniem głównym i strumieniami rozproszonymi nie ma zastosowania do transformatorów wielouzwojeniowych.

Transformatory trójfazowe trójuzwojeniowe, stosowane w energetyce, mają z reguły jedno uzwojenie połączone w trójkąt. Moce znamionowe uzwojeń mogą być różne; w tym przypadku mocą znamionową transformatora nazywa się największą z mocy poszczególnych uzwojeń. Transformatory trójuzwojeniowe mają zastosowanie w tych przypadkach, gdy istnieje konieczność jednoczesnego zasilania dwóch sieci o różnych napięciach lub umożliwienia przepływu energii elektrycznej między trzema sieciami o różnych napięciach, z których jedną jest często obwód prądnicy lub kompensatora synchronicznego. W schematach elektroenergetycznych transformator trójuzwojeniowy jest oznaczany jak na rys. 3.70a. W schematach

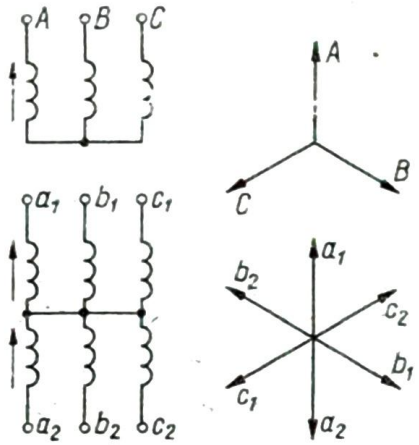


Rys. 3.70. Transformator trójuzwojeniowy o układzie Y/y/d 0/11, o napięciach znamionowych 110, 15 i 6 kV: a) symbol graficzny transformatora; b) układ zastępczy do obliczenia prądów zwarciowych w liniach elektroenergetycznych

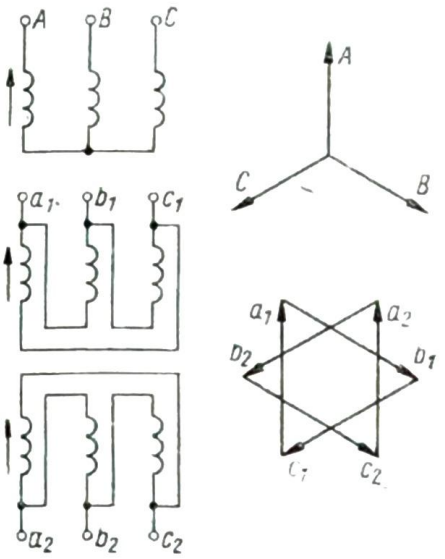
obwodów zastępczych transformator dużej mocy przedstawia trzy połączone we wspólnym punkcie reaktancje X_1, X'_2 i X'_3 (rys. 3.70b). Transformatory trójuzwojeniowe i wielouzwojeniowe stosuje się też w automatyce, teletechnice i urządzeniach elektronicznych. Są to z reguły jednofazowe transformatory małych mocy, od kilku do kilkuset woltoamperów.

3.6.3. Zastosowanie transformatorów do zmiany liczby faz i częstotliwości układów

Przy zasilaniu układów prostownikowych i przetwornic jednotwornikowych zachodzi często potrzeba zmiany 3-fazowego układu napięć na układ 6-fazowy lub 12-fazowy.



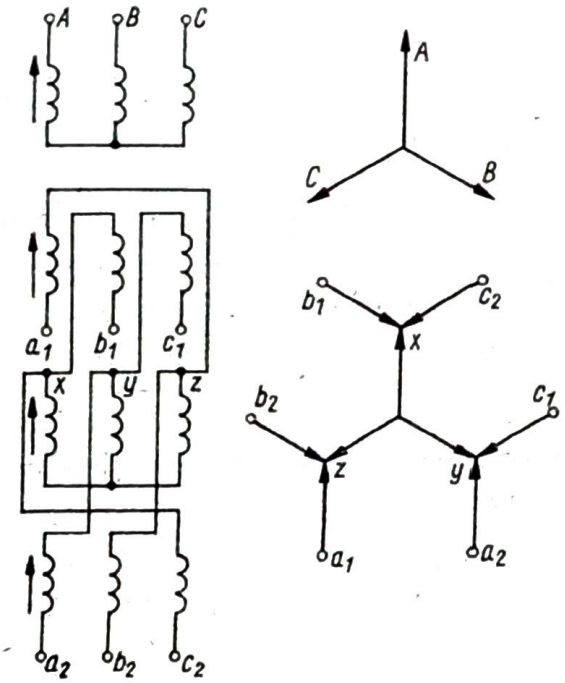
Rys. 3.71. Przekształcenie układu 3-fazowego w 6-fazowy w transformatorze o układzie podwójnej gwiazdy po stronie wtórnej



Rys. 3.72. Przekształcenie układu 3-fazowego w 6-fazowy w transformatorze o układzie podwójnego trójkąta po stronie wtórnej

Przekształcenie układu 3-fazowego na 6-fazowy może być dokonane np. przy użyciu transformatora połączonego po stronie wtórnej w podwójną gwiazdę (rys. 3.71); w podwójny trójkąt (rys. 3.72) lub w podwójny zygzak (tzw. połączenie widełkowe — rys. 3.73).

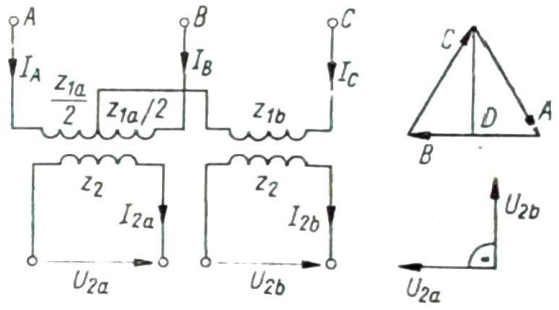
Układ 3-fazowy można przekształcić na układ 12-fazowy przy użyciu transformatora, który ma po stronie wtórnej uzwojenia połączone np. w podwójną gwiazdę i podwójny trójkąt lub podwójną gwiazdę i podwójny zygzak. Może być też zastosowany układ dwóch transformatorów, z których jeden ma stronę pierwotną połączoną w gwiazdę a drugi w trójkąt, strony wtórne zaś są połączone



Rys. 3.73. Przekształcenie układu 3-fazowego w 6-fazowy w transformatorze o układzie podwójnego trójkąta po stronie wtórnej

jednakowo, np. w podwójną gwiazdę lub podwójny zygzak. Punkty zerowe stron wtórnych obu transformatorów są ze sobą połączone i w przypadku zasilania prostownika są przyłączone do katody.

Niekiedy jest pożądane otrzymanie dwufazowego układu napięć, składającego się z dwóch napięć przesuniętych względem siebie w fazie o kąt $\pi/2$. Do tego celu mogą być użyte np. dwa transformatory jednofazowe, połączone w tzw. *układ Scotta* (rys. 3.74).



Rys. 3.74. Układ Scotta do zamiany układu 3-fazowego na 2-fazowy

Aby napięcia U_{2a} i U_{2b} po stronie wtórnej były jednakowe, stosunek liczby zwojów po stronie pierwotnej obu transformatorów musi być równy stosunkowi odcinków AB i CD na wykresie topograficznym napięć strony pierwotnej. Wówczas napięcie na jeden zwój jest w obu transformatorach takie samo i przy równych liczbach zwojów strony wtórnej indukowane w nich napięcia są równe.

Załóżmy, że po stronie wtórnej obciążenie jest symetryczne, czyli

$$\underline{I}_{2b} = -\mathrm{j}\,\underline{I}_{2a} \tag{3.258}$$

Pomijając prądy stanu jałowego obu transformatorów, można napisać, że w każdym z nich przepływy strony pierwotnej i wtórnej są sobie równe

$$-\underline{I}_A \frac{z_{1a}}{2} + \underline{I}_B \frac{z_{1a}}{2} = \underline{I}_{2a} z_2 \tag{3.259}$$

$$\underline{I}_C z_{1b} = \underline{I}_{2b} z_2 \tag{3.260}$$

a poza tym musi zachodzić równość

$$\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0 \tag{3.261}$$

oraz

$$z_{1b} = \frac{\sqrt{3}}{2} z_{1a} \tag{3.262}$$

Rozwiązując układ równań (3.259), (3.260) i (3.261) względem prądów $\underline{I}_A$, $\underline{I}_B$, $\underline{I}_C$ oraz wykorzystując zależności (3.258) i (3.262) otrzymuje się

$$\underline{I}_A = \frac{2}{\sqrt{3}} \underline{I}_{2b} \frac{z_2}{z_{1a}} \left(-\frac{1}{2} - \mathrm{j}\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \tag{3.263}$$

$$\underline{I}_B = \frac{2}{\sqrt{3}} \underline{I}_{2b} \frac{z_2}{z_{1a}} \left(-\frac{1}{2} + \mathrm{j}\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \tag{3.264}$$

$$\underline{I}_C = \frac{2}{\sqrt{3}} \underline{I}_{2b} \frac{z_2}{z_{1a}} \tag{3.265}$$

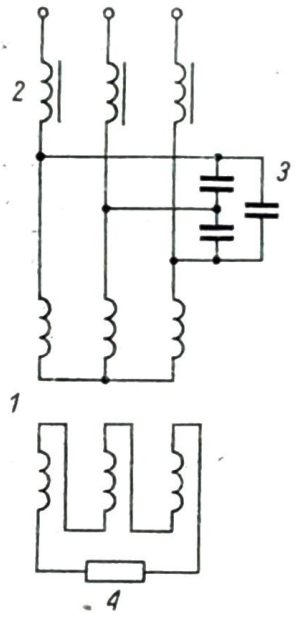
skąd wynika, że

$$\underline{I}_A = \underline{I}_C e^{-j\frac{2}{3}\pi} \tag{3.266}$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_C e^{+j\frac{2}{3}\pi} \tag{3.267}$$

czyli, że prądy $\underline{I}_A$, $\underline{I}_B$, $\underline{I}_C$ stanowią dla sieci obciążenie symetryczne.

Wyższe harmoniczne strumieni i napięć transformatora o silnym nasyceniu obwodu magnetycznego umożliwiają zmianę częstotliwości po stronie wtórnej. Jako przykład podano na rys. 3.75 zasadę budowy statycznej, elektromagnetycznej



Rys. 3.75. Układ statycznej elektromagnetycznej przetwornicy częstotliwości
1 — transformator, *2* — dławik, *3* — bateria kondensatorów, *4* — impedancja obciążenia

przetwornicy częstotliwości, dającej napięcie o potrójnej częstotliwości do zasilania odbiornika jednofazowego. Zastosowane są tu trzy transformatory jednofazowe (lub transformator trójfazowy pięciokolumnowy). Uzwojenia pierwotne są połączone w gwiazdę, uzwojenia strony wtórnej — w szereg (otwarty trójkąt) i obciążone odbiornikiem.

Przy silnym nasyceniu obwodu magnetycznego indukują się w uzwojeniu wtórnym napięcia podstawowej i wyższych harmonicznych nieparzystych. Napięcia podstawowej harmonicznej i wyższych harmonicznych, których rząd nie jest podzielny przez 3, znoszą się (dają geometryczną sumę równą zeru). Natomiast harmoniczne, których rząd jest podzielny przez 3 (a więc trzecia, dziewiąta itd.) sumują się, gdyż są ze sobą w fazie we wszystkich trzech uzwojeniach. Podstawowe znaczenie ma tu trzecia harmoniczna, więc można przyjąć, że częstotliwość napięcia zasilającego odbiornik wynosi 150 Hz.

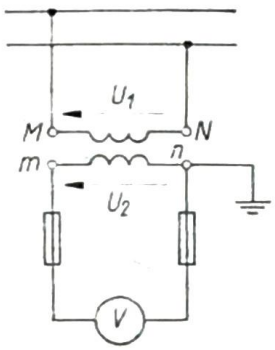
Zadaniem przyłączonej układu baterii kondensatorów jest kompensacja prądu magnesującego, potrzebnego do nasycenia rdzenia. Bateria ta, łącznie z dła-

wikiem włączonym między transformator a sieć, chroni tę sieć przed wyższymi harmonicznymi prądu magnesującego.

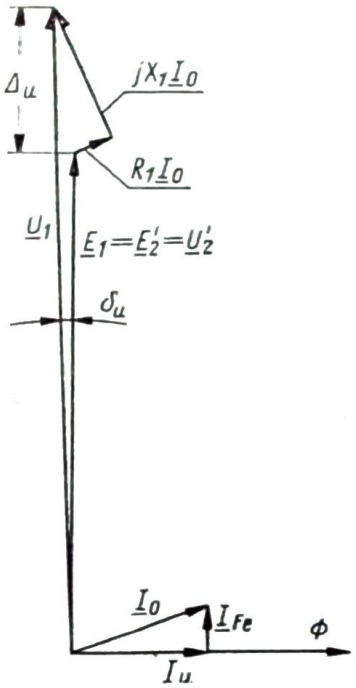
Istnieją również układy służące do pięciokrotnego powiększania częstotliwości sieci. Elektromagnetyczne przetwornice częstotliwości są najczęściej stosowane do zasilania indukcyjnych pieców grzejnych.

3.6.4. Przekładniki

Przekładnikami nazywamy specjalne transformatory służące do zmniejszenia prądu lub napięcia dla dokonania pomiarów lub dla oddzielenia obwodu pomiarowego od sieci wysokiego napięcia. Przekładniki stosuje się do pomiarów prądów, napięć, mocy i energii elektrycznej a także w układach zabezpieczeń elektroenergetycznych, sterowania, regulacji i sygnalizacji w sieciach elektrycznych.



Rys. 3.76. Układ przekładnika napięciowego



Rys. 3.77. Wykres wskazowy napięć przekładnika napięciowego Δ_u — uchyb napięciowy, δ_u — uchyb kątowy

Przekładnik napięciowy (rys. 3.76) jest transformatorem dwuuzwojeniowym, pracującym praktycznie w stanie jałowym. Strona wyższego napięcia jest włączona do sieci, której napięcie mierzymy. Po stronie wtórnej włącza się równolegle woltomierze i ewentualnie cewki napięciowe watomierzy i liczników. Prądy po stronie wtórnej i pierwotnej zależą od impedancji wypadkowej przyłączonych mierników. Jeżeli obciążenie strony wtórnej jest bardzo małe (np. przy dużej impedancji woltomierza), to praktycznie napięcie strony pierwotnej jest iloczynem napięcia strony wtórnej i przekładni przekładnika. W miarę wzrostu obciążenia strony wtórnej rosną spadki napięcia na reaktancjach rozproszenia i rezystancjach uzwojeń, co powoduje zwiększenie błędu pomiarowego.

Uwzględniając wykres wskazowy napięć transformatora, można stwierdzić, że w stanie jałowym (rys. 3.77) występuje uchyb napięciowy Δ_u i uchyb kątowy δ_u.

Uchyb napięciowy wynika stąd, że napięcie pierwotne jest większe od pomnożonego przez przekładnię napięcia wtórnego o spadki napięcia na rezystancji i reaktancji rozproszenia strony pierwotnej.

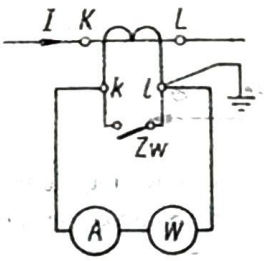
Uchyb kątowy jest kątem przesunięcia fazowego między napięciem pierwotnym i wtórnym.

Dla zmniejszenia uchybu napięciowego i kątowego należy tak skonstruować przekładnik, aby prąd stanu jałowego był bardzo mały. Obwód magnetyczny musi być więc słabo nasycony, stąd rdzeń przekładnika ma dość znaczny przekrój.

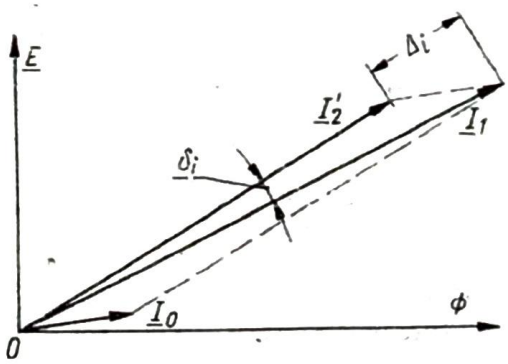
Przy obciążeniu przekładnika napięciowego po stronie wtórnej uchyby napięciowy i kątowy zwiększają się. Aby błędy pomiarowe nie przekroczyły określonych dla klasy przekładnika wartości, obciążenie nie może przekraczać wartości podanej na jego tabliczce znamionowej. Wartość dopuszczalnego obciążenia podaje się zwykle jako maksymalną moc pozorną strony wtórnej (V · A).

Napięcie wtórne przekładnika napięciowego wynosi z reguły 100 V.

Przekładnik prądowy (rys. 3.78) jest to transformator dwuuzwojeniowy, pracujący w warunkach normalnych w stanie zwarcia. Strona pierwotna przekładnika jest włączona szeregowo w obwód obciążenia, zatem wartość prądu jest praktycznie niezależna od stanu obciążenia i sposobu połączenia strony wtórnej. Przekładnik jest więc zasilany prądowo po stronie pierwotnej. Po stronie wtórnej są szeregowo włączone amperomierze i ewentualnie cewki prądowe watomierzy i liczników energii elektrycznej.



Rys. 3.78. Układ przekładnika prądowego
Zw — zwieracz



Rys. 3.79. Wykres wskazowy prądów przekładnika prądowego
Δ_i — uchyb prądowy, δ_i — uchyb kątowy

Z punktu widzenia stosunku prądów najbardziej poprawną pracą przekładnika jest stan zwarcia. Jak wiadomo z ogólnych rozważań pracy transformatora, przepływy strony pierwotnej i wtórnej w stanie zwarcia są sobie praktycznie równe, a więc stosunek prądów jest określony stosunkiem liczby zwojów, czyli przekładnią zwojową. Strumień jest wówczas bardzo mały, również proporcjonalnie mały jest prąd magnesujący i straty w rdzeniu. Rdzeń przekładnika ma z reguły nieduże wymiary i niedużą masę. Włączenie szeregowe jednego lub kilku obwodów prądowych mierników elektrycznych stwarza stan bliski stanowi zwarcia. Z wykresu wska-

zowego prądów w stanie zwarcia wynika, że jeśli uwzględni się prąd magnesujący, to prąd pierwotny i przeliczony na stronę pierwotną prąd wtórny nie są równe, a oprócz tego są przesunięte w fazie o pewien kąt (rys. 3.79). Jest to przyczyną uchybu prądowego Δ_i (uchybu przekładni) oraz uchybu kątowego δ_i.

Jeżeli włączy się w szereg po stronie wtórnej zbyt wiele odbiorników (mierników), to całkowita impedancja tych odbiorników jest dość znaczna, pojawia się napięcie na zaciskach strony wtórnej, a zatem rośnie strumień i straty oraz uchyb prądowy i kątowy; przekładnik daje błędy pomiaru przekraczające wartości określone jego klasą dokładności, a silne nagrzanie rdzenia może spowodować trwałe zwiększenie błędów pomiarowych przekładnika lub nawet jego poważne uszkodzenie.

Jeżeli strona pierwotna przekładnika jest obciążona prądem, to nie wolno nawet na krótką chwilę rozewrzeć strony wtórnej. W razie konieczności wymiany miernika należy specjalnym zwieraczem zewrzeć stronę wtórną przekładnika (rys. 3.78). Rozwarcie strony wtórnej przy obciążonej stronie pierwotnej grozi przegrzaniem rdzenia i zniszczeniem przekładnika.

Znamionowy prąd wtórny przekładników prądowych wynosi najczęściej 5 A. Niekiedy w sieciach przemysłowych stosuje się przekładniki o prądzie wtórnym 1 A dla zmniejszenia spadków napięć przy dużej odległości przekładników od mierników umieszczonych na tablicach sterowniczych. Ponieważ mierniki te mają z reguły zakresy prądowe 5 A, konieczne jest stosowanie dodatkowych przekładników, których prąd pierwotny wynosi 1 A, a wtórny 5 A.

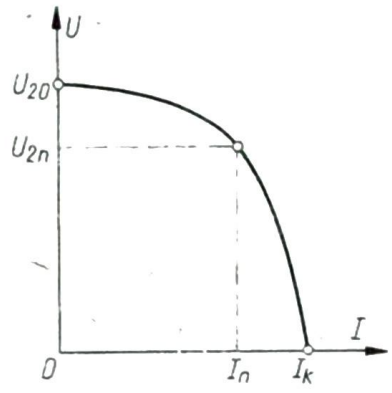
Prócz znamionowych wartości prądów każdy przekładnik prądowy ma określoną maksymalną impedancję obciążenia strony wtórnej.

Przekładniki prądowe wielozakresowe są tak skonstruowane, że można zmienić liczbę zwojów strony pierwotnej. W przypadku dużych prądów pierwotnych uzwojeniem pierwotnym jest często jedna szyna. Przekładniki prądowe laboratoryjne wykonywane są często z rdzeniem pierścieniowym, przez którego otwór przewleka się uzwojenie pierwotne odpowiednio do żądanej przekładni raz lub kilkakrotnie.

Końce i początki uzwojeń przekładników prądowych i napięciowych są zawsze odpowiednio oznaczone dla właściwego połączenia układu przy pomiarze mocy i energii elektrycznej (rys. 3.76 i 3.78). Jeden z zacisków strony wtórnej każdego przekładnika pracującego w sieci wysokiego napięcia musi być uziemiony w celu zabezpieczenia obsługi przed porażeniem. Po stronie wtórnej przekładników napięciowych są po za tym włączone bezpieczniki topikowe dla ochrony przyrządów i samego przekładnika. Nie wolno oczywiście stosować żadnych zabezpieczeń po stronie wtórnej przekładnika prądowego, gdyż w razie przepalenia się bezpiecznika strona wtórna zostałaby rozwarta.

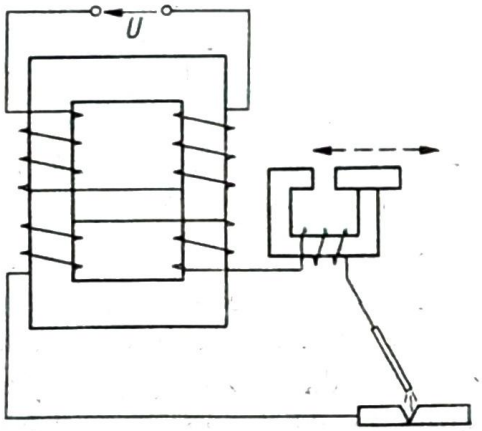
3.6.5. Transformatory spawalnicze

Transformatory służące do zasilania urządzeń spawalniczych muszą zapewnić odpowiednią wartość prądu łuku i umożliwić regulację prądu, zależnie od średnicy elektrody dostosowanej do grubości spawanego elementu. Korzystna jest silnie opadająca charakterystyka zewnętrzna $U = f(I)$ transformatora (rys. 3.80), co się uzyskuje przez specjalne powiększenie strumienia rozproszonego w samym transfor-

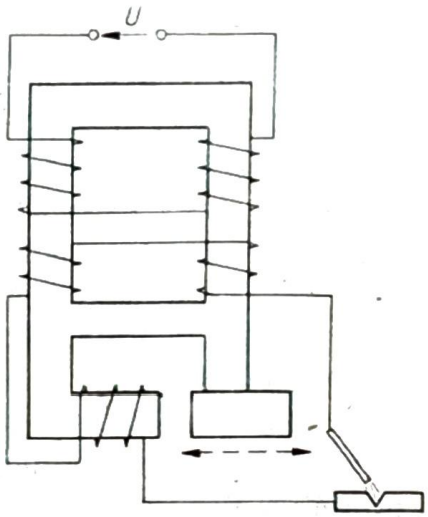


Rys. 3.80. Charakterystyka zewnętrzna transformatora spawalniczego

matorze albo przez włączenie odpowiedniego dławika w szereg z uzwojeniem wtórnym. Przykładowe schematy budowy transformatorów spawalniczych przedstawiają rys. 3.81 i 3.82.



Rys. 3.81. Schemat budowy transformatora spawalniczego z dodatkowym dławikiem o regulowanej szczelinie powietrznej



Rys. 3.82. Schemat budowy transformatora spawalniczego o regulowanej reaktancji rozproszenia

Duża reaktancja strony wtórnej umożliwia ograniczenie prądu zwarcia do ok. 2-krotnej wartości prądu znamionowego. Zmianę charakterystyki można uzyskać przez przełączanie liczby zwojów strony pierwotnej lub wtórnej albo przez zmianę reluktancji na drodze strumienia rozproszonego, względnie reluktancji dławika dodatkowego. Niekiedy stosuje się łącznie dwa rodzaje regulacji, np. zmianę liczby zwojów strony pierwotnej i regulację reaktancji rozproszenia przez zmianę szczeliny powietrznej. Dzięki dużej reaktancji rozproszenia napięcie zwarcia transformatora spawalniczego wynosi kilkadziesiąt procent napięcia znamionowego (ok. 50—80%).

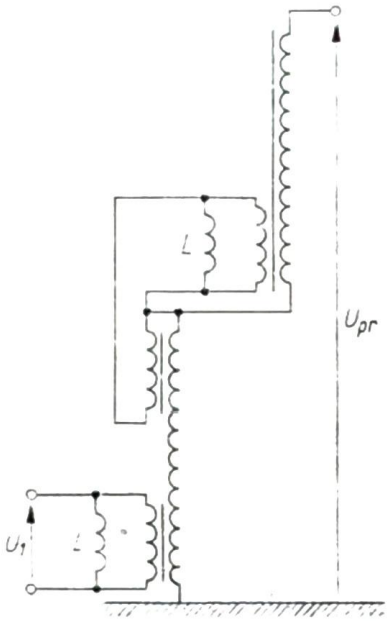
3.6.6. Transformatory probiercze

Specjalnej konstrukcji transformatory, zwane probierczymi, są używane w laboratoriach do sprawdzania wytrzymałości elektrycznej wysokonapięciowego sprzętu elektrycznego, jak np. maszyn elektrycznych, transformatorów i kabli, sprzętu ochronnego (rękawice, kalosze, drążki izolacyjne), izolatorów wysokiego napięcia itp.

Transformatory takie są budowane na napięcia wynoszące nawet kilka milionów woltów. Moc transformatora probierczego nie jest wielkością stałą, lecz zależy od obciążenia i czasu trwania próby. Wielkością charakterystyczną jest dla transformatorów probierczych ich moc zwarciowa

$$P_k = \frac{U_n^2}{Z_k} \tag{3.268}$$

Podczas badań wytrzymałości elektrycznej występuje obciążenie o charakterze pojemnościowym Jako skutek pojawia się wzrost napięcia na zaciskach uzwojenia wtórnego, który może niekiedy powodować trudności regulacji napięcia do żądanej wartości. Trudności te występują szczególnie w przypadku małej mocy transformatora probierczego. Z tych względów transformatory probiercze są budo-



Rys. 3.83. Układ kaskadowy transformatorów probierczych
L — dławiki kompensacyjne

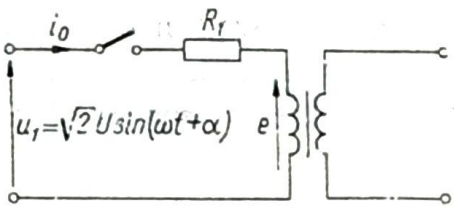
wane na dość znaczną moc znamionową. Transformator probierczy musi być tak skonstruowany, by był odporny na zwarcia, jakie często mogą wystąpić w czasie prób. Przy bardzo wysokich napięciach stosuje się kaskadowe układy transformatorów probierczych (rys. 3.83).

3.7. STANY NIEUSTALONE W TRANSFORMATORACH

Analiza stanów nieustalonych ma na celu określenie przebiegów czasowych strumieni, prądów i napięć przy przechodzeniu transformatora z jednego stanu ustalonego do innego. Na szczególną uwagę zasługują przebiegi czasowe prądów przy włączeniu transformatora do sieci oraz przy zwarciu transformatora.

3.7.1. Włączenie transformatora do sieci

Rozpatrzymy przebieg prądu strony pierwotnej przy włączeniu jednofazowego transformatora do sieci o sinusoidalnie zmiennym napięciu i przy rozwartej stronie wtórnej (rys. 3.84). Uwzględnimy przy tym następujące czynniki: wartość chwilową



Rys. 3.84. Schemat transformatora w stanie jałowym załączonego do sieci o napięciu sinusoidalnie zmiennym

napięcia zasilającego w chwili włączenia (kąt przesunięcia fazowego napięcia sieci), strumień remanentu oraz nasycenie obwodu magnetycznego.

Załóżmy najpierw, że obwód magnetyczny jest nienasycony, czyli, że strumień jest proporcjonalny do prądu (co jest równoznaczne z przyjęciem stałości indukcyjności obwodu oraz że nie ma strumienia remanentu. Wówczas z równania napięć strony zasilanej

$$\sqrt{2}\,U\sin(\omega t+\alpha)=R_1 i_0+L_1\frac{\mathrm{d}i_0}{\mathrm{d}t} \tag{3.269}$$

otrzymujemy dla warunku $t=0$, $i_0(0)=0$ równanie prądu

$$i_0=I_{0m}\sin(\omega t+\alpha-\varphi_0)-I_{0m}\sin(\alpha-\varphi_0)\mathrm{e}^{-\frac{R_1}{L_1}t} \tag{3.270}$$

gdzie amplituda ustalonego prądu stanu jałowego

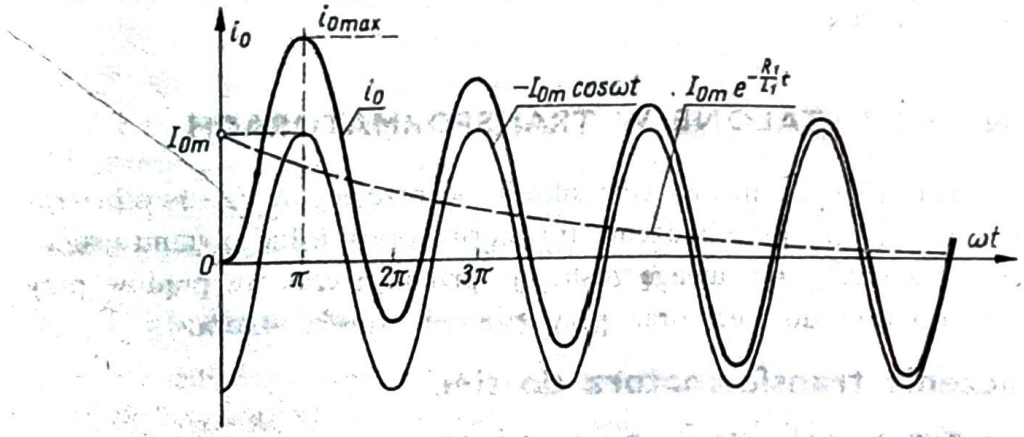
$$I_{0m}=\frac{\sqrt{2}\,U}{\sqrt{R_1^2+(\omega L_1)^2}} \tag{3.271}$$

oraz przesunięcie fazowe prądu ustalonego względem napięcia

$$\varphi_0=\operatorname{arc\,tg}\frac{\omega L_1}{R_1} \tag{3.272}$$

Ze wzoru (3.270) wynika, że największą chwilową wartość osiągnie prąd włączenia, gdy

$$\alpha-\varphi_0=-\frac{\pi}{2} \tag{3.273}$$



Rys. 3.85. Przebieg prądu włączenia i_0 oraz jego składowej ustalonej i składowej przejściowej przy nienasyconym obwodzie magnetycznym, przy pominięciu strumienia remanentu i dla $\alpha-\varphi_0=-\pi/2$

a wówczas przebieg prądu określony jest wzorem

$$i_0 = -I_{0m}\cos\omega t + I_{0m}\mathrm{e}^{-\frac{R_1}{L_1}t} \tag{3.274}$$

Przebieg składowej ustalonej i składowej przejściowej prądu ilustruje rys. 3.85. Maksymalna chwilowa wartość prądu występuje, gdy $\omega t = \pi$ i wynosi

$$i_{0\,\max} = I_{0m}\left(1+\mathrm{e}^{-\frac{R_1\pi}{L_1\omega}}\right) \tag{3.275}$$

Ponieważ $R_1\pi$ jest zwykle dużo mniejsze od ωL_1, więc wartość $i_{0\,\max}$ wynosi blisko $2\,I_{0m}$ czyli osiąga wartość ok. 2,8 razy większą od skutecznej wartości prądu ustalonego stanu jałowego.

Gdy występuje nasycenie obwodu magnetycznego, nie można traktować indukcyjności L_1 jako stałej. W tym przypadku dogodniej jest określić na drodze analitycznej przebieg czasowy strumienia magnetycznego, a następnie na podstawie charakterystyki magnesowania wyznaczyć przebieg czasowy prądu. Jednocześnie można uwzględnić strumień remanentu Φ_p, jaki występuje w obwodzie magnetycznym w chwili włączenia transformatora.

Na podstawie wyrażenia na indukcyjność obwodu

$$L_1 = \frac{\Psi_1}{i_0} = \frac{z_1\Phi}{i_0} \tag{3.276}$$

otrzymujemy wyrażenie na prąd

$$i_0 = \frac{z_1\Phi}{L_1} \tag{3.277}$$

i podstawiamy je w równaniu napięć (3.269)

$$\sqrt{2}\,U\sin(\omega t+\alpha) = R_1 i_0 + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(z_1\Phi)$$

skąd po podzieleniu przez z_1 otrzymujemy

$$\frac{\sqrt{2}\,U}{z_1}\sin(\omega t+\alpha) = \frac{R_1}{L_1}\Phi + \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \tag{3.278}$$

Ponieważ składnik $\dfrac{R_1\Phi}{L_1}$ odgrywa bardzo małą rolę możemy w nim pominąć zmienność L_1 i traktować zależność (3.278) jako równanie różniczkowe o stałych współczynnikach.

Rozwiązaniem tego równania jest funkcja czasowa strumienia

$$\Phi_t = \frac{\sqrt{2}\,U}{\omega z_1}\cos(\omega t+\alpha) + A\,\mathrm{e}^{-\frac{R_1}{L_1}t} \tag{3.279}$$

Ponieważ w stanie jałowym obowiązuje zależność

$$U \approx E = \frac{2\pi}{\sqrt{2}}\Phi f z_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\Phi\omega z_1 \tag{3.280}$$

zatem

$$\frac{\sqrt{2}U}{\omega z_1} = \Phi \tag{3.281}$$

jest amplitudą ustalonego strumienia w stanie jałowym.

W zależności od materiału rdzenia i chwili ostatniego wyłączenia transformatora spod napięcia, strumień remanentu Φ_p może przybierać wartości w zakresie od $+0{,}7\,\Phi$ do $-0{,}7\,\Phi$.

Z warunków początkowych

$$t = 0, \qquad \Phi(0) = \pm\Phi_p \tag{3.282}$$

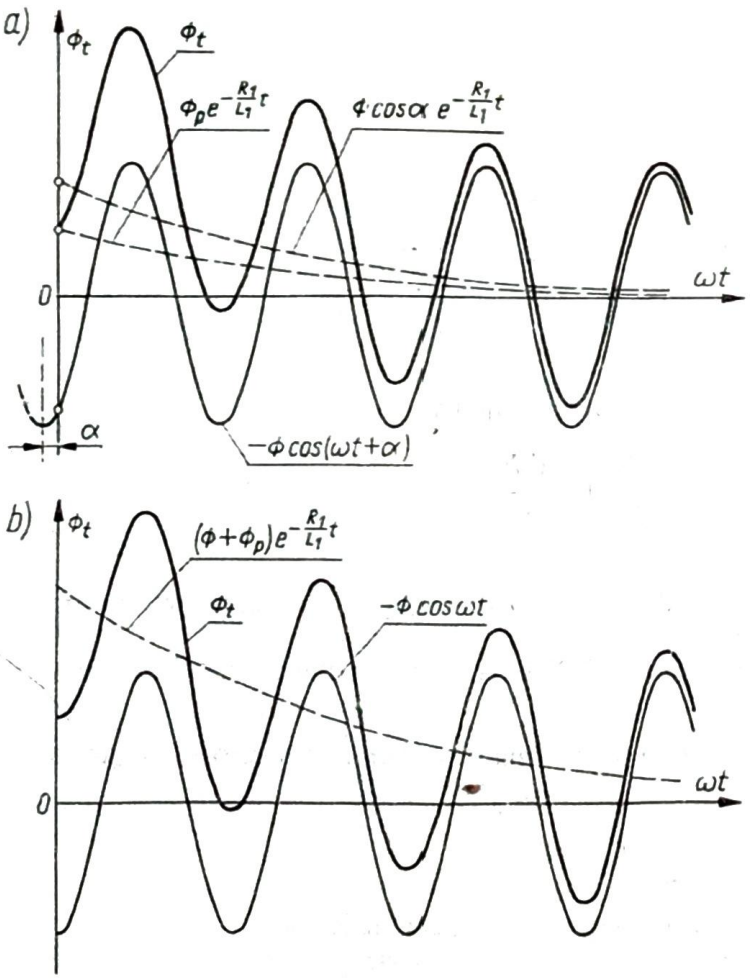
otrzymujemy

$$A = \Phi\cos\alpha \pm \Phi_p \tag{3.283}$$

zatem

$$\Phi_t = -\Phi\cos(\omega t+\alpha) + \Phi\cos\alpha\, e^{-\frac{R_1}{L_1}t} \pm \Phi_p e^{-\frac{R_1}{L_1}t} \tag{3.284}$$

Przebieg strumienia Φ_t i jego składowych dla $\alpha = \pi/6$ i $\Phi_p = 0{,}5\,\Phi$ ilustruje rys. 3.86a.



Rys. 3-86. Przebieg strumienia Φ_t przy włączaniu transformatora do sieci: a) dla $\alpha = \pi/6$, $\Phi_p = 0{,}5\,\Phi$; b) dla $\alpha = 0$, $\Phi_p = 0{,}7\,\Phi$

Najbardziej niekorzystny przypadek zachodzi, gdy w chwili włączenia transformatora napięcie na wartość chwilową równą zeru ($\alpha = 0$) oraz gdy strumień remanentu ma wartość dodatnią. Wówczas

$$\Phi_t = -\Phi \cos \omega t + (\Phi + \Phi_p) e^{-\frac{R_1}{L_1} t} \tag{3.285}$$

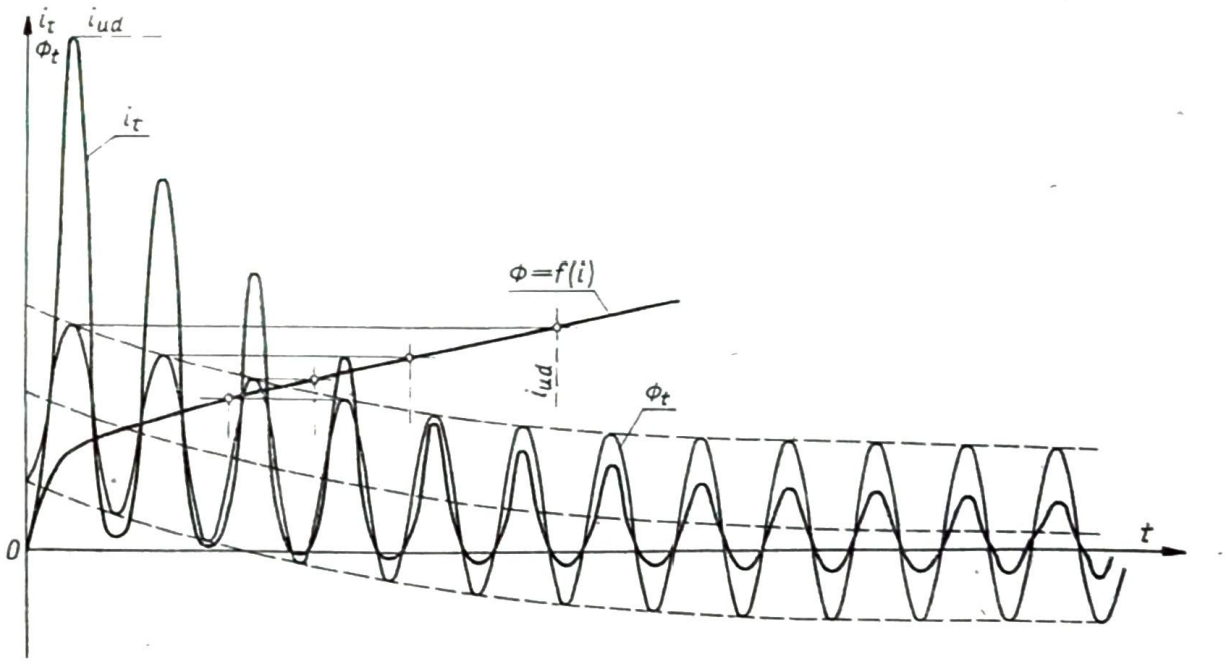
a maksymalna wartość strumienia występuje dla $\omega t = \pi$ (rys. 3.87b)

$$\Phi_{max} = \Phi + (\Phi + \Phi_p) e^{-\frac{R_1 \pi}{L_1 \omega}} \tag{3.286}$$

Ponieważ wykładnik potęgowy jest bardzo mały, więc w przybliżeniu:

$$\Phi_{max} = 2\Phi + \Phi_p \tag{3.287}$$

Maksymalna wartość strumienia magnetycznego podczas włączania transformatora może więc osiągnąć wartość dwukrotnej amplitudy ustalonego strumienia w stanie jałowym, powiększoną o wartość strumienia remanentu Φ_p.



Rys. 3.87. Przebieg prądu magnesującego przy włączaniu transformatora dla $\alpha = 0$, $\Phi_p = 0{,}7\,\Phi$

Tak dużej chwilowej wartości strumienia odpowiadają duże wartości prądu magnesującego. Przebieg prądu magnesującego (rys. 3.87) można wyznaczyć wykreślnie na podstawie charakterystyki magnesowania.

Maksymalny prąd włączania (zwany prądem udarowym) może osiągnąć wartość kilkakrotnie przekraczającą prąd znamionowy transformatora, może on zatem uszkodzić przyrządy włączone w obwód transformatora. Przy włączaniu, transformatora należy więc zewrzeć amperomierze i obwody prądowe watomierzy, które powinny być dostosowane zakresem do wartości charakterystycznych transformatora w stanie jałowym.

Jeżeli włączenie transformatora następuje w chwili, gdy $\alpha = \pi/2$ i $\Phi_p = 0$, to, jak wynika ze wzoru (3.284), przebieg strumienia jest od początku sinusoidalny

i prąd jest od chwili włączenia taki, jak w ustalonym stanie jałowym. Dla dowolnych wartości kąta α otrzymuje się przebiegi pośrednie między przebiegiem najbardziej niekorzystnym gdy $\alpha = 0$ i $\Phi_p \approx 0{,}7\,\Phi$, a przebiegiem najbardziej korzystnym, gdy $\alpha = \pi/2$ i $\Phi_p = 0$.

Prąd włączania nie powoduje nadmiernego nagrzewania się transformatora, gdyż składowa przejściowa (aperiodyczna) strumienia i wywołany nią prąd szybko zanikają. Nie pojawiają się też niebezpieczne zjawiska dynamiczne, gdyż transformator jest wykonany tak, że wytrzymuje działanie znacznie większych sił niż te, które występują przy jego włączaniu.

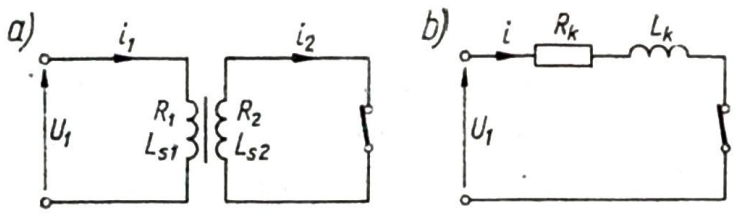
Obciążenie strony wtórnej odbiornikiem nie ma istotnego wpływu na przebieg prądu włączania transformatora.

Analiza przebiegu prądów włączania transformatorów trójfazowych jest bardzo żmudna ze względu na trudności określenia wartości i zwrotu strumienia remanentu w poszczególnych kolumnach oraz wpływu nasycenia jednej kolumny na strumienie magnetyczne pozostałych kolumn. Poza tym należałoby uwzględnić niejednoczesność włączania poszczególnych faz.

Dla ograniczenia maksymalnej wartości prądu włączania transformatorów stosuje się baterie kondensatorów, które w wyniku oscylacyjnych ładowań przy wyłączaniu transformatora powodują zmniejszenie strumienia remanentu w jego rdzeniu. Stosuje się też niekiedy w chwili włączania transformatora szeregowe łączenie rezystancji, którą następnie zwiera się. Włączenie rezystancji powoduje szybkie zniknięcie składowej przejściowej strumienia i prądu włączania.

3.7.2. Stany nieustalone przy zwarciu

Ze względu na konstrukcję i eksploatację transformatorów interesujący jest przebieg prądu w przypadku nagłego zwarcia strony wtórnej, podczas gdy strona pierwotna zasilana jest napięciem znamionowym. Ponieważ prąd obciążenia o wartości zbliżonej do znamionowej jest w porównaniu z prądem zwarciowym niewielki, wystarczy ograniczyć się do rozpatrzenia zwarcia, gdy transformator znajduje się w stanie jałowym.



Rys. 3.88. Stan zwarcia transformatora jednofazowego: a) schemat obwodów transformatora, b) układ zastępczy w stanie zwarcia

Dla stanu nieustalonego transformatora jednofazowego (rys. 3.88a) można napisać równania napięć

$$R_1 i_1 + L_{s1} \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + z_1 \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = \sqrt{2}\, U_1 \sin(\omega t + \alpha) \tag{3.288}$$

$$R_2 i_2 + L_{s2} \frac{di_2}{dt} - z_2 \frac{d\Phi}{dt} = 0 \tag{3.289}$$

Pomijając prąd magnesujący i straty w rdzeniu, można zapisać, że

$$i_1 = i_2 \frac{z_2}{z_1} = i \tag{3.290}$$

Wprowadzając uzyskaną z powyższego zależność

$$i_2 = i \frac{z_1}{z_2} \tag{3.291}$$

do równania (3.296) i mnożąc je obustronnie przez z_1/z_2, otrzymujemy

$$\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2 R_2 i + \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2 L_{s2} \frac{di}{dt} - z_1 \frac{d\Phi}{dt} = 0 \tag{3.292}$$

Dodając stronami równania (3.292) i (3.288), mamy

$$(R_1 + \vartheta^2 R_2) i + (L_{s1} + \vartheta^2 L_{s2}) \frac{di}{dt} = \sqrt{2}\, U_1 \sin(\omega t + \alpha) \tag{3.293}$$

czyli

$$L_k \frac{di}{dt} + R_k i = \sqrt{2}\, U_1 \sin(\omega t + \alpha) \tag{3.294}$$

Jest to równanie różniczkowe, opisujące stan nieustalony w obwodzie (rys. 3.88b) zawierający rezystancję zwarcia oraz indukcyjność zwarcia L_k, odpowiadającą reaktancji zwarcia X_k

$$X_k = \omega L_k$$

Rozwiązanie równania (3.294) dla warunku $i(0) = 0$ ma postać

$$i = \sqrt{2} I_k \sin(\omega t + \alpha - \varphi_k) - \sqrt{2} I_k \sin(\alpha - \varphi_k) e^{-\frac{R_k}{L_k} t} \tag{3.295}$$

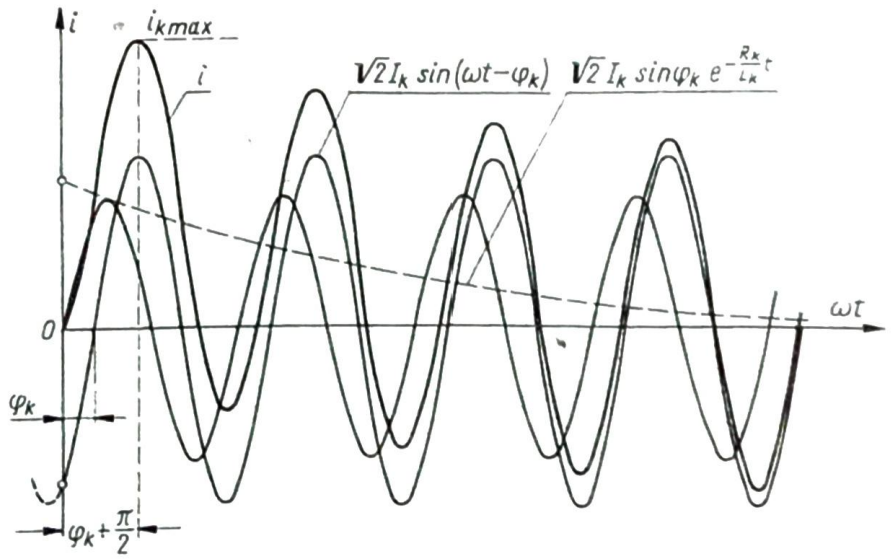
gdzie I_k jest wartością skuteczną ustalonego prądu zwarcia

$$I_k = \frac{U_1}{\sqrt{R_k^2 + \omega^2 L_k^2}} \tag{3.296}$$

a φ_k kątem przesunięcia fazowego między prądem i napięciem w ustalonym stanie zwarcia

$$\varphi_k = \operatorname{arc\,tg} \frac{\omega L_k}{R_k}$$

Ze wzoru (3.295) widać, że prąd nieustalony w stanie zwarcia ma dwie składowe: sinusoidalnie zmienną składową ustaloną i zanikającą aperiodycznie składową przejściową.



Rys. 3.89. Przebieg prądu zwarcia dla $\alpha = 0$

Największa możliwa chwilowa wartość prądu zwarcia występuje, gdy $\alpha = 0$ (rys. 3.89). Prąd wyraża się wówczas zależnością

$$i = \sqrt{2}I_k \sin(\omega t - \varphi_k) + \sqrt{2}I_k \sin\varphi_k e^{-\frac{R_k}{L_k}t} \tag{3.297}$$

a maksymalna chwilowa wartość prądu zwarcia wystąpi gdy

$$\omega t = \varphi_k + \frac{\pi}{2}$$

i wynosi

$$i_{k\max} = \sqrt{2}I_k\left[1+\sin\varphi_k e^{-\frac{R_k\left(\varphi_k+\frac{\pi}{2}\right)}{L_k}}\right] = k_{ud}\sqrt{2}I_k \tag{3.298}$$

Współczynnik udaru k_{ud} jest funkcją rezystancji i reaktancji zwarcia. Wynosi on dla małych transformatorów ok. 1,2—1,3, a dla dużych ok. 1,7 do 1,8. Przy $R_k = 0$ współczynnik udaru wynosiłby 2, a zatem prąd maksymalny byłby 2,8 razy większy od wartości skutecznej ustalonego prądu zwarcia.

Mimo tak dużego prądu skutki działania cieplnego nie są groźne, ponieważ czas trwania stanu nieustalonego wynosi zaledwie kilka do kilkunastu okresów, natomiast bardzo stotne są skutki zjawisk dynamicznych.

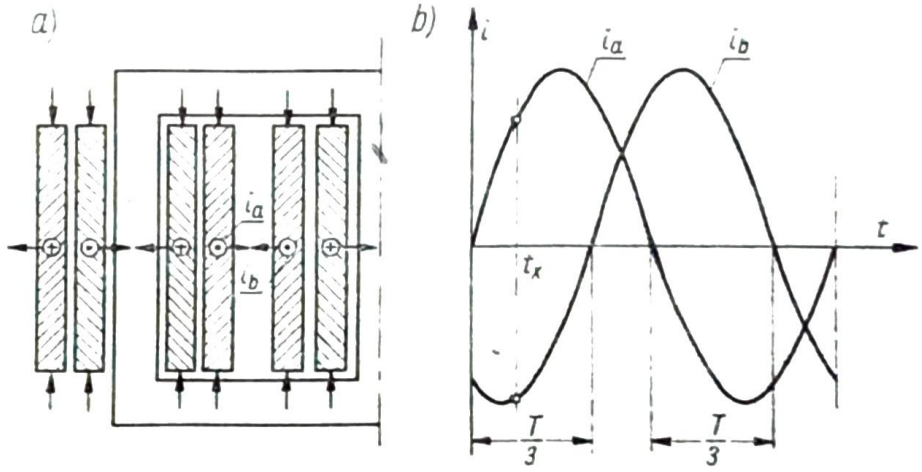
Jeżeli $\alpha = \varphi_k$, to jak wynika ze wzoru (3.295), składowa przejściowa prądu nie występuje i od chwili $t = 0$ występuje od razu ustalony prąd zwarcia.

W obwodach transformatorów trójfazowych może nastąpić zwarcie symetryczne trójfazowe, zwarcie dwóch faz i zwarcie jednej fazy, a także zwarcie części uzwojeń jednej fazy.

Bardzo niebezpieczne dla transformatora są zwarcia międzyzwojowe, gdyż trudno jest wykonać zabezpieczenia powodujące odłączenie transformatora spod napięcia z chwilą wystąpienia zwarcia.

3.7.3. Siły mechaniczne działające na uzwojenia

Jeżeli ustalony prąd zwarcia w typowym transformatorze energetycznym jest ok. 20—25 razy większy od prądu znamionowego, to zgodnie z (3.298) maksymalna chwilowa wartość prądu zwarcia w stanie nieustalonym może w szczególnym przypadku być nawet 60 razy większa od wartości znamionowej. Taki prąd powoduje pojawienie się dużych sił mechanicznych, których wartość chwilowa jest proporcjonalna do kwadratu chwilowej wartości prądu.



Rys. 3.90. Siły promieniowe i osiowe, działające na cewki transformatora o uzwojeniu cylindrycznym: a) kierunek działania sił w chwili t_x; b) przebieg prądów w zewnętrznych uzwojeniach sąsiednich kolumn

Jeżeli uzwojenie jest wykonane w postaci dwóch koncentrycznych cewek (rys. 3.90), to uwzględniając kierunki przepływu prądów w dać, że obydwa uzwojenia danej kolumny wzajemnie się odpychają, a uzwojenia zewnętrzne sąsiednich kolumn wzajemnie się przyciągają (bo zgodnie ze strzałkowaniem prądów przez $^2/_3$ okresu jeden z prądów jest dodatni a drugi ujemny, a więc prądy w zewnętrznych cewkach sąsiednich kolumn płyną w tę samą stronę. Na uzwojenia zewnętrzne działają zatem przy zwarciu siły promieniowe rozciągające, na uzwojenia wewnętrzne zaś — siły ściskające.

Prócz sił promieniowych występują w uzwojeniu koncentrycznym również siły działające wzdłuż kolumny (siły osiowe), wynikające z przyciągania się zwojów danego uzwojenia oraz z zakrzywienia linii pól rozproszonych na krańcach uzwojeń. W przypadku uzwojenia cewkowego działają siły osiowe odpychające wzajemnie od siebie sąsiednie cewki.

W celu zabezpieczenia uzwojeń przed zniekształceniami, wywołanymi przez działające na nie siły, uzwojenia muszą być silnie mocowane i usztywnione odpowiednimi listwami, aby nie mogły się przemieszczać pod wpływem tych sił. Uzwojenia są wykonywane zwykle w postaci cylindrycznej, gdyż taki kształt jest najbardziej wytrzymały na siły rozciągające i ściskające.

3.7.4. Przepięcia

W transformatorach występują niekiedy napięcia znacznie przekraczające wartości znamionowe. Napięcia te nazywa się przepięciami. Przyczyną ich powstawania mogą być np. wyładowania atmosferyczne, nagłe zwarcia przewodu z ziemią, odłączanie nieobciążonych transformatorów, odłączanie obciążenia pojemnościowego (kondensatorów lub długich linii kablowych). Rozpatrując zjawiska związane z przepięciami należy uwzględnić pojemności między poszczególnymi zwojami oraz pojemności między uzwojeniami a rdzeniem. Transformatory energetyczne muszą być zabezpieczone przed uszkodzeniem izolacji wskutek przepięć. Ochrona przed przepięciami polega na wzmocnieniu izolacji wstępnych zwojów każdej fazy, odpowiedniej konstrukcji transformatora i na stosowaniu specjalnych urządzeń ochronnych.

Zagadnienia przepięć są szczególnie istotne w transformatorach najwyższych napięć. Transformatory te muszą być poddawane specjalnym próbom wytrzymałości izolacji ze względu na możliwość występowania przepięć. W autotransformatorach wysokich napięć występują większe przepięcia niż w transformatorach dwuuzwojeniowych. Przepięcia ograniczają stosowanie autotransformatorów i powodują konieczność wykonania specjalnych zabezpieczeń.

3.8. ZARYS OGÓLNEJ TEORII TRANSFORMATORÓW

3.8.1. Transformator jako przetwornik energii

Transformator można rozpatrywać jako przetwornik energii, w którym w normalnym stanie pracy nie ma przemieszczeń mechanicznych, a więc nie występuje energia mechaniczna; zarówno energia dostarczana jak oddawana mają formę elektryczną, tylko parametry tej energii (napięcia, prądy) są z reguły różne. Jednak w czasie pracy transformatora, a szczególnie w sytuacjach awaryjnych (np. przy zwarciach), występują siły mechaniczne, które mogą spowodować uszkodzenia mechaniczne lub drgania poszczególnych elementów. Przez odpowiednią konstrukcję i sztywne zaklinowanie uzwojeń należy uniemożliwić przemieszczenie się uzwojeń nawet w najbardziej niekorzystnych sytuacjach awaryjnych.

Rozpatrując transformator najbardziej ogólnie, można opisać jego stan pracy odpowiednimi związkami, dotyczącymi przemiany energii, w których można uwzględnić siły i przemieszczenia mechaniczne, tłumienie ośrodka, energię dostarczoną lub oddaną na drodze elektrycznej, straty w transformatorze. Z zależności tych można uzyskać ogólne równania ruchu dla współrzędnych promieniowej i osiowej oraz odpowiednią liczbę równań napięć; założywszy całkowicie sztywne zamocowanie uzwojeń, wystarczy przeanalizować równania napięć, których liczba odpowiada liczbie niezależnych obwodów elektrycznych, a więc zależy od liczby faz transformatora układu połączeń i liczby uzwojeń każdej fazy.

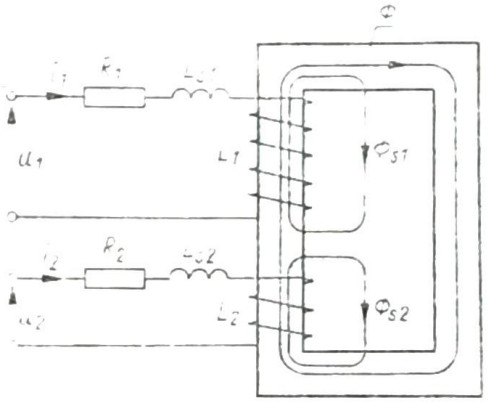
Dla większego uogólnienia rozważań można nie robić żadnych założeń dotyczących kierunku przepływu energii, a więc nie decydować z góry, gdzie jest

strona pierwotna, a gdzie wtórna. W tym celu wygodnie jest strzałkować wszystkie obwody elektryczne jednolicie, np. odbiornikowo. Na podstawie analizy pracy można ustalić, w których obwodach energia jest pobierana, a w których oddawana.

Przy analizowaniu pracy transformatora w stanie nieustalonym lub awaryjnym można dla dowolnego przebiegu napięcia zewnętrznego sformułować równania napięć transformatora, nie zakładając ich sinusoidalnego przebiegu.

3.8.2. Transformator jednofazowy

W przypadku transformatora jednofazowego, w którym pomijamy straty w rdzeniu i przemieszczenia mechaniczne, wyrażenia na energię i koenergię dotyczą tylko współrzędnych elektrycznych.



Rys. 3.91. Układ transformatora jednofazowego

Uwzględniając strumień główny i strumienie rozproszone (rys. 3.91), otrzymujemy wzór na koenergię kinetyczną pól magnetycznych

$$W_k^* = \frac{1}{2}(L_1 i_1^2 + L_{s1} i_1^2 + L_2 i_2^2 + L_{s2} i_2^2) + M i_1 i_2 \tag{3.299}$$

funkcję koenergii dyssypacji

$$W_d^* = \frac{1}{2}\left(\int_0^t R_1 i_1^2 \,dt + \int_0^t R_2 i_2^2 \,dt\right) \tag{3.300}$$

i energię zasilania

$$W_z = \int_0^t u_1 i_1 \,dt + \int_0^t u_2 i_2 \,dt \tag{3.301}$$

Ponieważ w tych związkach nie występują ładunki, możemy napisać równanie Eulera-Lagrange'a w postaci

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial i_1}(W_k^* + W_d^* - W_z) = 0 \tag{3.302}$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial i_2}(W_k^* + W_d^* - W_z) = 0 \tag{3.303}$$

skąd

$$u_1 = R_1 i_1 + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(L_1 i_1) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(L_{s1} i_1) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(M i_2) \tag{3.304}$$

$$u_2 = R_2 i_2 + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(L_2 i_2) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(L_{s2} i_2) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(M i_1) \tag{3.305}$$

Przyjmując dla uproszczenia stałą przenikalność obwodów magnetycznych, możemy indukcyjności uważać za stałe, a zatem

$$u_1 = R_1 i_1 + (L_1 + L_{s1}) \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + M \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} \tag{3.306}$$

$$u_2 = R_2 i_2 + M \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + (L_2 + L_{s2}) \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} \tag{3.307}$$

Ponieważ przy uczynionym założeniu otrzymaliśmy układ równań różniczkowych o stałych współczynnikach, możemy stosować rachunek operatorów Laplace'a i równania powyższe zapisać w formie operatorowej

$$u_1(s) = R_1 i_1(s) + s(L_1 + L_{s1}) i_1(s) - (L_1 + L_{s1}) i_1(0) + sM i_2(s) - M i_2(0) \tag{3.308}$$

$$u_2(s) = R_2 i_2(s) + sM i_1(s) - M i_1(0) + s(L_2 + L_{s2}) i_2(s) - (L_2 + L_{s2}) i_2(0) \tag{3.309}$$

lub, przechodząc na zapis macierzowy

$$\begin{bmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(s) \\ i_2(s) \end{bmatrix} + s \begin{bmatrix} L_1 + L_{s1} & M \\ M & L_2 + L_{s2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(s) \\ i_2(s) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_1 + L_{s1} & M \\ M & L_2 + L_{s2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(0) \\ i_2(0) \end{bmatrix} \tag{3.310}$$

co można zapisać w postaci

$$\begin{bmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 + L_{s1} & M \\ M & L_2 + L_{s2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(0) \\ i_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + s(L_1 + L_{s1}) & sM \\ sM & R_2 + s(L_2 + L_{s2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(s) \\ i_2(s) \end{bmatrix} \tag{3.311}$$

Jeżeli zakładamy zerowe warunki początkowe lub oznaczymy przez $u_1(s)$ i $u_2(s)$ całe wiersze po lewej stronie znaku równości, to otrzymujemy

$$\begin{bmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + s(L_1 + L_{s1}) & sM \\ sM & R_2 + s(L_2 + L_{s2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(s) \\ i_2(s) \end{bmatrix} \tag{3.312}$$

Indukcyjności L_1, L_2 i M są zależne od permeancji wspólnego obwodu magnetycznego na drodze strumienia głównego, więc oznaczając indukcyjność L_1 przez L_μ, możemy napisać

$$L_1 = L_\mu = z_1^2 \Lambda \tag{3.313}$$

$$L_2 = z_2^2 \Lambda = \frac{z_2^2}{z_1^2} z_1^2 \Lambda = \frac{1}{\vartheta^2} L_\mu \tag{3.314}$$

$$M = z_1 z_2 \Lambda = \frac{z_2}{z_1} z_1^2 \Lambda = \frac{1}{\vartheta} L_\mu \tag{3.315}$$

Mnożąc lewostronnie obie strony równania przez macierz

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \vartheta \end{bmatrix}$$

oraz pisząc przed macierzą prądów macierz jednostkową

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \vartheta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\vartheta} \end{bmatrix} \tag{3.316}$$

otrzymujemy

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \vartheta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \vartheta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1+s(L_1+L_{s1}) & sM \\ sM & R_2+s(L_2+L_{s2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \vartheta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\vartheta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(s) \\ i_2(s) \end{bmatrix} \tag{3.317}$$

i po wykonaniu mnożenia

$$\begin{bmatrix} u_1(s) \\ \vartheta u_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1+s(L_1+L_{s1}) & s\vartheta M \\ s\vartheta M & \vartheta^2 R_2+s\vartheta^2(L_2+L_{s2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(s) \\ \frac{1}{\vartheta} i_2(s) \end{bmatrix} \tag{3.318}$$

lub korzystając z (3.313)—(3.315)

$$\begin{bmatrix} u_1(s) \\ u_2'(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1+s(L_\mu+L_{s1}) & sL_\mu \\ sL_\mu & R_2'+s(L_\mu+L_{s2}') \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(s) \\ i_2'(s) \end{bmatrix} \tag{3.319}$$

gdzie

$$u_2'(s) = \vartheta u_2(s) \tag{3.320}$$

$$i_2'(s) = \frac{1}{\vartheta} i_2(s) \tag{3.321}$$

$$R_2' = \vartheta^2 R_2 \tag{3.322}$$

$$L_{s2}' = \vartheta^2 L_{s2} \tag{3.323}$$

Otrzymaliśmy w ten sposób prąd i napięcie oraz parametry R_2 i L_{s2} strony wtórnej, przeliczone na stronę pierwotną.

Wyliczając i_1 z pierwszego równania określonego wzorem (3.319) i podstawiając w drugim oraz podobnie — podstawiając w pierwszym równaniu i_2', wyznaczone z drugiego, otrzymujemy

$$\begin{bmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{T1}(s) & 0 \\ 0 & Z_{T2}'(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(s) \\ i_2'(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & K_2'(s) \\ K_1'(s) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(s) \\ u_2'(s) \end{bmatrix} \tag{3.324}$$

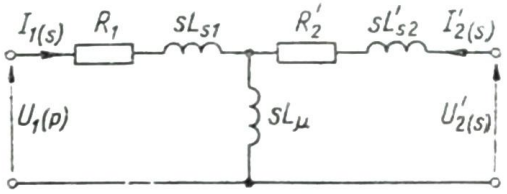
gdzie

$$Z_{T1}(s) = R_1 + sL_{s1} + sL_\mu \frac{R_2' + sL_{s2}'}{R_2' + sL_{s2}' + sL_\mu} \tag{3.325}$$

$$Z_{T2}(s) = R'_2 + sL'_{s2} + sL_\mu \frac{R_1 + sL_{s1}}{R_1 + sL_{s1} + sL_\mu} \tag{3.326}$$

$$K_1(s) = \frac{sL_\mu}{R_1 + sL_{s1} + sL_\mu} \tag{3.327}$$

$$K_2(s) = \frac{sL_\mu}{R'_2 + sL'_{s2} + sL_\mu} \tag{3.328}$$



Rys. 3.92. Układ zastępczy transformatora jednofazowego z parametrami operatorowymi

Równaniu (3.324) odpowiada układ zastępczy, przedstawiony na rys. 3.92. Wielkość $Z_{T1}(s)$ jest operatorową impedancją układu zastępczego, widzianą od zacisków strony pierwotnej przy zwartej stronie wtórnej i odpow ednio $Z'_{T2}(s)$ jest impedancją widzianą od strony wtórnej, przy zwartej stronie pierwotnej. Natomiast wielkości $K_1(s)$ i $K'_2(s)$ są operatorami przekształcenia sprowadzającymi działanie napięcia jednej ze stron na stronę przeciwną. Jeżeli napiszemy oba równania napięć oddzielnie

$$u_1(s) = Z_{T1}(s)\, i_1(s) + K'_2(s)\, u'_2(s) \tag{3.329}$$

$$u_2(s) = Z'_{T2}(s)\, i'_2(s) + K_1(s)\, u_1(s) \tag{3.330}$$

łatwo zauważymy, że napięcie $u_1(s)$ pomnożone przez $K_1(s)$ daje napięcie wtórne w stanie jałowym (gdy $i_2(s) = 0$), iloczyn zaś $K'_2(s)\, u'_2(s)$ jest napięciem strony pierwotnej przy $i_1(s) = 0$.

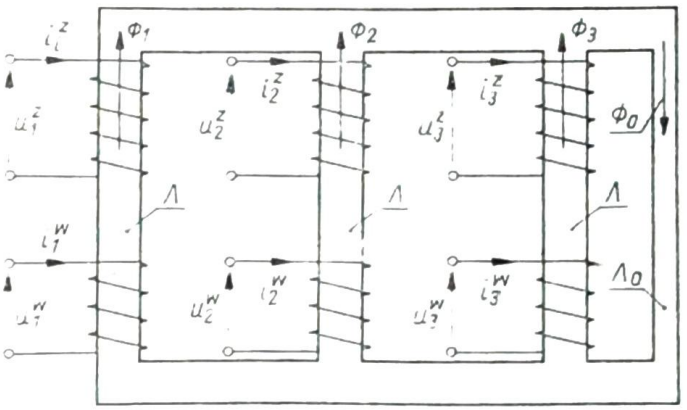
Z równania (3.324) można określić prądy

$$\begin{bmatrix} i_1(s) \\ \\ i'_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{Z_{T1}(s)} & 0 \\ \\ 0 & \dfrac{1}{Z'_{T2}(s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(s) - K'_2(s)\, u'_2(s) \\ \\ u'_2(s) - K_1(s)\, u_1(s) \end{bmatrix} \tag{3.331}$$

Równanie (3.331) jest bardzo ogólnym opisem transformatora jednofazowego, umożliwiającym określenie przebiegów ustalonych i nieustalonych (zwarcia, zmiany obciążenia, zasilanie napięciem o przebiegu niesinusoidalnym itp.) przy założeniu liniowości charakterystyki magnesowania.

3.8.3. Transformator trójfazowy

Szkic budowy dwuuzwojeniowego transformatora trójfazowego przedstawia rys. 3.93. Trzy kolumny są uzwojone, czwarta kolumna reprezentuje obwód magnetyczny kolumn skrajnych transformatora pięciokolumnowego lub obwód dla strumienia wychodzącego z rdzenia transformatora trójkolumnowego, a zamykającego się przez powietrze i elementy konstrukcyjne.



Rys. 3.93. Szkic budowy transformatora trójfazowego, uwzględniający obwód strumienia Φ_0

Z równań Eulera-Lagrange'a można otrzymać układ równań napięć

$$\begin{bmatrix} u_1^z \\ u_2^z \\ u_3^z \\ u_1^w \\ u_2^w \\ u_3^w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1^z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_2^z & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_3^z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_1^w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_2^w & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_3^w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1^z \\ i_2^z \\ i_3^z \\ i_1^w \\ i_2^w \\ i_3^w \end{bmatrix} +$$

$$+ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} L_{11}^{zz} & -M_{12}^{zz} & -M_{13}^{zz} & M_{11}^{zw} & -M_{12}^{zw} & -M_{13}^{zw} \\ -M_{21}^{zz} & L_{22}^{zz} & -M_{23}^{zz} & -M_{21}^{zw} & M_{22}^{zw} & -M_{23}^{zw} \\ -M_{31}^{zz} & -M_{32}^{zz} & L_{33}^{zz} & -M_{31}^{zw} & -M_{32}^{zw} & M_{33}^{zw} \\ M_{11}^{wz} & -M_{12}^{wz} & -M_{13}^{wz} & L_{11}^{ww} & -M_{12}^{ww} & -M_{13}^{ww} \\ -M_{21}^{wz} & M_{22}^{wz} & -M_{23}^{wz} & -M_{21}^{ww} & L_{22}^{ww} & -M_{23}^{ww} \\ -M_{31}^{wz} & -M_{32}^{wz} & M_{33}^{wz} & -M_{31}^{ww} & -M_{32}^{ww} & L_{33}^{ww} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1^z \\ i_2^z \\ i_3^z \\ i_1^w \\ i_2^w \\ i_3^w \end{bmatrix} \tag{3.332}$$

W odniesieniu do transformatora o symetrycznej budowie obwodu magnetycznego i elektrycznego można przyjąć, że indukcyjności własne poszczególnych uzwojeń są jednakowe i każda z nich jest sumą indukcyjności związanych ze strumieniem głównym i strumieniami rozproszonymi

$$L_{11}^{zz} = L_{22}^{zz} = L_{33}^{zz} = L^z + L_s^z \tag{3.333}$$

$$L_{11}^{ww} = L_{22}^{ww} = L_{33}^{ww} = L^w + L_s^w \tag{3.334}$$

oraz że mamy do czynienia z czterema rodzajami indukcyjności wzajemnych

M^z — indukcyjność wzajemna dwóch uzwojeń strony z

$$M^z = M_{12}^{zz} = M_{13}^{zz} = M_{21}^{zz} = M_{23}^{zz} = M_{31}^{zz} = M_{32}^{zz} \tag{3.335}$$

M^w — indukcyjność wzajemna dwóch uzwojeń strony w

$$M^w = M_{12}^{ww} = M_{13}^{ww} = M_{21}^{ww} = M_{23}^{ww} = M_{31}^{ww} = M_{32}^{ww} \tag{3.336}$$

M^k — indukcyjność wzajemna dwóch uzwojeń znajdujących się na tej samej kolumnie

$$M^k = M_{11}^{zw} = M_{22}^{zw} = M_{33}^{zw} = M_{11}^{wz} = M_{22}^{wz} = M_{33}^{wz} \tag{3.337}$$

M^r — indukcyjność wzajemna dwóch uzwojeń znajdujących się na różnych kolumnach, przy czym jedno należy do strony z, a drugie do strony w

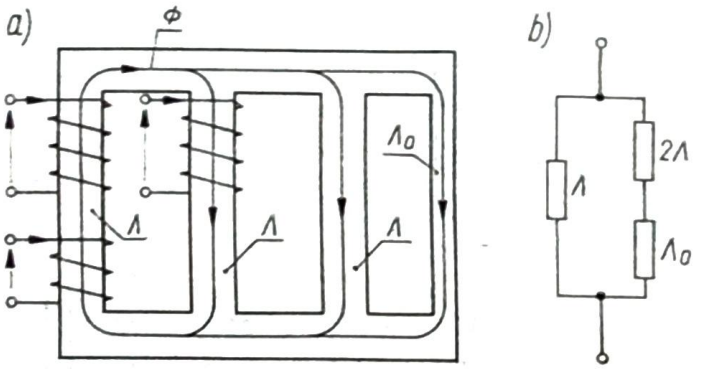
$$M^r = M_{12}^{zw} = M_{13}^{zw} = M_{21}^{zw} = M_{23}^{zw} = M_{31}^{zw} = M_{32}^{zw} = \\ = M_{12}^{wz} = M_{13}^{wz} = M_{21}^{wz} = M_{23}^{wz} = M_{31}^{wz} = M_{32}^{wz} \tag{3.338}$$

oraz

$$R_1^z = R_2^z = R_3^z = R^z \tag{3.339}$$

$$R_1^w = R_2^w = R_3^w = R^w \tag{3.340}$$

Indukcyjności własne i wzajemne mogą być określone przez odpowiednie liczby zwojów z_z i z_w oraz permeancje, wynikające z konfiguracji obwodu magnetycznego. Jeżeli przez Λ oznaczymy permeancję kolumny głównej, a przez Λ_0 kolumny skrajnej, to permeancja dla strumienia sprzęgającego (dwa uzwojenia na wspólnej



Rys. 3.94. Model do obliczenia permeancji Λ_k i Λ_r: a) układ obwodu magnetycznego; b) układ zastępczy permeancji Λ i Λ_0

kolumnie) może być wyznaczona z układu rozgałęzionego obwodu magnetycznego (rys. 3.94); Λ_k jest permeancją zastępczą równoległego układu Λ i szeregowo połączonych $2\Lambda+\Lambda_0$

$$\Lambda_k = \frac{1}{\frac{1}{\Lambda}+\frac{1}{2\Lambda+\Lambda_0}} = \frac{\Lambda(2\Lambda+\Lambda_0)}{3\Lambda+\Lambda_0} \tag{3.341}$$

natomiast Λ_r jest częścią permeancji Λ_k wynikającą z rozpływu strumienia na poszczególne kolumny

$$\Lambda_r = \Lambda_k \frac{\Lambda}{2\Lambda+\Lambda_0} = \frac{\Lambda^2}{3\Lambda+\Lambda_0} \tag{3.342}$$

Indukcyjności własne i wzajemne określają zależności

$$L^z = z_z^2 \Lambda_k \tag{3.343}$$

$$L^w = z_w^2 \Lambda_k = \frac{1}{\vartheta^2} L^z \tag{3.344}$$

$$M^z = z_z^2 \Lambda_r \tag{3.345}$$

$$M^w = z_w^2 \Lambda_r = \frac{1}{\vartheta^2} M^z \tag{3.346}$$

$$M^k = z_z z_w \Lambda_k = \frac{1}{\vartheta} L^z \tag{3.347}$$

$$M^r = z_z z_w \Lambda_r = \frac{1}{\vartheta} M^z \tag{3.348}$$

Indukcyjności L^w, M^w, M^k i M^r są określone przez indukcyjności L^z i M^z oraz przekładnię ϑ. Oznaczając dla uproszczenia $L^z = L$ oraz $M^z = M$ otrzymujemy równania napięć

$$\begin{bmatrix} u_1^z \\ u_2^z \\ u_3^z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R^z & 0 & 0 \\ 0 & R^z & 0 \\ 0 & 0 & R^z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1^z \\ i_2^z \\ i_3^z \end{bmatrix} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} L_s^z & 0 & 0 \\ 0 & L_s^z & 0 \\ 0 & 0 & L_s^z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1^z \\ i_2^z \\ i_3^z \end{bmatrix} +$$

$$+ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} L & -M & -M \\ -M & L & -M \\ -M & -M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1^z \\ i_2^z \\ i_3^z \end{bmatrix} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{1}{\vartheta} \begin{bmatrix} L & -M & -M \\ -M & L & -M \\ -M & -M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1^w \\ i_2^w \\ i_3^w \end{bmatrix} \tag{3.349}$$

$$\begin{bmatrix} u_1^w \\ u_2^w \\ u_3^w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R^w & 0 & 0 \\ 0 & R^w & 0 \\ 0 & 0 & R^w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1^w \\ i_2^w \\ i_3^w \end{bmatrix} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} L_s^w & 0 & 0 \\ 0 & L_s^w & 0 \\ 0 & 0 & L_s^w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1^w \\ i_2^w \\ i_3^w \end{bmatrix} +$$

$$+ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{1}{\vartheta^2} \begin{bmatrix} L & -M & -M \\ -M & L & -M \\ -M & -M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1^w \\ i_2^w \\ i_3^w \end{bmatrix} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{1}{\vartheta} \begin{bmatrix} L & -M & -M \\ -M & L & -M \\ -M & -M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1^z \\ i_2^z \\ i_3^z \end{bmatrix} \tag{3.350}$$

Mnożąc równanie (3.350) obustronnie przez ϑ i wprowadzając odpowiednio zależności

$$i'^w = \frac{1}{\vartheta} i^w \tag{3.351}$$

$$u'^w = \vartheta u^w \tag{3.352}$$

$$R'^w = \vartheta^2 R^w \tag{3.353}$$

$$L_2'^w = \vartheta^2 L_s^w \tag{3.354}$$

możemy równania (3.349) i (3.350) napisać dla parametrów przeliczonych na stronę z

$$\begin{bmatrix} u_1^z \\ u_2^z \\ u_3^z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R^z & 0 & 0 \\ 0 & R^z & 0 \\ 0 & 0 & R^z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1^z \\ i_2^z \\ i_3^z \end{bmatrix} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} L_s^z & 0 & 0 \\ 0 & L_s^z & 0 \\ 0 & 0 & L_s^z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1^z \\ i_2^z \\ i_3^z \end{bmatrix} +$$

$$+ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} L & -M & -M \\ -M & L & -M \\ -M & -M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1^z \\ i_2^z \\ i_3^z \end{bmatrix} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} L & -M & -M \\ -M & L & -M \\ -M & -M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1'^w \\ i_2'^w \\ i_3'^w \end{bmatrix} \tag{3.355}$$

$$\begin{bmatrix} u_1'^w \\ u_2'^w \\ u_3'^w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R'^w & 0 & 0 \\ 0 & R'^w & 0 \\ 0 & 0 & R'^w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1'^w \\ i_2'^w \\ i_3'^w \end{bmatrix} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} L_s'^w & 0 & 0 \\ 0 & L_s'^w & 0 \\ 0 & 0 & L_s'^w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1'^w \\ i_2'^w \\ i_3'^w \end{bmatrix} +$$

$$+ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} L & -M & -M \\ -M & L & -M \\ -M & -M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1'^w \\ i_2'^w \\ i_3'^w \end{bmatrix} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} L & -M & -M \\ -M & L & -M \\ -M & -M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1^z \\ i_2^z \\ i_3^z \end{bmatrix} \tag{3.356}$$

Związki (3.355) i (3.356) stanowią pełny układ równań napięć transformatora. Mimo wprowadzonych uproszczeń są one jednak trudne do rozwiązania, gdyż wszystkie napięcia są wyrażone przez wszystkie prądy; wynika to z pełnej postaci macierzy indukcyjności własnych i wzajemnych. W celu sprowadzenia tych równań do prostszej postaci celowe jest dokonanie takiej transformacji współrzędnych, aby te macierze indukcyjności własnych i wzajemnych stały się macierzami diagonalnymi.

Diagonalizację macierzy przeprowadza się przez rozwiązanie tzw. *zagadnienia własnego macierzy*. Obliczamy najpierw wartości własne macierzy indukcyjności własnych i wzajemnych z warunku

$$\det \begin{bmatrix} L-\lambda & -M & -M \\ -M & L-\lambda & -M \\ -M & -M & L-\lambda \end{bmatrix} = 0 \tag{3.357}$$

Otrzymujemy stąd wartości własne

$$\lambda_1 = L-2M; \qquad \lambda_2 = \lambda_3 = L+M \tag{3.358}$$

Przy założeniu niezmienniczości mocy, macierz transformacji (macierz wektorów własnych) i macierz do niej odwrotna mają postać

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{S}^{-1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \tag{3.359}$$

gdzie $a = \mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2}{3}\pi}$.

Po pomnożeniu macierzy indukcyjności własnych i wzajemnych lewostronnie przez $\mathbf{S}$ i prawostronnie przez $\mathbf{S}^{-1}$ otrzymujemy macierz diagonalną wartości własnych

$$\mathbf{S} \begin{bmatrix} L & -M & -M \\ -M & L & -M \\ -M & -M & L \end{bmatrix} \mathbf{S}^{-1} = \begin{bmatrix} L-2M & 0 & 0 \\ 0 & L+M & 0 \\ 0 & 0 & L+M \end{bmatrix} \tag{3.360}$$

Macierz $\mathbf{S}$ jest podobna do macierzy stosowanych w metodzie składowych symetrycznych, jest jednak znacznie ogólniejsza, gdyż przy metodzie składowych symetrycznych zakłada się sinusoidalne przebiegi prądów i napięć zapisane przy

zastosowaniu metody symbolicznej, natomiast przy określaniu macierzy transformacji podanej wzorem (3.359) nie czyni się żadnych założeń odnośnie charakteru przebiegów czasowych prądów i napięć.

W wyniku transformacji otrzymujemy nowe wektory prądów i napięć — przechodzimy ze współrzędnyc fazowych do tzw. współrzędnych 0, 1, 2, mnożąc lewostronnie wektory prądów i napięć przez macierz transformacji S

$$\begin{bmatrix} i_{(0)} \\ i_{(1)} \\ i_{(2)} \end{bmatrix} = \mathbf{S} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix}; \qquad \begin{bmatrix} u_{(0)} \\ u_{(1)} \\ u_{(2)} \end{bmatrix} = \mathbf{S} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \tag{3.361}$$

Zapiszemy teraz równania napięć (3.355) i (3.356) w postaci

$$\mathbf{u}^{=} = \mathbf{R}^{=}\mathbf{i}^{=} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{L}_s^{=}\mathbf{i}^{=} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{M}\mathbf{i}^{=} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{M}\mathbf{i}'^{w} \tag{3.362}$$

$$\mathbf{u}'^{w} = \mathbf{R}'^{w}\mathbf{i}'^{w} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{L}_s'^{w}\mathbf{i}'^{w} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{M}\mathbf{i}'^{w} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{M}\mathbf{i}^{=} \tag{3.363}$$

i pomnożymy je lewostronnie przez macierz S wprowadzając dodatkowo macierz jednostkową $\mathbf{E} = \mathbf{S}^{-1}\mathbf{S}$ za macierzami M. Otrzymujemy stąd

$$\mathbf{S}\mathbf{u}^{=} = \mathbf{R}^{=}\mathbf{S}\mathbf{i}^{=} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{L}_s^{=}\mathbf{S}\mathbf{i}^{=} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{S}\mathbf{M}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{S}\mathbf{i}^{=} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{S}\mathbf{M}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{S}\mathbf{i}'^{w} \tag{3.364}$$

$$\mathbf{S}\mathbf{u}'^{w} = \mathbf{R}'^{w}\mathbf{S}\mathbf{i}'^{w} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{L}_s'^{w}\mathbf{S}\mathbf{i}'^{w} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{S}\mathbf{M}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{S}\mathbf{i}'^{w} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{S}\mathbf{M}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{S}\mathbf{i}^{=} \tag{3.365}$$

Na podstawie zależności (3.360) i (3.361) i po wprowadzeniu oznaczeń $L_{\mu(0)} = L - 2M$; $L_\mu = L + M$ otrzymujemy równania napięć

$$\begin{bmatrix} u_{(0)}^{=} \\ u_{(1)}^{=} \\ u_{(2)}^{=} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R^{=} & 0 & 0 \\ 0 & R^{=} & 0 \\ 0 & 0 & R^{=} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{(0)}^{=} \\ i_{(1)}^{=} \\ i_{(2)}^{=} \end{bmatrix} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} L_s^{=} & 0 & 0 \\ 0 & L_s^{=} & 0 \\ 0 & 0 & L_s^{=} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{(0)}^{=} \\ i_{(1)}^{=} \\ i_{(2)}^{=} \end{bmatrix} +$$

$$+ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} L_{\mu(0)} & 0 & 0 \\ 0 & L_\mu & 0 \\ 0 & 0 & L_\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{(0)}^{=} \\ i_{(1)}^{=} \\ i_{(2)}^{=} \end{bmatrix} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} L_{\mu(0)} & 0 & 0 \\ 0 & L_\mu & 0 \\ 0 & 0 & L_\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{(0)}'^{w} \\ i_{(1)}'^{w} \\ i_{(2)}'^{w} \end{bmatrix} \tag{3.366}$$

$$\begin{bmatrix} u_{(0)}'^{w} \\ u_{(1)}'^{w} \\ u_{(2)}'^{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R'^{w} & 0 & 0 \\ 0 & R'^{w} & 0 \\ 0 & 0 & R'^{w} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{(0)}'^{w} \\ i_{(1)}'^{w} \\ i_{(2)}'^{w} \end{bmatrix} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} L_s'^{w} & 0 & 0 \\ 0 & L_s'^{w} & 0 \\ 0 & 0 & L_s'^{w} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{(0)}'^{w} \\ i_{(1)}'^{w} \\ i_{(2)}'^{w} \end{bmatrix} +$$

$$+ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} L_{\mu(0)} & 0 & 0 \\ 0 & L_\mu & 0 \\ 0 & 0 & L_\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{(0)}'^{w} \\ i_{(1)}'^{w} \\ i_{(2)}'^{w} \end{bmatrix} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} L_{\mu(0)} & 0 & 0 \\ 0 & L_\mu & 0 \\ 0 & 0 & L_\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{(0)}^{=} \\ i_{(1)}^{=} \\ i_{(2)}^{=} \end{bmatrix} \tag{3.367}$$

W równaniach tych nie występują już żadne powiązania między prądami i napięciami poszczególnych składowych. Każde z tych równań macierzowych może

być zapisane w postaci trzech nie związanych ze sobą równań, z których każde ma taką samą strukturę jak równania (3.304) i (3.305) dla transformatora jednofazowego.

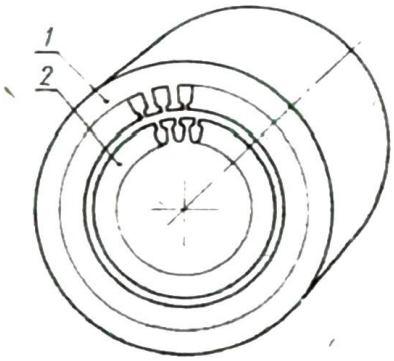
Przedstawiona w zarysie metoda analizy transformatorów prowadzi do dość złożonych układów równań, jednak umożliwia dokonanie obliczeń, których nie można przeprowadzić przy zastosowaniu metody klasycznej, przedstawionej w rozdz. 3.3 i 3.4. Szczególnie dotyczy to różnego rodzaju niesymetrii wewnętrznej (obwodu magnetycznego i elektrycznego), niesymetrii zasilania i obciążenia, stanów nieustalonych i przebiegów niesinusoidalnych.

4. ZAGADNIENIA OGÓLNE MASZYN WIRUJĄCYCH PRĄDU PRZEMIENNEGO

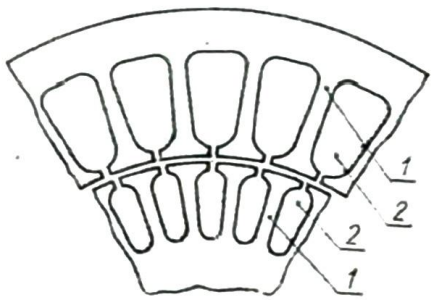
4.1. ZASADA BUDOWY I DZIAŁANIA MASZYNY INDUKCYJNEJ I SYNCHRONICZNEJ

4.1.1. Zarys budowy maszyny indukcyjnej

Najpowszechniej stosowaną w napędach przemysłowych maszyną elektryczną jest silnik indukcyjny zwany również asynchronicznym; ta druga nazwa pochodzi stąd, że silnik indukcyjny jest głównym reprezentantem maszyn zwanych asynchronicznymi.



Rys. 4.1. Zasada budowy silnika indukcyjnego
1 — stojan, *2* — wirnik



Rys. 4.2. Przykład wykroju blach stojana i wirnika
1 — zęby, *2* — żłobki

Zasadę budowy silnika indukcyjnego ilustruje rys. 4.1. Część nieruchoma (stojan) ma kształt wydrążonego wewnątrz walca. W wewnętrznej przestrzeni stojana znajduje się część wirująca maszyny zwana wirnikiem, również w kształcie walca. Obwód magnetyczny stojana i wirnika jest wykonany w postaci rdzenia z blachy stalowej z dodatkiem krzemu (tzw. blachy elektrotechnicznej), zwykle grubości 0,5 mm; wirniki dużych maszyn indukcyjnych są wykonane z blach o grubości 1—2 mm. Szczelina powietrzna między stojanem i wirnikiem ma w małych maszynach wymiar od 0,1 do 0,5 mm, w dużych (powyżej 20 kW) od 1 do 3 mm. Na wewnętrznej stronie rdzenia stojana i zewnętrznej stronie rdzenia wirnika są wykonane na całej długości maszyny specjalnego kształtu rowki zwane żłobkami, w których umieszczone są uzwojenia. Elementy obwodu magnetycznego między żłobkami noszą nazwę zębów. Żłobki i zęby mogą mieć różne kształty, jedną z form ilustruje rys. 4.2.

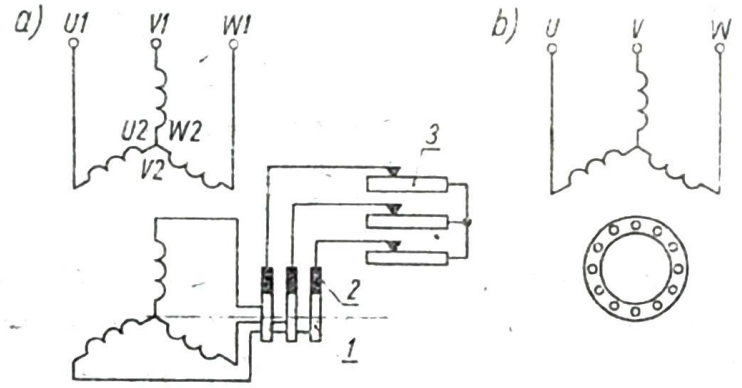
Najczęściej stosowane są silniki indukcyjne trójfazowe. Silnik taki ma na stojanie uzwojenie trójfazowe. Fazy uzwojenia w czasie pracy są skojarzone w gwiazdę lub trójkąt. W małych silnikach stosuje się niekiedy jednofazowe lub dwufazowe uzwojenie stojana.

Uzwojenie stojana, wykonane z drutu nawojowego (izolowanego), jest zwykle impregnowane i mocno usztywnione, by na skutek drgań silnika nie uległo uszkodzeniu. Przez impregnację zwiększa się rezystancja izolacji i ulegają poprawie warunki oddawania na zewnątrz ciepła wydzielanego w uzwojeniu.

Uzwojenie wirnika silnika indukcyjnego może być wykonane, podobnie jak stojana, z drutu nawojowego albo może mieć kształt nieizolowanych prętów, umieszczonych w żłobkach i połączonych ze sobą po obu stronach wirnika.

Do obwodu uzwojenia wirnika można przyłączyć dodatkowe elementy, zwiększające rezystancję każdej fazy. Do tego celu służą umieszczone na wale wirnika tzw. pierścienie ślizgowe, do których przylegają szczotki, połączone z dodatkowymi zewnętrznymi elementami. Taką zmianę rezystancji obwodu elektrycznego wirnika stosuje się dla dokonania rozruchu, regulacji prędkości lub hamowania silnika.

Ze względu na to, że charakterystycznym elementem omawianego typu silnika są pierścienie ślizgowe, nazywa się go silnikiem indukcyjnym pierścieniowym. Z reguły silnik ma trzy pierścienie, gdyż uzwojenie wirnika jest najczęściej trójfazowe, połączone w gwiazdę; niekiedy stosowane jest uzwojenie dwufazowe, ale również z trzema wyprowadzonymi końcami, a więc i w tym przypadku silnik ma trzy pierścienie ślizgowe. Schemat obwodów elektrycznych silnika pierścieniowego z dodatkowymi elementami rezystancyjnymi ilustruje rys. 4.3a.



Rys. 4.3. Schematy obwodów elektrycznych silników indukcyjnych: a) silnika pierścieniowego, b) silnika klatkowego
1 — pierścienie ślizgowe, *2* — szczotki, *3* — rezystancje przyłączone do obwodu wirnika

Jeżeli obwód elektryczny wirnika jest wykonany z nieizolowanych prętów, to pręty te są połączone po obu stronach wirnika pierścieniami zwierającymi. Tym samym obwód wirnika jest zawsze zwarty a zatem żadnych dodatkowych elementów przyłączać do niego nie można. Silnik taki nosi nazwę silnika indukcyjnego zwartego, nazywany bywa też klatkowym ze względu na to, że pręty wirnika połączone pierścieniami tworzą jak gdyby klatkę.

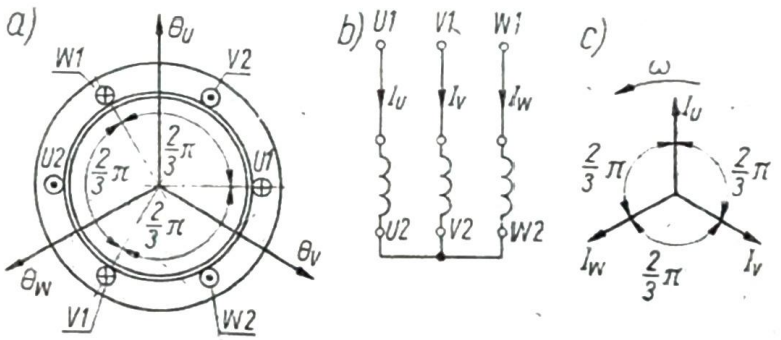
Pręty wirnika są najczęściej odlewane z aluminium, łącznie z pierścieniami zwierającymi i skrzydełkami wentylatora. Zadaniem wentylatora jest spowodowanie intensywnego przepływu powietrza chłodzącego silnik, a jednocześnie, przez zwiększenie powierzchni chłodzenia, ułatwienie oddawania do otoczenia ciepła, które wydziela się w prętach i pierścieniach wirnika.

Silniki specjalnej konstrukcji (np. głębokożłobkowe, dwuklatkowe, o zwiększonym poślizgu), mają pręty wykonane z metali kolorowych (mosiądz, brąz, miedź), przyspawane do pierścieni zwierających; są też stosowane konstrukcje, w których pręty umieszczone w kilku warstwach z własnymi pierścieniami tworzą kilka oddzielnych obwodów elektrycznych.

4.1.2. Uzwojenie trójfazowe; wykreślna interpretacja pola wirującego

Jeżeli uzwojenie stojana jest włączone do sieci, to prąd każdej fazy wytwarza własne pole magnetyczne. Nie wchodząc na razie w związki ilościowe, rozpatrzymy pole wypadkowe jako wynik nakładania się pól składowych, wywołanych prądami poszczególnych faz w maszynie trójfazowej o budowie symetrycznej, zasilanej symetrycznym trójfazowym układem prądów.

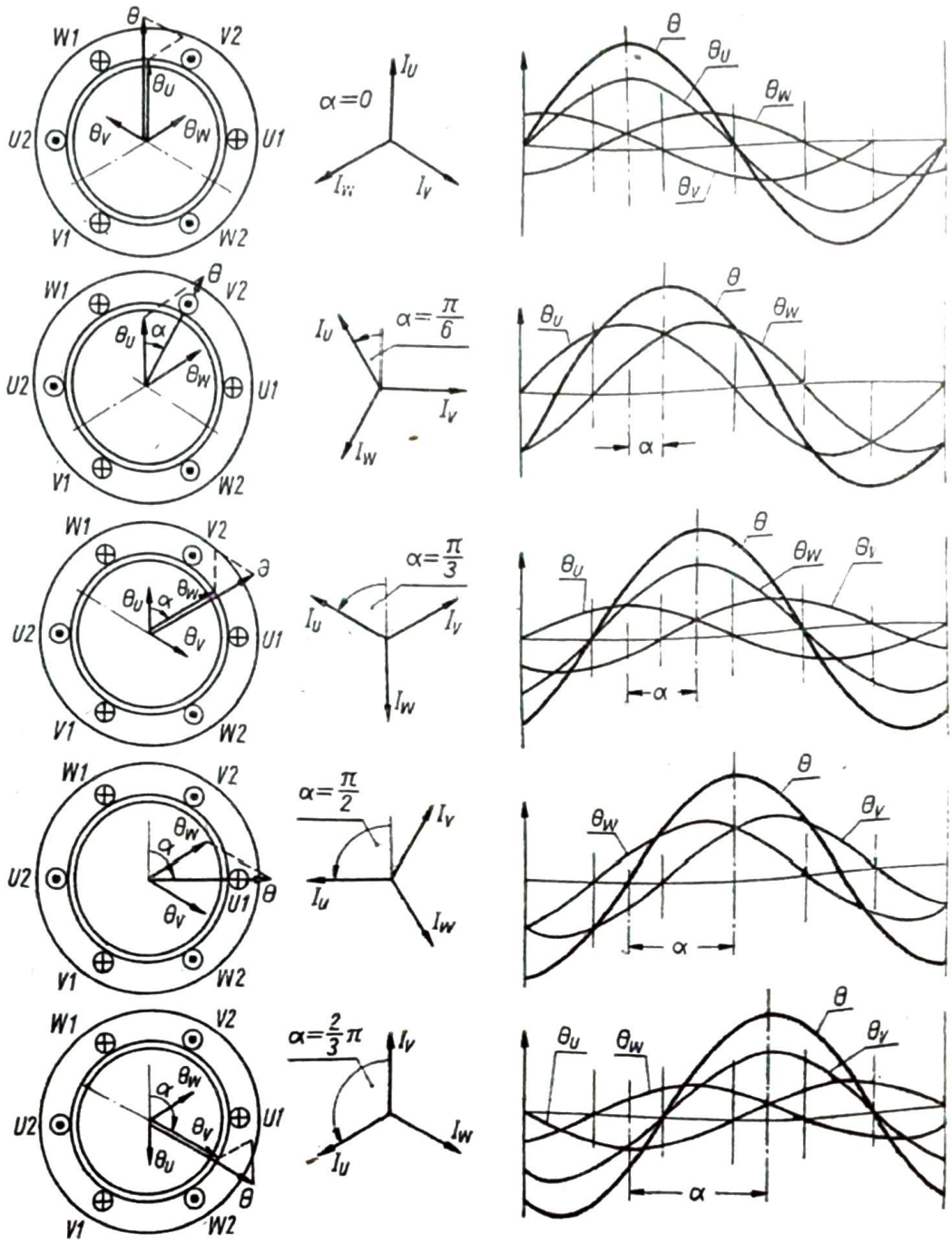
Niech w najprostszym modelu maszyny o jednej parze biegunów ($p = 1$) każdą fazę reprezentuje jeden zezwój (rys. 4.4). Przy równomiernym rozmieszczeniu



Rys. 4.4. Uzwojenie trójfazowe o jednej parze biegunów ($p = 1$): a) schemat rozmieszczenia uzwojeń fazowych; b) układ połączeń uzwojeń; c) wykres wskazowy prądów fazowych

zezwojów na obwodzie maszyny kąt między ich początkami wynosi $2\pi/3$. Na rys. 4.4a początki uzwojeń oznaczono krzyżykami a końce kropkami, co odpowiada strzałkowaniu prądów jak na rys. 4.4b.

Każdy z prądów fazowych wytwarza pole pulsujące w osi danego uzwojenia. Dla określenia przepływu wypadkowego można sumować przepływy poszczególnych faz. W momencie, którego dotyczy wykres prądów (rys. 4.4c) chwilowa wartość prądu I_U jest maksymalna dodatnia, a chwilowe wartości prądów I_V i I_W są ujemne i równe połowie wartości maksymalnej I_m. Wynika stąd, że przepływ Θ_U ma wartość maksymalną Θ_m i jest skierowany tak, jak to wynika ze strzałkowania prądu I_U (rys. 4.5 — wykres dla $\alpha = 0$), natomiast przepływy Θ_V i Θ_W mają wartości równe



Rys. 4.5. Sumowanie przepływów składowych uzwojenia symetrycznego trójfazowego, zasilanego prądem symetrycznym trójfazowym

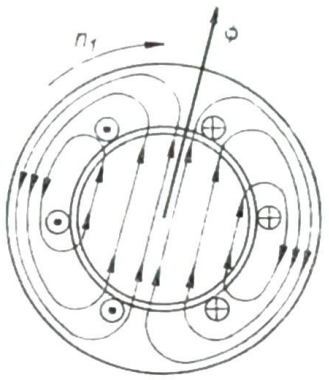
połowie Θ_m i są skierowane przeciwnie do strzałkowania prądów I_V i I_W. Suma tych przepływów składowych wynosi

$$\Theta = \frac{3}{2}\,\Theta_m \tag{4.1}$$

W kolejnych momentach, gdy $\omega t = \alpha = \pi/6$, $\omega t = \alpha = \pi/3$ itd. (rys. 4.5), otrzymuje się inne wartości chwilowe prądów, ale wartość przepływu wypadkowego jest zawsze taka sama, przy czym oś przepływu obraca się tak samo jak promienie prądów. Na rys. 4.5 przedstawiono również sinusoidalnie rozkłady przepływów faz

U, V i W dla kolejnych kątów α. Sumowanie wartości przepływów w każdym miejscu na obwodzie daje wypadkowy przepływ sinusoidalny o stałej amplitudzie, przemieszczający się wzdłuż obwodu maszyny.

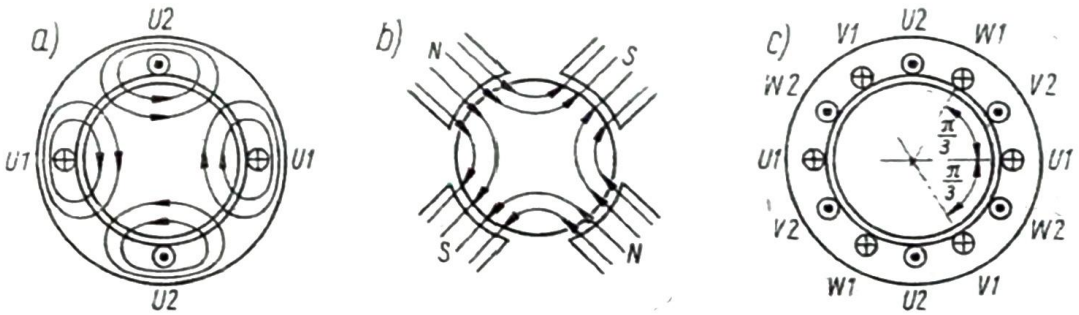
Otrzymaliśmy zatem strumień wirujący, przy czym w rozpatrywanym modelu powstało pole o jednej parze biegunów ($p = 1$), które wiruje z prędkością



Rys. 4.6. Obraz linii pola wirującego, gdy $p = 1$

równą częstotliwości napięcia sieci (rys. 4.6). W rozpatrywanym przypadku ($f = 50$ Hz) prędkość pola n_1 wynosi 50 obr/s, czyli $50 \cdot 60 = 3000$ obr/min. Prędkość tę nazywamy prędkością synchroniczną pola wirującego.

Często stosuje się maszyny o większej liczbie par biegunów p i wówczas każda faza musi być tak wykonana, aby wytwarzała pole o zadanej liczbie par biegunów. Np. gdy $p = 2$ (rys. 4.7) uzwojenie fazy U jest rozmieszczone w 4 grupach



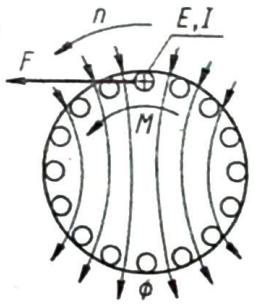
Rys. 4.7. Pole wirujące, gdy $p = 2$: a) rozmieszczenie przewodów jednej fazy; b) obraz pola o 4 biegunach; c) rozmieszczenie uzwojeń trzech faz

przewodów, co $^1/_4$ obwodu. Przewody uzwojenia muszą być tak z sobą połączone, aby prądy w kolejnych grupach płynęły w przeciwne strony. Wówczas pole magnetyczne wytworzone w szczelinie powietrznej i wirniku ma taki kształt (rys. 4.7a), jak gdyby w miejscu stojana znajdowały się wokół wirnika 4 bieguny (rys. 4.7b) o biegunowości na przemian N—S—N—S. W maszynie o p par biegunów uzwojenia są rozmieszczone co $1/p$ $2/3\pi$ (rys. 4.7c). Pole o p par biegunów wiruje p razy wolniej niż pole o jednej parze biegunów, ogólna zatem zależność prędkości synchronicznej, wyrażonej w obrotach na minutę, od częstotliwości i liczby par biegunów wyraża się wzorem

$$n_1 = \frac{60 f_1}{p} \tag{4.2}$$

4.1.3. Zasada działania silnika indukcyjnego

Jeżeli wirujące pole przecina pręty uzwojenia wirnika, to w prętach indukuje się napięcie, którego wartość zależy od wartości indukcji magnetycznej i od prędkości wirowania pola względem uzwojenia. Gdy obwód elektryczny uzwojeń wirnika jest zamknięty, to płynący prąd, współdziałając z wirującym polem, wytwarza siłę, działającą stycznie do obwodu wirnika, a zatem wytwarza także moment elektromagnetyczny, wprawiający wirnik w ruch obrotowy. Na rys. 4.8 zaznaczono kierunek napięcia i prądu w jednym pręcie, względem którego pole wiruje w lewo. Wyznaczając kierunek prądu wg reguły dotyczącej ruchu przewodnika względem pola otrzymujemy napięcie o zwrocie zaznaczonym krzyżykiem.



Rys. 4.8. Zwroty napięcia, prądu, siły i momentu w jednym pręcie wirnika silnika indukcyjnego

Jeżeli dla uproszczenia pominąć reaktancję wirnika, to prąd wirnika jest w fazie z indukowanym napięciem, a zatem siła działa w lewo, dając moment zgodny z kierunkiem wirowania pola. Momenty od poszczególnych prętów dają moment wypadkowy, który napędza wirnik w kierunku zgodnym z kierunkiem wirowania pola.

Gdyby w silniku nie występował żaden moment obciążenia, wirnik osiągnąłby prędkość równą prędkości obrotowej pola (czyli prędkość synchroniczną), gdyż dopiero wówczas linie pola nie przecinałyby prętów, a zatem nie indukowałoby się napięcie, nie płynąłby w wirniku prąd i nie działałby na wirnik żaden moment. Ale w silniku nawet nie obciążonym zawsze występują momenty, będące skutkiem tarcia w łożyskach i strat wentylacyjnych, zatem wirnik osiągnie tylko taką prędkość, przy której moment silnika jest równy momentowi obciążenia. Jest to z reguły prędkość niewiele mniejsza od prędkości synchronicznej — a zatem prędkość asynchroniczna, stąd silnik indukcyjny nazywa się często asynchronicznym. Aby silnik indukcyjny mógł ruszyć, moment obciążenia musi być mniejszy od momentu, jaki powstaje w silniku na skutek prądu płynącego w uzwojeniu wirnika.

Gdy w silniku pierścieniowym obwód wirnika zostanie rozwarty, to w wirniku nie płyną prądy i nie pojawi się moment obrotowy.

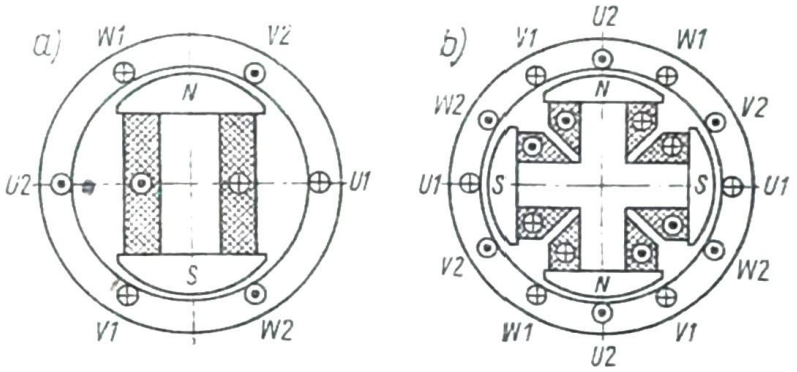
Własności ruchowe silnika indukcyjnego zostaną omówione szczegółowo w rozdz. 5.

4.1.4. Zarys budowy maszyny synchronicznej

Maszyna synchroniczna ma stojan taki sam jak silnik indukcyjny, wirnik zaś ma w większości rozwiązań postać elektromagnesu z biegunami jawnymi lub utajonymi

Uzwojenie wirnika jest zasilane prądem stałym i nosi nazwę uzwojenia wzbudzenia.

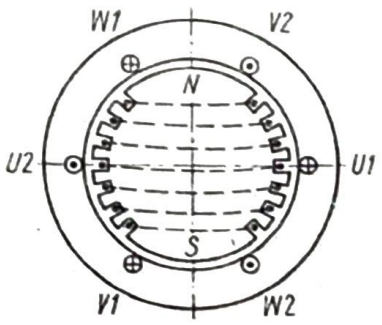
W budowie jawnobiegunowej (rys. 4.9) uzwojenie wzbudzenia ma kształt cewek, umieszczonych na wydatnych biegunach; nabiegunniki są mocowane śrubami do biegunów po nałożeniu cewek wzbudzenia. Konstrukcja ta jest stosunkowo tania, ale nie może być stosowana w maszynach o dużych prędkościach obrotowych



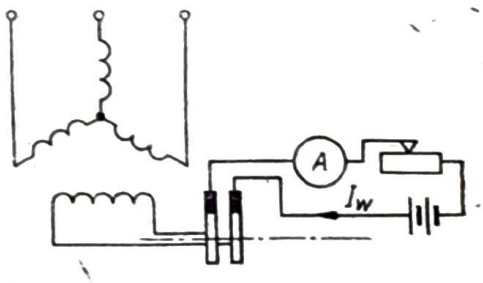
Rys. 4.9. Jawnobiegunowa konstrukcja wirnika maszyny synchronicznej: a) dwubiegunowej ($p = 1$); b) czterobiegunowej ($p = 2$)

ze względu na ograniczoną wytrzymałość mechaniczną wobec dużych sił odśrodkowych, występujących w maszynach szybkoobrotowych większych mocy. Konstrukcja jawnobiegunowa jest stosowana z reguły w silnikach oraz w wolnoobrotowych prądnicach napędzanych turbinami wodnymi (prądnice takie nazywa się hydrogeneratorami).

Wirniki maszyn synchronicznych o biegunach utajonych mają budowę cylindryczną (rys. 4.10). W stalowym korpusie wyfrezowane są żłobki, w których umieszczone jest uzwojenie wzbudzenia.



Rys. 4.10. Wirnik cylindryczny maszyny synchronicznej ($p = 1$)



Rys. 4.11. Układ maszyny synchronicznej

Wirniki takie są droższe od jawnobiegunowych, ale ze względu na dużą wytrzymałość mechaniczną są stosowane w szybkoobrotowych prądnicach, napędzanych turbinami parowymi, mających z reguły prędkość 3000 obr/min (przy $p = 1$, $f = 50$ Hz). Prądnice o wirnikach z biegunami utajonymi nazywa się turbogeneratorami.

Układ maszyny synchronicznej przedstawia rys. 4.11. Stojan jest połączony z reguły w gwiazdę, uzwojenie wzbudzenia jest przyłączone do dwóch pierścieni ślizgowych, do których przylegają szczotki, połączone ze źródłem prądu wzbudzającego oraz z elementami regulacyjnyni i pomiarowymi.

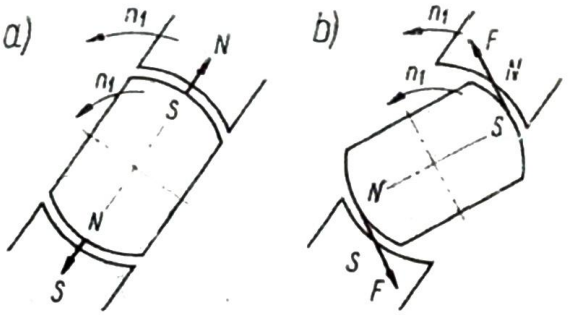
Maszyny synchroniczne mają niekiedy budowę „odwróconą", tzn. uzwojenie wzbudzenia w stojanie a trójfazowe w wirniku. Taka maszyna ma trzy pierścienie ślizgowe, podobnie jak silnik indukcyjny pierścieniowy.

4.1.5. Maszyna synchroniczna jako prądnica i jako silnik

Jeżeli wzbudzony wirnik obraca się ze stałą prędkością, to strumień magnetyczny indukuje w uzwojeniu stojana napięcie, którego przebieg zależy od rozkładu indukcji magnetycznej wzdłuż obwodu maszyny. Zwykle buduje się maszyny synchroniczne tak, by indukcja magnetyczna w szczelinie powietrznej miała przebieg w przybliżeniu sinusoidalny; wówczas można założyć, że napięcie jest również sinusoidalną funkcją czasu. Napięcia indukowane w trzech uzwojeniach, przesuniętych względem siebie jak na rys. 4.9, tworzą układ trójfazowy, a pracująca w ten sposób maszyna jest trójfazową prądnicą synchroniczną.

Przy obciążeniu prądnicy odbiornikiem trójfazowym w uzwojeniu stojana płynie prąd, który wytwarza własne pole magnetyczne. Strumień w prądnicy przy obciążeniu jest wynikiem działania przepływów wzbudzenia i obciążenia. Wartość mocy obciążenia decyduje o momencie i mocy mechanicznej, jakie trzeba zapewnić na wale, aby napędzać maszynę ze stałą prędkością.

Ta sama maszyna może być wykorzystana również jako silnik synchroniczny. Gdy włączy się do sieci obwód stojana, wówczas prąd trójfazowy tego uzwojenia wytwarza pole wirujące. Jeśli pole wytworzone przez stojan wyobrazić sobie jako działanie wirującej pary biegunów (rys. 4.12), to nie obciążony namagnesowany



Rys. 4.12. Model silnika synchronicznego: a) nieobciążonego, b) obciążonego momentem hamującym

wirnik ustawi się w osi pola stojana (rys. 4.12a) i wiruje wraz z tym polem synchronicznie (stąd nazwa — maszyna synchroniczna). Siły działające między tak przedstawionymi biegunami mają kierunki promieniowe, nie dają więc żadnego momentu obrotowego. Przy obciążeniu wirnika momentem hamującym, wirnik nieco spóźni się względem pola wirującego (rys. 4.12b), wskutek czego wystąpi moment mechaniczny, który równoważy moment obciążenia.

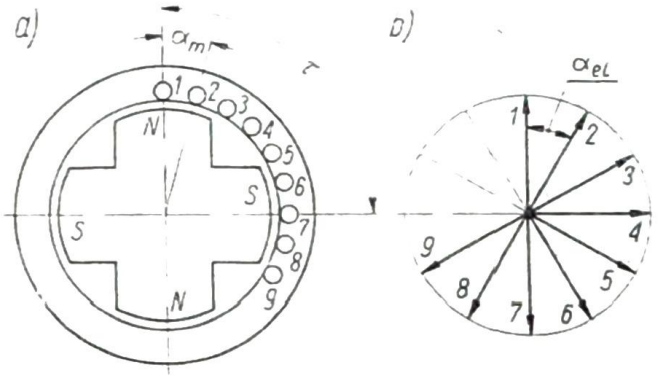
Zarówno w stanie jałowym jak i przy obciążeniu wirnik obraca się ze stałą prędkością, równą prędkości pola magnetycznego, określonej zależnością (4.2).

W rozdz. 6 będzie omówiona w sposób bardziej szczegółowy teoria i własności ruchowe prądnic i silników synchronicznych. Ogólne omówienie zasady budowy i działania maszyn indukcyjnych i synchronicznych ma za zadanie jedynie ułatwienie zrozumienia istoty budowy uzwojeń oraz zagadnień wytwarzania pola magnetycznego i indukowania napięcia w uzwojeniach tych maszyn.

4.2. ZARYS BUDOWY UZWOJEŃ PRĄDU PRZEMIENNEGO

4.2.1. Określenia podstawowe

Jeżeli występuje względny ruch pola magnetycznego i uzwojenia, to w uzwojeniu indukuje się napięcie, przy czym pole może być wytworzone przez magnesy albo przez prąd płynący w tym samym lub innym uzwojeniu. Przy założeniu, że rozkład indukcji wzdłuż obwodu maszyny jest sinusoidalny, napięcie indukowane ma też przebieg czasowy sinusoidalny, a zatem można je przedstawić w postaci promienia wirującego.



Rys. 4.13. Objaśnienie pojęcia kąta elektrycznego: a) szkic maszyny 4-biegunowej; b) wykres wskazowy napięć żłobkowych maszyny

Napięcia indukowane w prętach sąsiednich żłobków (rys. 4.13) są względem siebie przesunięte o kąt elektryczny α_{el}, który dla przedstawionego modelu o 2 parach biegunów jest dwa razy większy od kąta mechanicznego. Kątowi mechanicznemu $\pi/2$ między żłobkami 1 i 7 odpowiada kąt elektryczny π między napięciami indukowanymi w prętach tych żłobków. Można napisać ogólną zależność

$$\alpha_{el} = p\alpha_m \tag{4.3}$$

Przedstawiony na rys. 4.13b wykres napięć indukowanych w prętach poszczególnych żłobków nazywa się gwiazdą napięć żłobkowych.

Część obwodu rdzenia maszyny przypadająca na jeden biegun nazywa się podziałką biegunową τ i określa się w jednostkach długości

$$\tau = \frac{\pi D}{2p} \tag{4.4}$$

lub w liczbie żłobków na jeden biegun

$$\tau = \frac{Z}{2p} \tag{4.5}$$

Kąt mechaniczny odpowiadający podziałce biegunowej wynosi

$$\alpha_{m\tau} = \frac{2\pi}{2p} = \frac{\pi}{p} \tag{4.6}$$

czyli kąt elektryczny dla podziałki biegunowej

$$\alpha_{el\tau} = p\alpha_{m\tau} = \pi \tag{4.7}$$

Istotnie, w prętach odległych o podziałkę biegunową indukują się napięcia przesunięte w fazie o kąt π.

Rozpiętość zwoju, zwana poskokiem uzwojenia, może być równa podziałce biegunowej lub nieco mniejsza

$$y \leqslant \tau \tag{4.8}$$

Jeżeli $y = \tau$, to uzwojenie nazywa się średnicowym, jeżeli $y < \tau$, to cięciwowym lub skróconym. Nazwa ma uzasadnienie w tym, że suma wskazów napięć indukowanych w dwóch bokach zwoju jest przy $y = \tau$ równa średnicy, a przy $y < \tau$ cięciwie okręgu koła opisanego na gwieździe napięć żłobkowych (rys. 4.13b).

Dla lepszego wykorzystania miejsca uzwojenie wykonuje się w ten sposób, że do danej fazy należy kilka leżących obok siebie żłobków, a nie po jednym, jak na rys. 4.4a i 4.7c. Liczbę żłobków na biegun i fazę oznacza się literą q

$$q = \frac{Z}{2pm} \tag{4.9}$$

gdzie m — liczba faz.

Liczba żłobków na biegun i fazę jest przeważnie liczbą całkowitą. W prądnicach synchronicznych i wielobiegowych silnikach indukcyjnych stosuje się uzwojenia, w których q nie jest liczbą całkowitą; nazywa się je ułamkowymi. Przestrzeń objęta przez q żłobków danej fazy nazywa się strefą fazową.

Odległość początków sąsiednich faz wyrażona przez kąt elektryczny wynosi w uzwojeniach trójfazowych zawsze $2\pi/3$, więc kąt mechaniczny wynosi $\frac{1}{p}\frac{2}{3}\pi$. Odległość ta jest wobec tego zgodnie ze wzorem (4.6) zawsze równa $\frac{2}{3}\alpha_{m\tau}$. W m-fazowym uzwojeniu odległość początków sąsiednich faz wyrażona w kącie mechanicznym wynosi $\frac{2\pi}{pm}$, a w liczbie żłobków $\frac{Z}{pm}$.

Każdy zwój składa się z dwóch boków czynnych, umieszczonych w żłobkach oraz z połączeń czołowych. W indukowaniu napięć i wytwarzaniu momentów biorą udział tylko czynne części uzwojeń.

Grupa zwojów połączonych ze sobą szeregowo i ułożonych we wspólnej parze żłobków tworzy zezwój, zezwoje połączone ze sobą szeregowo lub równolegle tworzą uzwojenie jednej fazy.

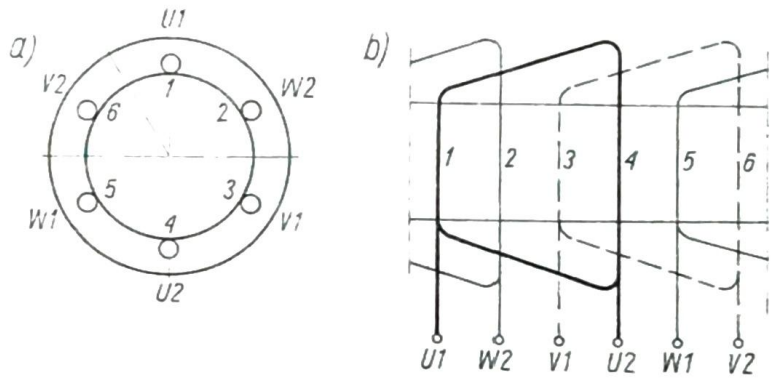
Jeżeli każdy bok zezwoju zajmuje cały żłobek, to uzwojenie jest jednowarstwowe, jeżeli bok zezwoju zajmuje tylko połowę żłobka, a drugą połowę wypełnia bok innego zezwoju, to uzwojenie takie jest dwuwarstwowe.

Ze względu na sposób ułożenia połączeń czołowych uzwojenia jednowarstwowe mogą być dwupiętrowe, trójpiętrowe (ułożone w dwóch lub trzech płaszczyznach) albo o zezwojach jednakowo rozłożonych w przestrzeni czołowej — obecnie najczęściej stosowane jako tzw. uzwojenia wzornikowe.

4.2.2. Uzwojenia trójfazowe

Zasadę rysowania schematów uzwojeń ilustruje rys. 4.14 na przykładzie najprostszego uzwojenia trójfazowego ($m = 3$) o jednej parze biegunów ($p = 1$).

Uzwojenie jest ułożone w 6 żłobkach, tworząc trzy fazy. Schemat rozwinięty uzwojenia (rys. 4.14b) przedstawia poszczególne boki zezwojów umieszczone w żłobkach oraz ich połączenia czołowe.



Rys. 4.14. Zasada rysowania rozwiniętych schematów uzwojeń: a) model maszyny; b) schemat uzwojenia

Ze względu na ogromną różnorodność rodzajów i wykonań uzwojeń zostaną przedstawione tylko niektóre z nich, najbardziej typowe i najczęściej stosowane. Dla ułatwienia porównania poszczególnych typów uzwojeń przyjęto te same dane wyjściowe.

Przykład 4.1

1. Uzwojenie o danych: $\dot{Z} = 24$, $p = 2$, $m = 3$, jednowarstwowe, dwupiętrowe.

Liczba żłobków na biegun i fazę

$$q = \frac{\dot{Z}}{2pm} = \frac{24}{2 \cdot 2 \cdot 3} = 2$$

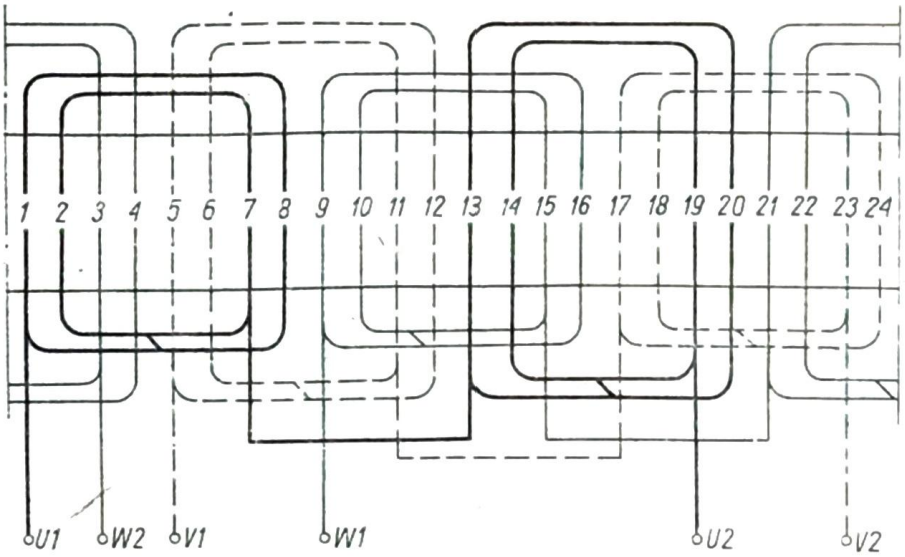
Podziałka biegunowa

$$\tau = \frac{\dot{Z}}{2p} = \frac{24}{2 \cdot 2} = 6$$

Schemat rozwinięty uzwojenia przedstawia rys. 4.15. Połączenia poszczególnych zezwojów są wykonane wg zasady, że prąd płynący od początku do końca danej fazy musi dawać w kolejnych strefach fazowych tej fazy przeciwne przepływy (por. rys. 4.7a). Uzwojenie to jest średnicowe, mimo że poszczególne zezwoje mają rozpiętość większą lub mniejszą niż podziałka biegunowa.

2. Uzwojenia o danych jak w p. 1, o symetrycznie wyprowadzonych końcach (rys. 4.16).

Symetryczne wyprowadzenie końców jest wskazane w wirnikach w celu równomiernego rozłożenia mas wirujących na całym obwodzie. W stojanach wyprowadza się końce tak, by odległość do tabliczki zaciskowej była najkrótsza.



Rys. 4.15. Uzwojenie jednowarstwowe dwupiętrowe, $Ż = 24$, $p = 2$, $m = 3$

3. Uzwojenie jw. jednowarstwowe, wzornikowe, o jednakowych zezwojach. Grupy zezwojów danej fazy są ułożone obok siebie (rys. 4.17).

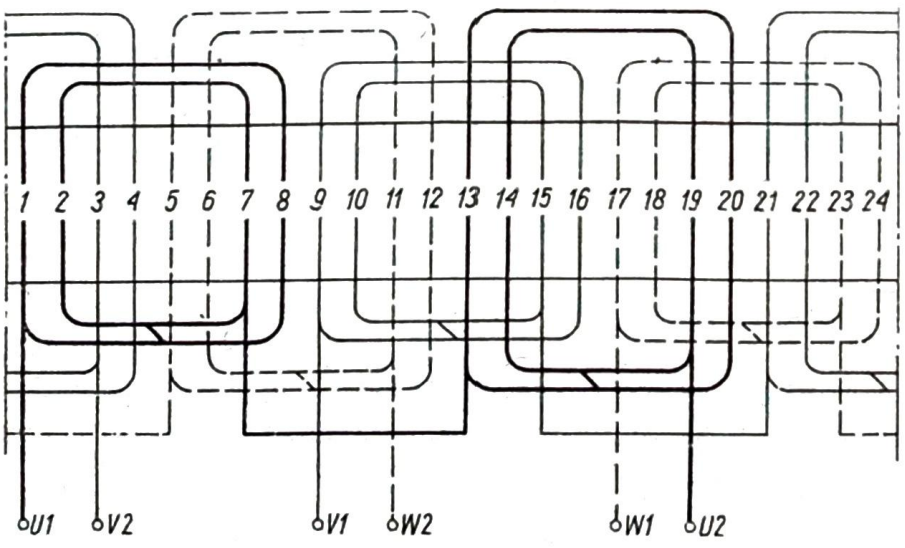
4. Uzwojenie jw. jednowarstwowe, wzornikowe, o grupach dzielonych, tzw. koszykowe (rys. 4.18).

5. Uzwojenie jw. dwuwarstwowe, średnicowe, ($y = \tau = 6$), pętlicowe (rys. 4.19). W każdym żłobku znajdują się po dwa boki należące do różnych zezwojów, ale do tej samej fazy.

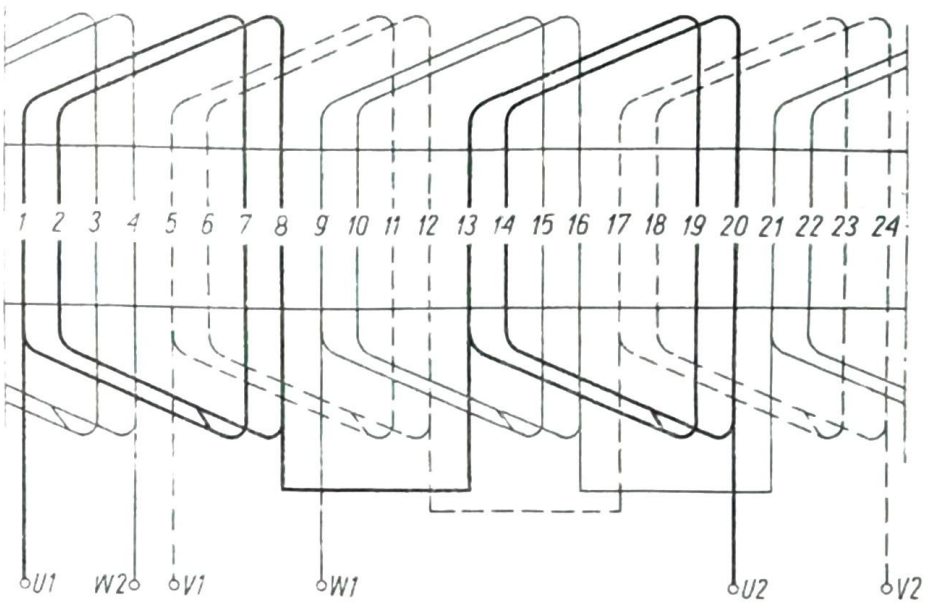
6. Uzwojenie jw. dwuwarstwowe, cięciwowe, ($y = 5$), pętlicowe (rys. 4.20). W każdej strefie fazowej są żłobki z bokami należącymi do różnych faz. Boki te muszą być od siebie dobrze odizolowane.

7. Uzwojenie jw. dwuwarstwowe, średnicowe, faliste (rys. 4.21).

W schemacie przyjęto, że z pary boków, leżących we wspólnym żłobku, lewy bok leży u spodu, a prawy na wierzchu żłobka. Charakterystyczne są w dwóch miejscach każdej fazy krótsze poskoki (n) i w jednym miejscu przejście z dolnej warstwy jednego żłobka do dolnej warstwy innego żłobka (m).



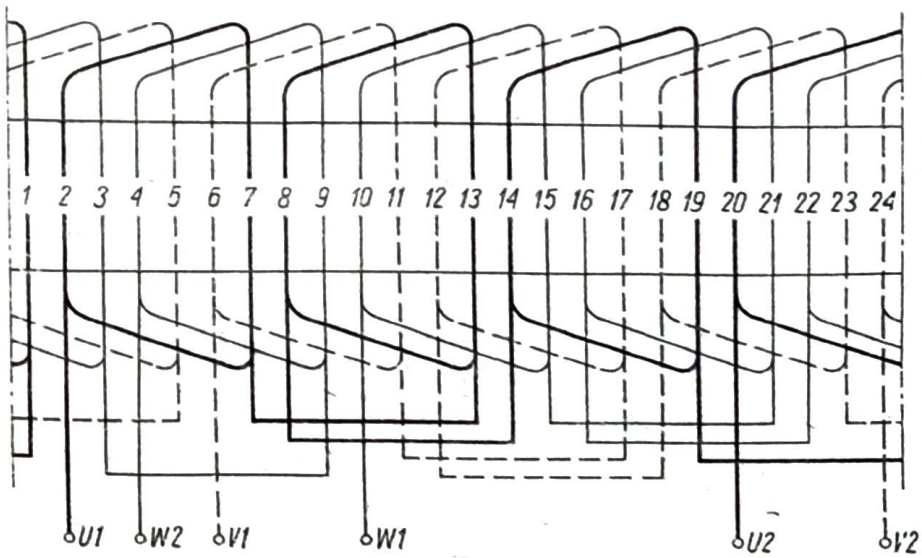
Rys. 4.16. Uzwojenie jednowarstwowe dwupiętrowe z końcami wyprowadzonymi symetrycznie, $Ż = 24$, $p = 2$, $m = 3$



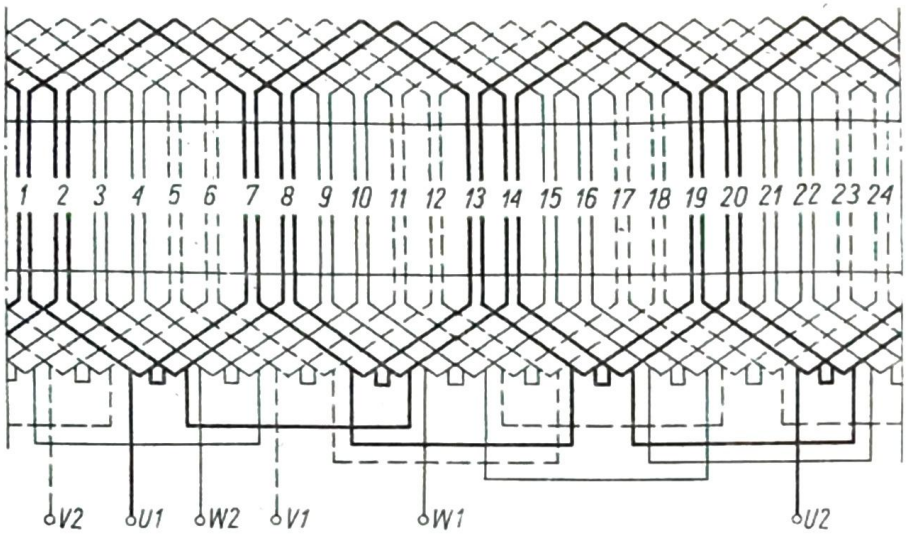
Rys. 4.17. Uzwojenie jednowarstwowe wzornikowe o jednakowych zezwojach, $Ż = 24$ $p = 2$, $m = 3$

Idąc od zacisku $U1$ przechodzi się falistym uzwojeniem w prawo aż do elemen tu m po czym obieg uzwojenia zmienia się na przeciwny, jednak nadal w każdej strefie fazowej zachowany jest ten sam kierunek przepływu prądu. W sąsiednich strefach prąd ma kierunek przeciwny, jak to zaznaczono dla fazy $U1$-$U2$.

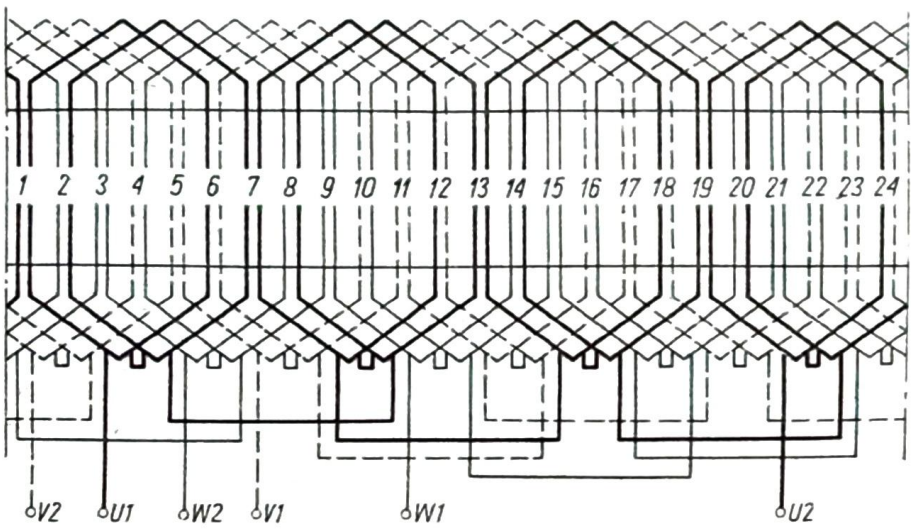
Takie uzwojenie faliste wykonuje się zwykle w wirnikach silników indukcyjnych pierścieniowych jako uzwojenie prętowe, gdzie elementem uzwojenia składającym się z jednego boku i dwóch prostych odcinków połączeń czołowych jest odpowiednio ukształtowany izolowany pręt o przekroju prostokątnym. Pręty te są po ułożeniu w żłobkach lutowane na końcach. Przejścia (m) z dolnej do dolnej warstwy w każdej fazie, wyprowadzenia końców $U1$, $V1$ i $W1$ do pierścieni i obwód zwierający końce $U2$, $V2$ i $W2$ muszą być rozmieszczone na obwodzie symetrycznie w celu równego rozłożenia masy.



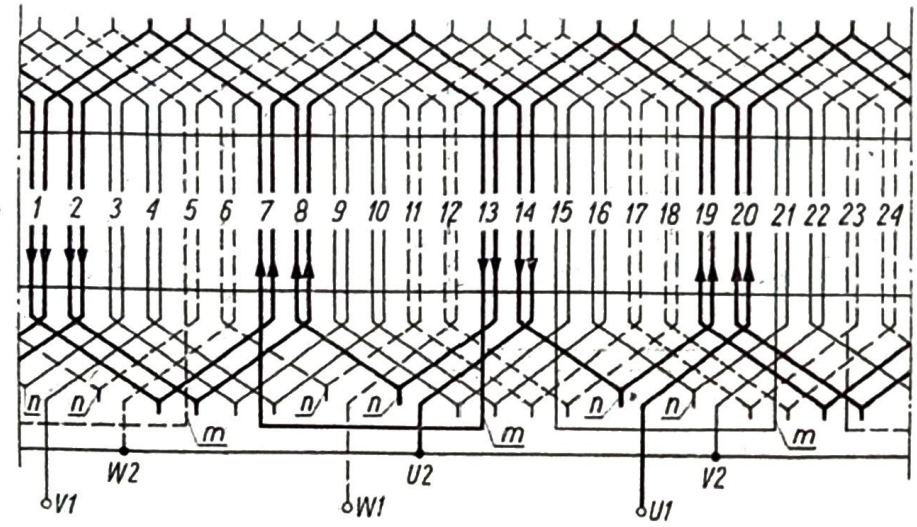
Rys. 4.18. Uzwojenie jednowarstwowe wzornikowe o grupach dzielonych, $Ż = 24$, $p = 2$, $m = 3$



Rys. 4.19. Uzwojenie dwuwarstwowe pętlicowe średnicowe, $Ż = 24$, $p = 2$, $m = 3$



Rys. 4.20. Uzwojenie dwuwarstwowe pętlicowe cięciwowe, $Ż = 24$, $p = 2$, $m = 3$

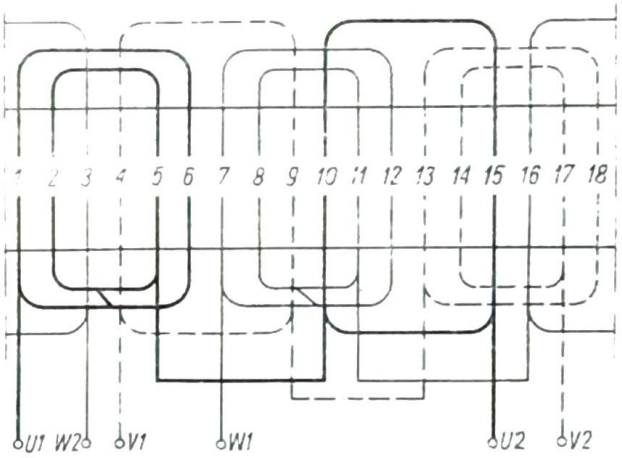


Rys. 4.21. Uzwojenie dwuwarstwowe średnicowe faliste, $Ż = 24$, $p = 2$, $m = 3$

Przykład 4.2

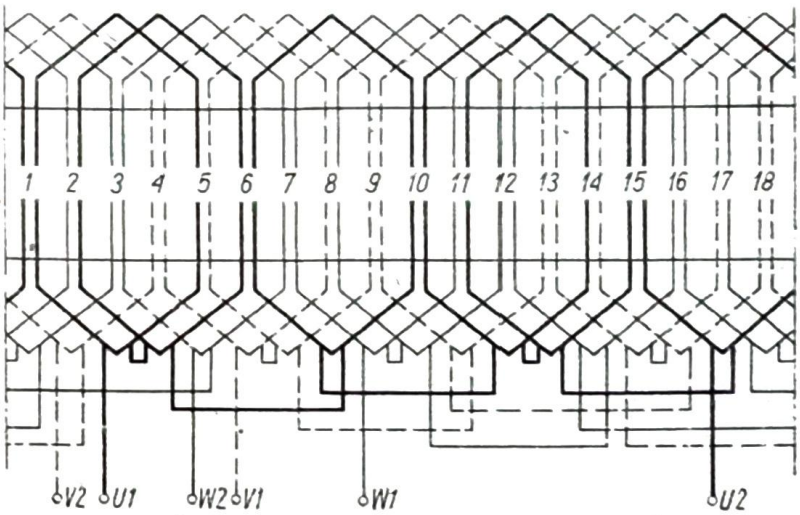
1. Uzwojenie o danych: $\dot{Z} = 18$, $p = 2$, $m = 3$, jednowarstwowe. Liczba żłobków na biegun i fazę

$$q = \frac{\dot{Z}}{2pm} = \frac{18}{2 \cdot 2 \cdot 3} = 1\frac{1}{2}$$



Rys. 4.22. Uzwojenie jednowarstwowe ułamkowe $\dot{Z}=18, p=2, m=3$

Jest to zatem uzwojenie ułamkowe (rys. 4.22). W każdej fazie są dwie strefy fazowe, zawierające po dwa żłobki i dwie strefy po jednym żłobku, średnio więc mamy po półtora żłobka na biegun i fazę.

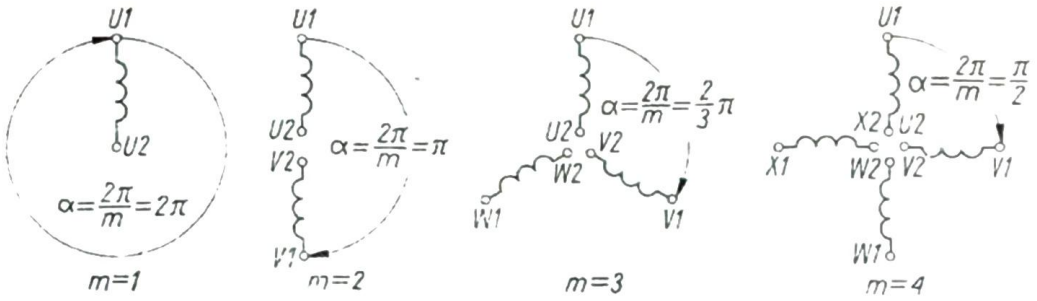


Rys. 4.23. Uzwojenie dwuwarstwowe ułamkowe, $\dot{Z} = 18$, $p = 2$, $m = 3$

2. Uzwojenie jw. dwuwarstwowe (rys. 4.23). W każdej strefie fazowej do danej fazy należy po półtora żłobka.

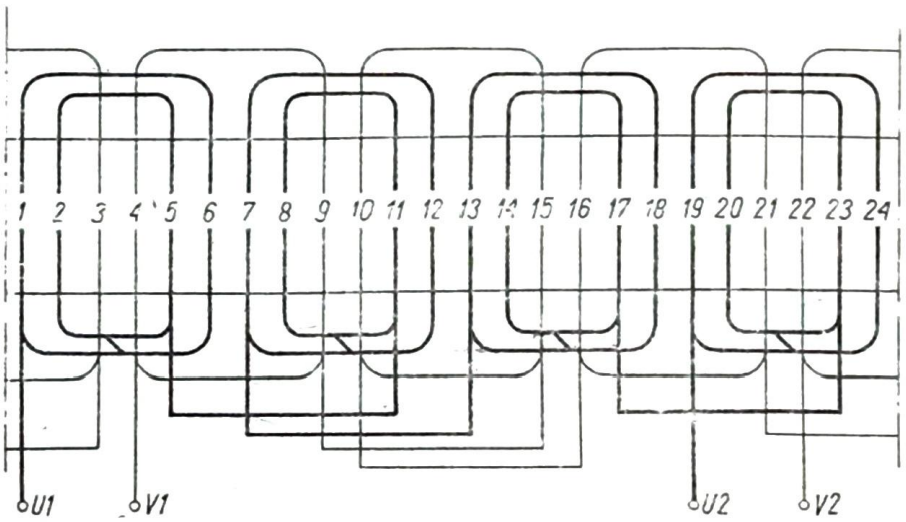
4.2.3. Uzwojenia dwufazowe i jednofazowe

W silnikach o uzwojeniach dwufazowych fazy są przesunięte względem siebie o kąt elektryczny $\pi/2$. Jeśli ogólnie przyjąć, że w uzwojeniu m-fazowym poszczególne fazy są względem siebie przesunięte o kąt elektryczny $\frac{2\pi}{m}$ (rys. 4.24), to uzwojenie silnika dwufazowego okazuje się fragmentem uzwojenia czterofazowego. Obie fazy uzwojenia dwufazowego często różnią się między sobą liczbą zwojów, przekrojem drutu nawojowego i sposobem ułożenia uzwojenia.



Rys. 4.24. Kąty przesunięcia fazowego uzwojeń o różnej liczbie faz

W silnikach indukcyjnych mających uzwojenie dwufazowe wyróżnia się zwykle fazę główną, która zajmuje ok. $^2/_3$ liczby wszystkich żłobków i fazę pomocniczą[1]. Przykład uzwojenia dwufazowego jednowarstwowego przedstawia rys. 4.25. Uzwojenia dwufazowe mogą być też wykonane jako dwuwarstwowe.



Rys. 4.25. Uzwojenie dwufazowe jednowarstwowe, $Z=24$, $p=2$

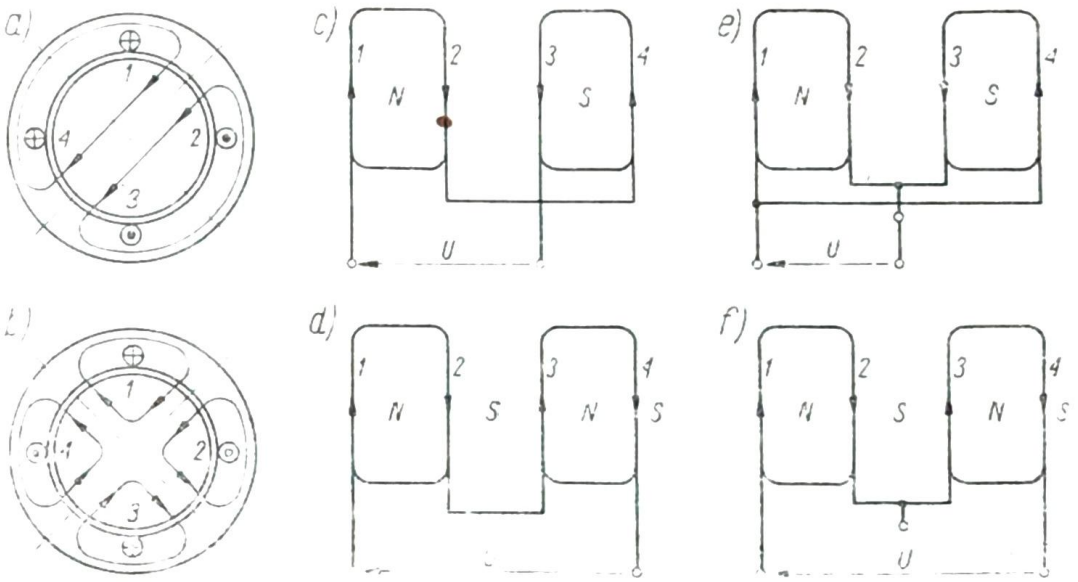
Niektóre silniki mają tylko jedno uzwojenie (np. silniki repulsyjne ze żłobkowym stojanem). Zajmuje ono ok. $^2/_3$ liczby wszystkich żłobków, pozostałe są puste. Nawijanie wszystkich żłobków nie jest uzasadnione z ekonomicznego punktu widzenia, gdyż przy znacznie zwiększonym koszcie uzwojenia moc silnika wzrosłaby minimalnie.

4.2.4. Zasada zmiany liczby par biegunów uzwojenia

W silnikach indukcyjnych wielobiegowych stosuje się takie uzwojenia, w których zmiana układu połączeń grup zezwojów daje zmianę liczby par biegunów, a więc i zmianę prędkości pola wirującego. Zasadę przełączania uzwojenia dla otrzymania liczby par biegunów $p=1$ i $p=2$ ilustruje rys. 4.26.

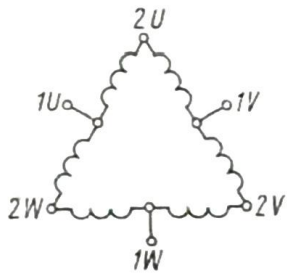
Aby otrzymać jedną lub dwie pary biegunów (rys. 4.26a i b), należy zmienić kierunek prądu w dwóch grupach zezwojów, reprezentowanych tu przez boki *3* i *4*. Można tego dokonać przez zmianę sposobu połączenia zezwoju zawierającego boki

[1] Wg normy PN-73/E-01111 końce uzwojenia fazy pomocniczej oznacza się symbolami *Z1 Z2* ew. *R1 R2*.



Rys. 4.26. Zmiana liczby par biegunów: a, c, e) $p = 1$, b, d, f) $p = 2$

3 i *4* przy zachowaniu połączenia szeregowego obu zezwojów (rys. 4.26c i d) lub przez szeregowy albo równoległy układ połączeń tych zezwojów (rys. 4.26e i f). Drugi z wymienionych sposobów stosuje się często w silnikach, w których uzwojenia połączone są w podwójną gwiazdę na większą prędkość i w trójkąt — na prędkość mniejszą. Uzwojenie jest stale połączone w trójkąt z wyprowadzonymi środkami



Rys. 4.27. Układ podwójna gwiazda—trójkąt do zmiany liczby par biegunów wg zasady przedstawionej na rys. 4.2e i f

każdej fazy (rys. 4.27). Przy połączeniu w podwójną gwiazdę zasila się uzwojenie w punktach $1U$, $1V$, $1W$, a zwiera punkty $2U$, $2V$, $2W$. Przy połączeniu w trójkąt zasila się zaciski $2U$, $2V$, $2W$ przy rozwartych zaciskach $1U$, $1V$, $1W$. Uzwojenie o takim układzie oznacza się symbolem ⅄/Δ.

Przedstawiona zasada przełączania uzwojeń umożliwia zmianę liczby par biegunów w stosunku 1 : 2. Możliwe jest również takie wykonanie uzwojeń, że zmianę liczby par biegunów określają stosunki 2 : 3, 2 : 5 i inne.

4.3. NAPIĘCIE INDUKOWANE W UZWOJENIU; POLE MAGNETYCZNE

4.3.1. Napięcie indukowane przez pole sinusoidalne

Pole magnetyczne wirujące względem prętów uzwojenia indukuje w nich napięcia, których zwrot i wartość chwilową można określić z kierunku prędkości oraz wartości indukcji magnetycznej w tym miejscu, gdzie w danej chwili znajduje się pręt. Jeżeli

założymy sinusoidalny rozkład indukcji magnetycznej, to przy stałej prędkości obrotowej pola względem uzwojenia, przebieg czasowy napięcia jest też sinusoidalny. Maksymalna wartość napięcia indukowanego w pręcie

$$E_{max} = Blv \tag{4.10}$$

gdzie: B — indukcja maksymalna, l — długość czynna pręta, v — prędkość pręta względem pola.

Częstotliwość napięcia w pręcie przy $p = 1$

$$f = \frac{n}{60} \tag{4.11}$$

gdzie n — prędkość obrotowa, obr/min.

W przypadku p par biegunów otrzymamy w ciągu każdego obrotu, p sinusoid napięcia, częstotliwość zatem określić można ogólną zależnością

$$f = \frac{pn}{60} \tag{4.12}$$

Wyrażając prędkość obwodową v przez prędkość obrotową

$$v = \frac{\pi D n}{60} \tag{4.13}$$

oraz strumień pod jednym biegunem

$$\Phi = B_{śr} l\tau = \frac{2}{\pi} Bl \frac{\pi D}{2p} = \frac{BlD}{p} \tag{4.14}$$

można napisać, że maksymalne napięcie w pręcie wynosi

$$E_{max} = Bl \frac{\pi D n}{60} = \Phi p \frac{\pi n}{60} = \pi f \Phi \tag{4.15}$$

Napięcie jednego zwoju uzwojenia średnicowego jest różnicą dwóch napięć przesuniętych w fazie o kąt π, a więc jest algebraiczną sumą tych napięć

$$E_{zw\,max} = 2E_{max} = 2\pi f \Phi \tag{4.16}$$

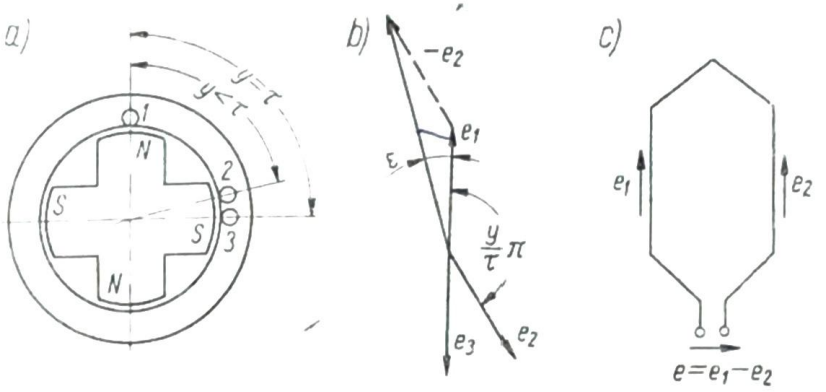
Napięcie jednego zezwoju o liczbie zwojów z wyraża się zatem zależnością

$$E_{z\,max} = zE_{zw\,max} = 2\pi f \Phi z \tag{4.17}$$

a wartość skuteczna tego napięcia wynosi

$$E_z = \frac{1}{\sqrt{2}} E_{z\,max} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f \Phi z = 4{,}44 f \Phi z \tag{4.18}$$

Otrzymaliśmy zatem tę samą zależność, która obowiązuje w transformatorze, gdzie mamy do czynienia z uzwojeniem skupionym, a więc gdzie wszystkie napięcia poszczególnych zwojów są ze sobą w fazie. Rozpatrując umieszczone w żłobkach uzwojenie maszyn, trzeba jednak zwrócić uwagę na to, że uzwojenie



Rys. 4.28. Rysunek pomocniczy do określenia współczynnika skrótu k_s: a) model maszyny, b) geometryczne sumowanie napięć; c) strzałkowanie napięć w zwoju

to może być cięciwowe oraz że zwykle liczba żłobków przypadająca na biegun i fazę jest większa od jedności.

Jeżeli uzwojenie jest cięciwowe, to suma geometryczna napięć indukowanych w prętach należących do tego samego zwoju jest mniejsza od sumy algebraicznej tych napięć (rys. 4.28). Stosunek sumy geometrycznej do sumy algebraicznej napięć indukowanych w dwóch bokach zwoju nazywa się współczynnikiem skrótu

$$k_s = \frac{e}{2e_1} = \frac{2e_1 \cos\varepsilon}{2e_1} = \cos\varepsilon \tag{4.19}$$

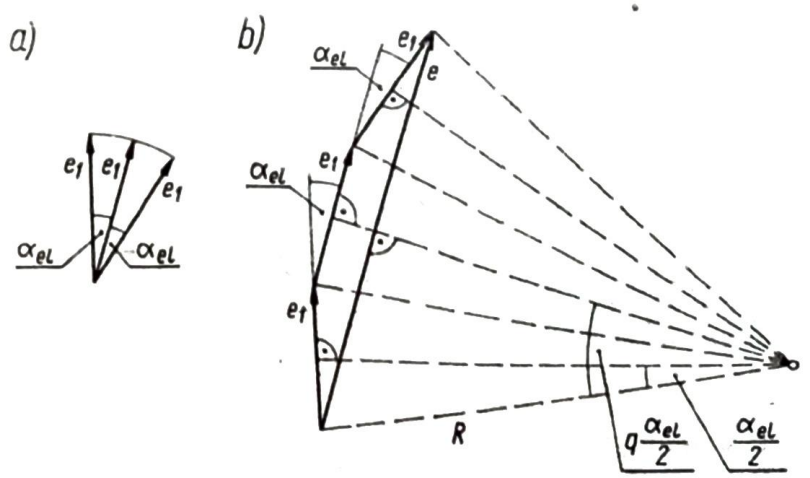
gdzie

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\left(\pi - \frac{y}{\tau}\pi\right) = \frac{\pi}{2} - \frac{y}{\tau}\frac{\pi}{2}$$

zatem

$$k_s = \sin\left(\frac{y}{\tau}\frac{\pi}{2}\right) \tag{4.20}$$

Jeżeli uzwojenie ma q żłobków na biegun i fazę, to napięcia indukowane w prętach sąsiednich żłobków należących do tej samej fazy są przesunięte względem siebie o kąt elektryczny $\alpha_{el} = p\alpha_m$ (rys. 4.29a), gdzie α_m jest kątem mechanicznym między tymi żłobkami.



Rys. 4.29. Rysunek pomocniczy do określenia współczynnika grupy k_g; a) napięcia indukowane w prętach sąsiednich żłobków; b) geometryczne sumowanie napięć

Geometryczna suma napięć indukowanych w całej strefie fazowej jest mniejsza od ich sumy algebraicznej (rys. 4.29b). Stosunek sumy geometrycznej do sumy algebraicznej napięć indukowanych w q sąsiednich prętach nazywa się współczynnikiem grupy

$$k_g = \frac{e}{q e_1} \tag{4.21}$$

Dla dowolnego q (całkowitego) można napisać

$$e_1 = 2R \sin \frac{\alpha_{el}}{2}; \qquad e = 2R \sin q \frac{\alpha_{el}}{2}$$

a zatem

$$k_g = \frac{\sin q \frac{\alpha_{el}}{2}}{q \sin \frac{\alpha_{el}}{2}} \tag{4.22}$$

Współczynnik uzwojenia jest iloczynem współczynnika grupy i współczynnika skrótu

$$k_u = k_g k_s \tag{4.23}$$

Jeżeli uzwojenie ma z zwojów w zezwoju, q żłobków na biegun i fazę oraz p par biegunów, to całkowita liczba połączonych szeregowo zwojów na fazę wynosi w uzwojeniu jednowarstwowym

$$w = zqp \tag{4.24}$$

a w dwuwarstwowym

$$w = 2zqp \tag{4.25}$$

Niekiedy uzwojenie ma a gałęzi równoległych, wówczas liczba zwojów na fazę, mająca czynny udział w indukowaniu napięcia, wynosi w uzwojeniu jednowarstwowym

$$w = \frac{1}{a} zqp \tag{4.26}$$

a w dwuwarstwowym

$$w = \frac{1}{a} 2zqp \tag{4.27}$$

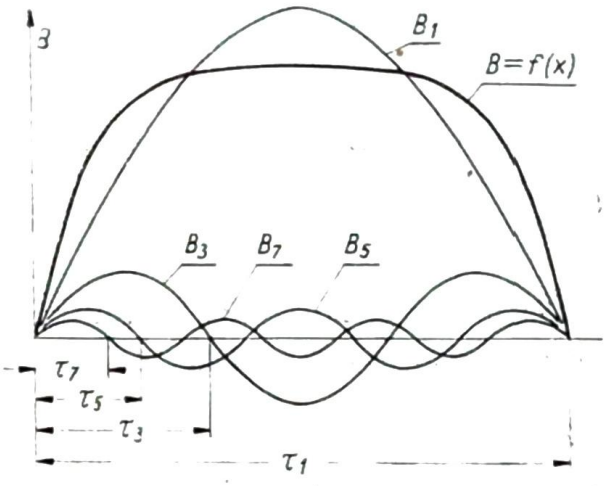
Uwzględniając skrócenie poskoku i rozłożenie uzwojenia, można określić wartość skuteczną indukowanego napięcia wzorem

$$E = 4{,}44 f \Phi w k_u \tag{4.28}$$

Do uzwojenia o ułamkowej liczbie żłobków na biegun i fazę nie można stosować zależności (4.20) i (4.22), lecz należy obliczać współczynnik uzwojenia przez geometryczne dodawanie napięć boków należących do jednej fazy.

4.3.2. Wyższe harmoniczne napięć indukowanych

Często w maszynach elektrycznych występuje pole magnetyczne o niesinusoidalnym przebiegu krzywej indukcji magnetycznej. Przebieg taki można rozłożyć na przebiegi harmoniczne sinusoidalne. Ponieważ krzywa indukcji magnetycznej określa się funkcją nieparzystą oraz wykazuje cechę symetrii względem największej rzędnej (rys. 4.30), występują jedynie harmoniczne funkcje sinusoidalne, których rząd jest określony szeregiem naturalnych liczb nieparzystych.



Rys. 4.30. Krzywa indukcji magnetycznej i jej składowe harmoniczne

Wszystkie harmoniczne pola wirują względem uzwojenia z tą samą prędkością kątową. Ponieważ pola wyższych harmonicznych mają ν razy więcej biegunów, więc indukują w uzwojeniu napięcie o częstotliwości ν razy większej od częstotliwości napięcia pierwszej harmonicznej

$$f_\nu = \nu f_1 \tag{4.29}$$

Podziałka biegunowa τ_ν jest ν razy mniejsza od podziałki biegunowej τ dla pola pierwszej harmonicznej

$$\tau_\nu = \frac{\tau}{\nu} \tag{4.30}$$

Kąt elektryczny jest $p\nu$ razy większy od kąta mechanicznego, a więc każdy kąt elektryczny jest dla ν-tej harmonicznej ν razy większy od odpowiedniego kąta elektrycznego pierwszej harmonicznej

$$\alpha_{el\nu} = \nu\alpha_{el} \tag{4.31}$$

Współczynnik uzwojenia ν-tej harmonicznej wyraża się wzorem

$$k_{u\nu} = k_{g\nu} k_{s\nu} \tag{4.32}$$

gdzie współczynnik grupy

$$k_{g\nu} = \frac{\sin q\nu \dfrac{\alpha_{el}}{2}}{q \sin \nu \dfrac{\alpha_{el}}{2}} \tag{4.33}$$

a współczynnik skrótu

$$k_{sv} = \sin\left(\frac{y}{\tau_v}\frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(v\frac{y}{\tau}\frac{\pi}{2}\right) \tag{4.34}$$

Wartość maksymalna strumienia odpowiedniej harmonicznej na jeden biegun tej harmonicznej wynosi

$$\Phi_v = \frac{2}{\pi}\tau_v l B_v = \frac{2}{\pi}\frac{\tau}{v} l B_v \tag{4.35}$$

Wartość skuteczną napięcia v-tej harmonicznej określa zależność

$$E_v = 4{,}44 f_v \Phi_v w k_{uv} \tag{4.36}$$

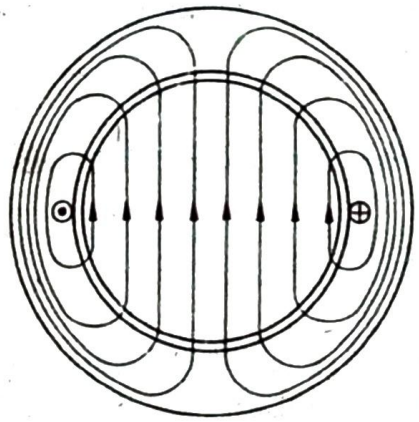
a wartość skuteczna napięcia indukowanego w jednej fazie uzwojenia

$$E = \sqrt{\sum_{v=1}^{\infty} E_v^2} = \sqrt{E_1^2 + E_3^2 + E_5^2 + \ldots} \tag{4.37}$$

W uproszczonych rozważaniach pomija się wyższe harmoniczne napięć, zakładając tym samym sinusoidalny rozkład indukcji magnetycznej.

4.3.3. Przepływ jednej fazy uzwojenia

Prąd płynący przez uzwojenie maszyny wytwarza pole magnetyczne, zamykające się przez obwód magnetyczny stojana i wirnika. Rozpatrzymy najpierw pole wytworzone przez jedną fazę uzwojenia, zasilaną prądem przemiennym.



Rys. 4.31. Obraz pola magnetycznego, wytworzonego przez prąd jednego zezwoju

Gdyby uzwojenie miało postać jednego tylko zezwoju umieszczonego średnicowo, to pole magnetyczne byłoby rozłożone jak na rys. 4.31. Strumień dowolnie wybranej strugi pola wyraża się zależnością

$$\Phi_t = \frac{i_t z}{R_m} \tag{4.38}$$

Reluktancja R_m obejmuje dla każdej drogi strumienia reluktancję dwóch szczelin powietrznych oraz rdzeni stojana i wirnika

$$R_m = 2\frac{\delta}{\mu_0 q_\delta} + \frac{l_1}{\mu_0 \mu q_1} + \frac{l_2}{\mu_0 \mu q_2} \tag{4.39}$$

gdzie: δ, l_1, l_2 — długości szczeliny oraz drogi strumienia przez rdzenie stojana i wirnika; q_δ, q_1, q_2 — przekroje szczeliny oraz rdzeni stojana i wirnika dla danej strugi strumienia.

Reluktancję stali można pominąć, gdyż jest ona zwykle wielokrotnie mniejsza od reluktancji szczeliny powietrznej. Wobec tego strumień wyraża się związkiem

$$\Phi_t = \frac{i_t z}{2\delta} \mu_0 q_\delta \tag{4.40}$$

a indukcja magnetyczna

$$B_t = \frac{\Phi_t}{q_\delta} = \frac{i_t z}{2} \frac{\mu_0}{\delta} \tag{4.41}$$

Przy sinusoidalnej zmienności prądu i_t indukcja B_t też zmienia się sinusoidalnie, a jej wartość maksymalna wynosi

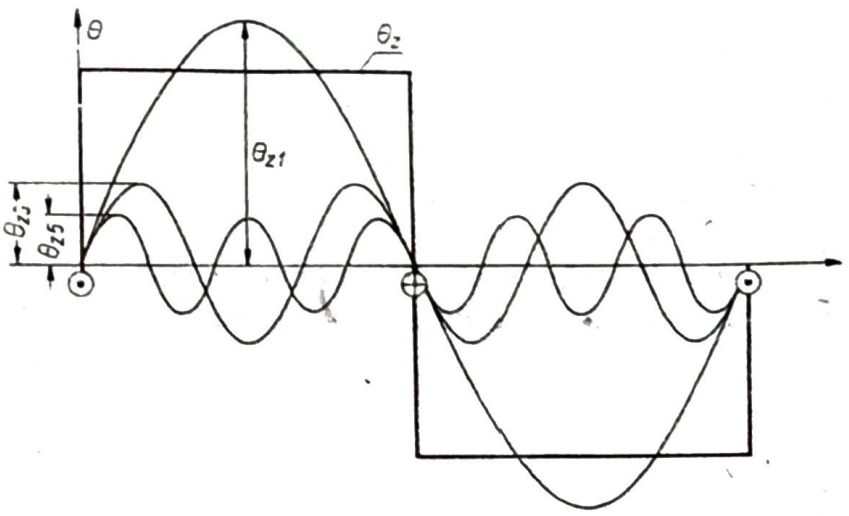
$$B = \frac{\sqrt{2} I z}{2} \frac{\mu_0}{\delta} = \Theta_z \frac{\mu_0}{\delta} = \Theta_z \lambda_\delta \tag{4.42}$$

gdzie: Θ_z — przepływ maksymalny jednego zezwoju potrzebny do wytworzenia indukcji B w jednej szczelinie magnetycznej; λ_δ — permeancja jednostkowa szczeliny powietrznej (odpowiadająca $q_\delta = 1$).

Przepływ Θ_z, określony zależnością

$$\Theta_z = \frac{\sqrt{2} I z}{2} \tag{4.43}$$

jest stały wzdłuż całego obwodu rdzenia maszyny, a jedynie zmienia znak w punktach, gdzie znajdują się boki zezwoju (rys. 4.32). Ten prostokątny przebieg przepływu



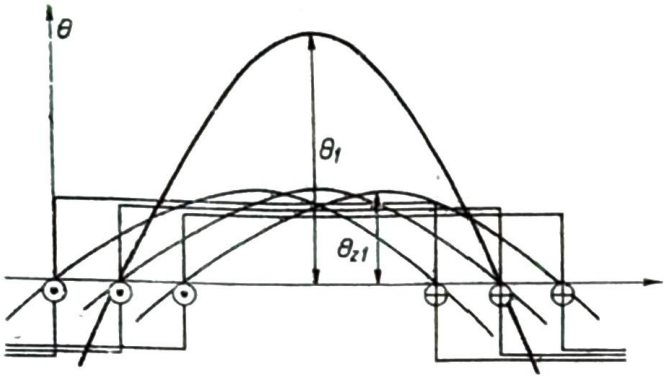
Rys. 4.32. Przebieg przepływu Θ_z wzdłuż obwodu rdzenia maszyny i jego rozkład na harmoniczne

można rozłożyć na harmoniczne, przy czym pierwsza harmoniczna (czyli fala podstawowa) ma amplitudę $4/\pi$ razy większą od wysokości krzywej prostokątnej

$$\Theta_{z1} = \frac{4}{\pi}\frac{\sqrt{2}Iz}{2} \tag{4.44}$$

a amplituda ν-tej harmonicznej jest ν razy mniejsza

$$\Theta_{z\nu} = \frac{4}{\pi}\frac{1}{\nu}\frac{\sqrt{2}Iz}{2} \tag{4.45}$$



Rys. 4.33. Suma przepływów q zezwojów

Jeżeli uzwojenie składa się z zezwojów ułożonych średnicowo, to przepływ maksymalny będzie ich algebraiczną sumą, pomnożoną przez współczynnik grupy (rys. 4.33)

$$\Theta_1 = \frac{4}{\pi}\frac{\sqrt{2}Iz}{2}qk_{g1} \tag{4.46}$$

$$\Theta_\nu = \frac{4}{\pi}\frac{1}{\nu}\frac{\sqrt{2}Iz}{2}qk_{g\nu} \tag{4.47}$$

Jeżeli uzwojenie ma poskok skrócony, to otrzymujemy ogólną zależność

$$\Theta_1 = \frac{4}{\pi}\frac{\sqrt{2}}{2}Izqk_{u1} \tag{4.48}$$

$$\Theta_\nu = \frac{4}{\pi}\frac{1}{\nu}\frac{\sqrt{2}}{2}Izqk_{u\nu} \tag{4.49}$$

Liczba zwojów w jednym zezwoju, pomnożona przez liczbę żłobków na biegun i fazę q oraz przez liczbę par biegunów stanowi całkowitą liczbę zwojów jednej fazy

$$zqp = w \tag{4.50}$$

zatem, podstawiając

$$zq = \frac{w}{p} \tag{4.51}$$

otrzymujemy ostatecznie wyrażenie na przepływ jednej fazy dla harmonicznej podstawowej

$$\Theta_1 = 0{,}9I \frac{w}{p} k_{u1} \tag{4.52}$$

oraz dla harmonicznych wyższych

$$\Theta_\nu = \frac{1}{\nu} 0{,}9I \frac{w}{p} k_{u\nu} \tag{4.53}$$

Otrzymany w ten sposób przepływ uzwojenia jednej fazy został poprzednio przedstawiony na rys. 4.5 jako przepływ sinusoidalnie rozłożony na obwodzie dla każdej fazy. Graficzne sumowanie tych przepływów zmieniających się sinusoidalnie w funkcji czasu i sinusoidalnie wzdłuż obwodu rdzenia maszyny dało dla trójfazowego uzwojenia zasilanego trójfazowym symetrycznym prądem wirujące pole magnetyczne. Mając określone wyrażenie na przepływ podstawowej i wyższych harmonicznych, można analitycznie określić przebiegi przestrzenno-czasowe pól dla różnych rodzajów uzwojeń.

4.3.4. Przepływ uzwojenia trójfazowego

Przepływ wypadkowy uzwojenia trójfazowego można określić, sumując przepływ każdej fazy z uwzględnieniem przesunięcia w czasie prądów poszczególnych faz oraz przesunięcia względem siebie poszczególnych uzwojeń.

Przyjmując początek układu współrzędnych w osi fazy U można wyrazić przepływy Θ_U, Θ_V i Θ_W dla podstawowej harmonicznej w dowolnym punkcie maszyny jako funkcję czasu i współrzędnej x

$$\Theta_U(x, t) = 0{,}9 \frac{w}{p} k_{u1} I \sin \omega t \cos \frac{\pi}{\tau} x \tag{4.54}$$

$$\Theta_V(x, t) = 0{,}9 \frac{w}{p} k_{u1} I \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x - \frac{2}{3}\pi\right) \tag{4.55}$$

$$\Theta_W(x, t) = 0{,}9 \frac{w}{p} k_{u1} I \sin\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right) \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x - \frac{4}{3}\pi\right) \tag{4.56}$$

Korzystając zaś z zależności trygonometrycznej

$$\sin\alpha \cos\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)] \tag{4.57}$$

i dodając przepływy Θ_U, Θ_V i Θ_W otrzymujemy

$$\Theta(x, t) = \frac{3}{2} 0{,}9I \frac{w}{p} k_{u1} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) \tag{4.58}$$

Jest to znane z elektrotechniki tzw. *równanie falowe*, które określa przebieg fali przepływu w funkcji czasu wzdłuż obwodu maszyny. Przepływ wypadkowy ma

kształt sinusoidalny o wartości maksymalnej równej półtorakrotnej wartości przepływu maksymalnego jednej fazy (por. wzór (4.1)). Prędkość obwodową ruchu fali określimy, podstawiając

$$\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{\tau}x\right)=1 \tag{4.59}$$

stąd

$$\omega t-\frac{\pi}{\tau}x=\frac{\pi}{2} \tag{4.60}$$

$$x=\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)\frac{\tau}{\pi} \tag{4.61}$$

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\omega\frac{\tau}{\pi} \tag{4.62}$$

natomiast prędkość obrotowa wynosi

$$n_1=\frac{60v}{\pi D}=\frac{60}{\pi^2 D}\omega\tau \tag{4.63}$$

a że $\tau=\frac{\pi D}{2p}$ oraz $\omega=2\pi f_1$ więc

$$n_1=\frac{60}{\pi^2 D}2\pi f_1\frac{\pi D}{2p}=\frac{60f_1}{p} \tag{4.64}$$

Otrzymaliśmy tę samą zależność, która podana była wzorem (4.2). Przy częstotliwości przemysłowej $f=50$ Hz prędkość wirowania pola wynosi

gdy $p=1$ $n_1=3000$ obr/min
gdy $p=2$ $n_1=1500$ obr/min
gdy $p=3$ $n_1=1000$ obr/min
gdy $p=4$ $n_1=750$ obr/min
gdy $p=5$ $n_1=600$ obr/min

W podobny sposób jak dla harmonicznej podstawowej można określić przepływ wypadkowy dla wszystkich wyższych harmonicznych przepływów składowych

$$\Theta_U(x,t)=0{,}9I\frac{w}{p}k_{uv}\sin\omega t\cos\nu\frac{\pi}{\tau}x \tag{4.65}$$

$$\Theta_V(x,t)=0{,}9I\frac{w}{p}k_{uv}\sin\left(\omega t-\frac{2}{3}\pi\right)\cos\nu\left(\frac{\pi}{\tau}x-\frac{2}{3}\pi\right) \tag{4.66}$$

$$\Theta_W(x,t)=0{,}9I\frac{w}{p}k_{uv}\sin\left(\omega t-\frac{4}{3}\pi\right)\cos\nu\left(\frac{\pi}{\tau}x-\frac{4}{3}\pi\right) \tag{4.67}$$

po dodaniu otrzymamy

$$\Theta_3(x,t)=0 \tag{4.68}$$

$$\Theta_5(x, t) = \frac{3}{2}\frac{1}{5} 0{,}9I \frac{w}{p} k_{u5} \sin\left(\omega t + 5\frac{\pi}{\tau} x\right) \tag{4.69}$$

$$\Theta_7(x, t) = \frac{3}{2}\frac{1}{7} 0{,}9I \frac{w}{p} k_{u7} \sin\left(\omega t - 7\frac{\pi}{\tau} x\right) \tag{4.70}$$

$$\Theta_9(x, t) = 0 \quad \text{itd.} \tag{4.71}$$

Z powyższego wynika, że nie występuje trzecia i dziewiąta harmoniczna przestrzenna pola magnetycznego, podobnie nie występują dalsze harmoniczne nieparzyste, których rząd jest podzielny przez 3 (piętnasta, dwudziesta pierwsza). Amplitudy poszczególnych występujących harmonicznych przepływów są v razy mniejsze od amplitudy harmonicznej podstawowej, a prędkości obrotowe wynoszą odpowiednio

$$n_5 = -\frac{n_1}{5}; \qquad n_7 = \frac{n_1}{7}; \qquad n_{11} = -\frac{n_1}{11}; \qquad n_{13} = \frac{n_1}{13} \quad \text{itd.} \tag{4.72}$$

Ogólną zależność na maksymalny przepływ wypadkowy występujących w układzie 3-fazowym wyższych harmonicznych można napisać w postaci

$$\Theta_v = \frac{1}{v} 1{,}35I \frac{w}{p} k_{uv} \tag{4.73}$$

gdzie $v = 6k \pm 1$, a k jest szeregiem liczb naturalnych, natomiast prędkość obrotową wyrazić jako

$$n = \frac{n_1}{v} \tag{4.74}$$

gdzie $v = 1 \pm 6k$, a k jest szeregiem liczb naturalnych.

Przepływ wypadkowy symetrycznego uzwojenia trójfazowego zasilanego trójfazowym prądem symetrycznym można więc przedstawić jako sumę przepływów wirujących, przy czym każdy z tych przepływów ma inną amplitudę i inną prędkość obrotową. Każdy z tych przepływów wytwarza własne pole wirujące o stałej wartości strumienia magnetycznego.

W przypadku dowolnego m-fazowego uzwojenia, zasilanego m-fazowym prądem symetrycznym, otrzymujemy podstawowy przepływ wirujący o stałej amplitudzie określonej zależnością

$$\Theta = \frac{m}{2} 0{,}9I \frac{w_1}{p} k_u \tag{4.75}$$

4.3.5. Przepływ uzwojenia dwufazowego

W przypadku symetrycznego uzwojenia dwufazowego, zasilanego dwufazowym prądem symetrycznym, otrzymuje się również pole wirujące kołowe. Uzwojenia są przesunięte na obwodzie maszyny o kąt elektryczny $\pi/2$ i prądy są przesunięte

w fazie o ten sam kąt, a zatem pierwsze harmoniczne przepływów określa się związkami

$$\Theta_U(x, t) = 0{,}9I \frac{w}{p} k_u \sin \omega t \cos \frac{\pi}{\tau} x \tag{4.76}$$

$$\Theta_V(x, t) = 0{,}9I \frac{w}{p} k_u \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x - \frac{\pi}{2}\right) \tag{4.77}$$

Suma tych przepływów wynosi

$$\Theta(x, t) = 0{,}9I \frac{w}{p} k_u \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) \tag{4.78}$$

Odwrócenie fazy prądu jednego z uzwojeń, np. fazy prądu V, powoduje, że przepływ Θ_V wyraża się związkiem

$$\Theta_V(x, t) = 0{,}9I \frac{w}{p} k_u \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x - \frac{\pi}{2}\right) \tag{4.79}$$

skąd otrzymuje się przepływ wypadkowy

$$\Theta(x, t) = 0{,}9I \frac{w}{p} k_u \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{\tau} x\right) \tag{4.80}$$

Związek ten przedstawia, podobnie jak wzór (4.78), przepływ wirujący o stałej wartości

$$\Theta = 0{,}9I \frac{w}{p} k_u \tag{4.81}$$

z tym jednak, że kierunek wirowania jest przeciwny.

W maszynach dwufazowych warunek symetrii uzwojeń nie jest spełniony, gdy uzwojenia te różnią się liczbą zwojów, liczbą żłobków na biegun lub przekrojem drutu nawojowego. Poza tym mogą być one zasilane prądami, których przesunięcie fazowe nie jest równe $\pi/2$. Oznaczając przez Θ_{mU} i Θ_{mV} amplitudy podstawowych harmonicznych przepływów obu faz otrzymujemy rozkład przepływu w funkcji czasu i współrzędnej x

$$\Theta_U(x, t) = \Theta_{mU} \sin \omega t \cos \frac{\pi}{\tau} x \tag{4.82}$$

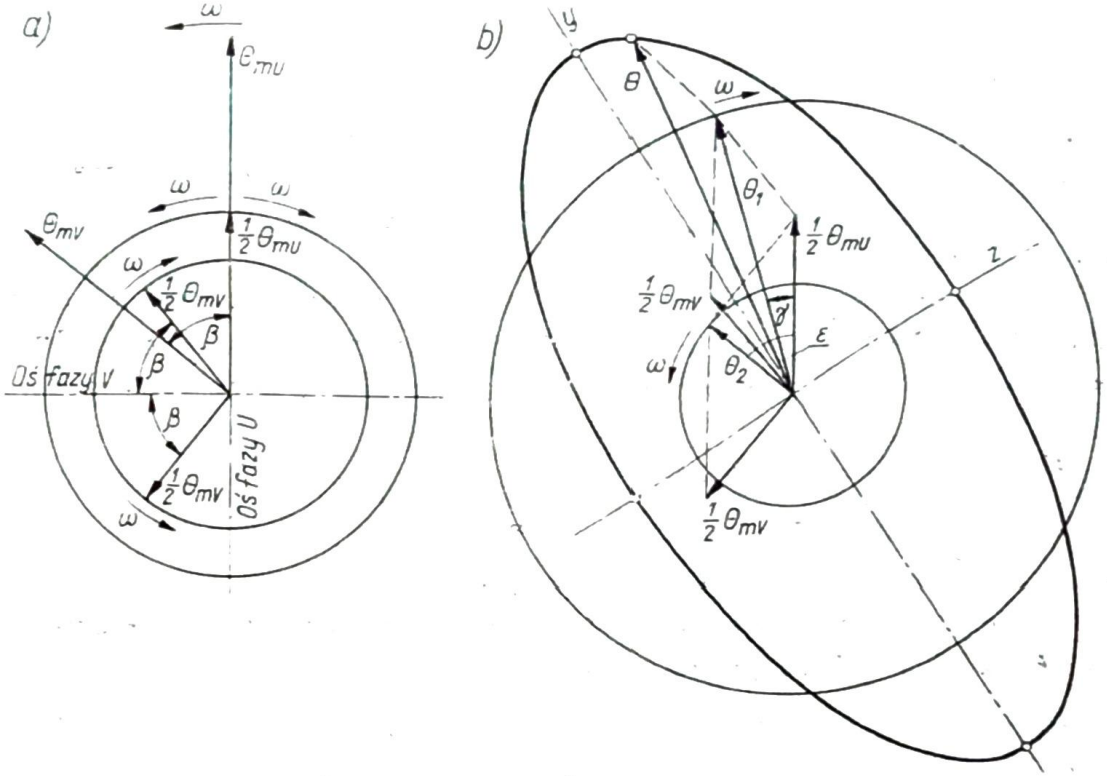
$$\Theta_V(x, t) = \Theta_{mV} \sin(\omega t + \beta) \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x - \frac{\pi}{2}\right) \tag{4.83}$$

Korzystając z zależności (4.57), można każdy z tych przepływów przedstawić w postaci sumy przepływów składowych

$$\Theta_U(x, t) = \frac{1}{2} \Theta_{mU} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{\tau} x\right) + \frac{1}{2} \Theta_{mU} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) \tag{4.84}$$

$$\Theta_V(x,t)=\frac{1}{2}\,\Theta_{mV}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{\tau}x+\beta-\frac{\pi}{2}\right)+\frac{1}{2}\,\Theta_{mV}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{\tau}x-\beta+\frac{\pi}{2}\right) \tag{4.85}$$

Każdy z przepływów jest więc sumą dwóch przepływów wirujących w przeciwnych kierunkach, przy czym stała wartość każdego przepływu wirującego jest połową amplitudy odpowiedniego przepływu fazowego. Rys. 4.34a przedstawia przepływy Θ_{mU} i Θ_{mV} oraz ich składowe w chwili, gdy $\omega t=\pi/2$.



Rys. 4.34. Przepływy składowe i wypadkowy przepływ eliptyczny uzwojenia dwufazowego o zasilaniu niesymetrycznym: a) rozkład przepływów Θ_{mU} i Θ_{mV} na składowe przepływy wirujące; b) sumowanie przepływów współbieżnych i przeciwbieżnych oraz przepływ wypadkowy eliptyczny

Dodając geometrycznie przepływy $^1/_2\,\Theta_{mU}$ i $^1/_2\,\Theta_{mV}$ wirujące w prawo i wirujące w lewo (rys. 4.35b) otrzymujemy

$$\Theta_1(x,t)=\frac{1}{2}\,\Theta_{mU}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{\tau}x\right)+\frac{1}{2}\,\Theta_{mV}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{\tau}x+\beta-\frac{\pi}{2}\right)=$$

$$=\Theta_1\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{\tau}x+\gamma\right) \tag{4.86}$$

$$\Theta_2(x,t)=\frac{1}{2}\,\Theta_{mU}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{\tau}x\right)+\frac{1}{2}\,\Theta_{mV}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{\tau}x-\beta+\frac{\pi}{2}\right)=$$

$$=\Theta_2\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{\tau}x+\varepsilon\right) \tag{4.87}$$

gdzie

$$\Theta_1 = \frac{1}{2}\sqrt{\Theta_{mU}^2 + \Theta_{mV}^2 + 2\Theta_{mU}\Theta_{mV}\sin\beta} \tag{4.88}$$

$$\Theta_2 = \frac{1}{2}\sqrt{\Theta_{mU}^2 + \Theta_{mV}^2 - 2\Theta_{mU}\Theta_{mV}\sin\beta} \tag{4.89}$$

$$\sin\gamma = \frac{1}{2}\frac{\Theta_{mV}}{\Theta_1}\cos\beta \tag{4.90}$$

$$\sin\varepsilon = \frac{1}{2}\frac{\Theta_{mV}}{\Theta_2}\cos\beta \tag{4.91}$$

Przepływy wirujące $\Theta_1(x, t)$ i $\Theta_2(x, t)$ nazywamy współbieżnym i przeciwbieżnym. Pole jest czysto kołowe, jeżeli jeden z przepływów jest równy zeru, np. dla $\Theta_2 = 0$ musi być $\Theta_{mU} = \Theta_{mV}$ i $\beta = \pi/2$, natomiast aby było $\Theta_1 = 0$, musi zachodzić równość $\Theta_{mU} = \Theta_{mV}$ i $\beta = -\pi/2$.

Suma przepływów $\Theta_1(x, t)$ i $\Theta_2(x, t)$ daje przepływ o kształcie eliptycznym, którego oś y przepoławia różnicę kątów ε i γ (rys. 4.34b). Kreśląc drugą oś z, prostopadłą do osi y, można napisać równania rzutów przepływu na te dwie osie

$$\Theta_{1y} = \Theta_1\cos\omega t_1; \qquad \Theta_{1z} = \Theta_1\sin\omega t_1 \tag{4.92}$$

$$\Theta_{2y} = \Theta_2\cos(-\omega t_1); \qquad \Theta_{2z} = \Theta_2\sin(-\omega t_1) \tag{4.93}$$

gdzie dla $t_1 = 0$ oba przepływy Θ_1 i Θ_2 są zgodne z osią y.

Sumując rzuty na osie y i z, otrzymujemy parametryczne równanie krzywej, jaką zakreśla koniec wskazu przepływu Θ

$$\Theta_y = (\Theta_1 + \Theta_2)\cos\omega t_1; \qquad \Theta_z = (\Theta_1 - \Theta_2)\sin\omega t_1 \tag{4.94}$$

Aby wyrugować parametr t_1 podnosimy oba równania do kwadratu i korzystając z tego, że $\sin^2\omega t_1 + \cos^2\omega t_1 = 1$, otrzymujemy wyrażenie

$$\frac{y^2}{(\Theta_1 + \Theta_2)^2} + \frac{z^2}{(\Theta_1 - \Theta_2)^2} = 1 \tag{4.95}$$

które jest równaniem elipsy.

W ogólnym przypadku zasilania dwóch (niekoniecznie jednakowych) uzwojeń, przesuniętych względem siebie o kąt elektryczny $\pi/2$ prądami przesuniętymi w fazie o kąt β, otrzymujemy pole eliptyczne. Pole to staje się kołowym tylko wtedy, gdy przepływy są sobie równe i przesunięte w fazie o kąt $\pi/2$, a pulsującym — gdy $\beta = 0$ lub jeden z przepływów jest równy zeru.

4.3.6. Przepływ uzwojenia jednofazowego

Uzwojenie jednofazowe może być rozłożone w żłobkach lub skupione. W przypadku uzwojenia rozłożonego, zasilanego prądem sinusoidalnym, podstawową harmoniczną przepływu określa zależność

$$\Theta(x, t) = \Theta_m\sin\omega t\cos\frac{\pi}{\tau}x \tag{4.96}$$

co można przedstawić w postaci

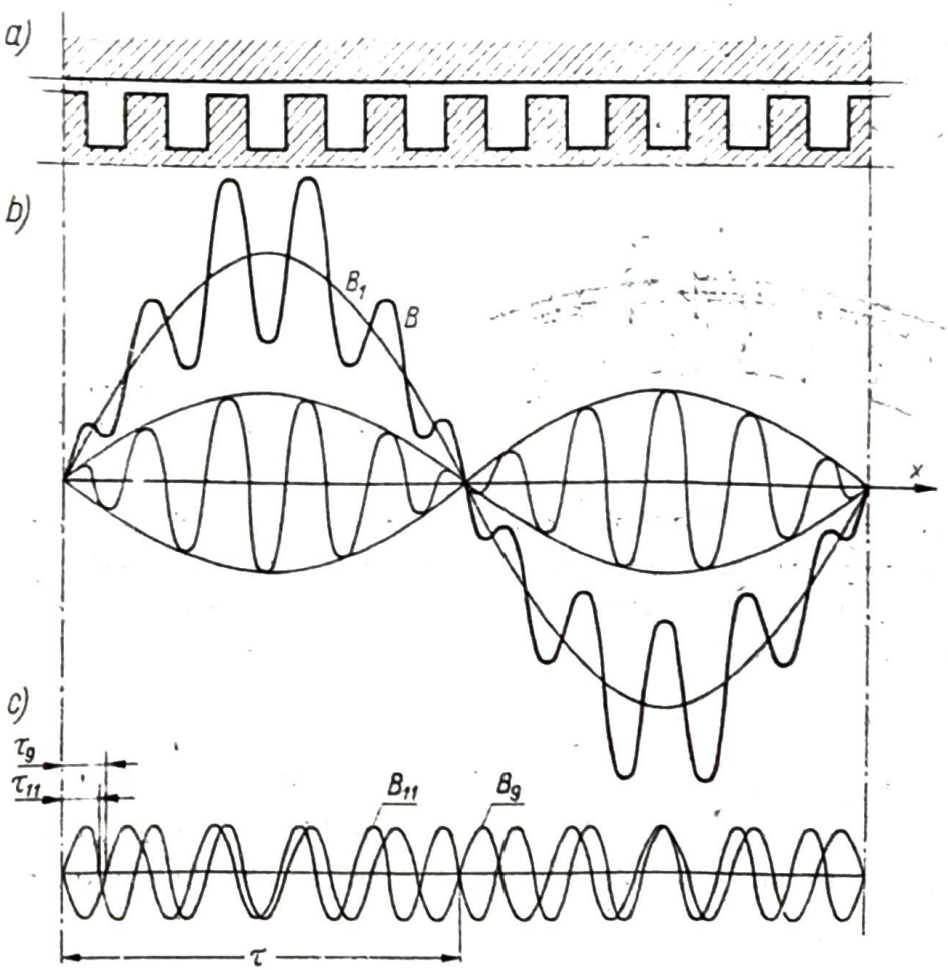
$$\Theta(x, t) = \frac{1}{2}\Theta_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{\tau}x\right) + \frac{1}{2}\Theta_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau}x\right) \tag{4.97}$$

Zasilanie jednofazowego uzwojenia prądem przemiennym daje zatem pole pulsujące, które można rozłożyć na dwa pola wirujące.

Jeżeli każdy zezwój uzwojenia jednofazowego zawiera tę samą liczbę zwojów, to zawartość wyższych harmonicznych jest dość znaczna. Aby ją zmniejszyć, wykonuje się niekiedy uzwojenia rozłożone w żłobkach o liczbach zwojów w zezwojach tak dobranych, aby krzywa przepływu była jak najbardziej zbliżona do sinusoidy.

Uzwojenia skupione, stosowane np. w jawnobiegunowych maszynach synchronicznych, dają w przypadku równomiernej szczeliny pod biegunami przepływ bardzo podobny do prostokątnego. Podstawowa harmoniczna sinusoida przepływu ma jak wiadomo amplitudę

$$\Theta_1 = \frac{4}{\pi}\Theta \tag{4.98}$$



Rys. 4.35. Odkształcenia krzywej indukcji magnetycznej wskutek żłobkowania: a) kształt szczeliny powietrznej, b) rozkład indukcji magnetycznej, c) harmoniczne żłobkowe

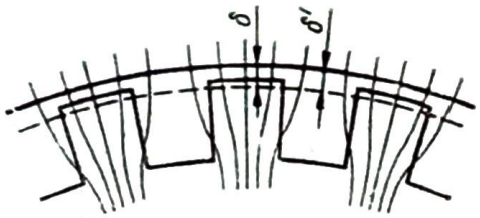
Aby zmniejszyć zawartość wyższych harmonicznych w polu magnetycznym wytworzonym przez uzwojenie skupione kształtuje się niekiedy szczelinę powietrzną tak, że jest ona najmniejsza w osi biegunów a największa na ich końcach. W tych przypadkach promień zatoczenia nabiegunników wirnika jest wyraźnie mniejszy niż promień zatoczenia wewnętrznej części stojana.

4.3.7. Wyższe harmoniczne żłobkowe pola magnetycznego

Rozkład indukcji przyjmowaliśmy dotychczas jako prostokątny lub sinusoidalny, nie uwzględniając obecności żłobków na obwodzie maszyny. Wskutek żłobkowania szczelina powietrza zmienia okresowo wielkość, co powoduje, że w krzywej indukcji magnetycznej pojawiają się odkształcenia (rys. 4.35).

Po wyodrębnieniu pierwszej harmonicznej indukcji magnetycznej B_1 pozostaje krzywa wpisana w sinusoidę, która po rozłożeniu na harmoniczne daje dwa pola sinusoidalne o liczbach par biegunów różniących się o jeden od liczby żłobków na parę biegunów. W przykładzie przedstawionym na rys. 4.35 mamy 10 żłobków na parę biegunów, a pole żłobkowe daje harmoniczną dziewiątą i jedenastą.

Pola harmoniczne żłobkowe wytwarzają własne napięcia w uzwojeniach i powodują pojawienie się momentów pasożytniczych, które niekiedy osiągają tak znaczne wartości, że zmieniają własności ruchowe maszyny. Szczególnie silnie zaznacza się wpływ pól żłobkowych, gdy zarówno stojan jak wirnik mają żłobki. W tym przypadku trzeba (szczególnie w silnikach indukcyjnych klatkowych) odpowiednio dobierać liczby żłobków stojana i wirnika.



Rys. 4.36. Przepływ strumienia przez obwód magnetyczny w rdzeniu żłobkowanym

Na skutek żłobkowania (rys. 4.36) strumień ma dłuższą średnią drogę przez szczelinę powietrzną, gdyż część linii pola przechodzi nie przez ząb, ale przez żłobek. Uwzględnia się to, przyjmując w obliczeniach zastępczą szczelinę powietrzną nieco większą od rzeczywistej

$$\delta' = k_c \delta \tag{4.99}$$

gdzie k_c — współczynnik Cartera, zależny od ukształtowania żłobka.

Jeżeli zarówno stojan jak wirnik mają żłobki, to oblicza się współczynnik Cartera k_{c1} dla stojana i k_{c2} dla wirnika, a zastępcza szczelina powietrzna wynosi

$$\delta' = k_{c1} k_{c2} \delta \tag{4.100}$$

Szczegółowe wzory do obliczania współczynników Cartera są podane w literaturze dotyczącej konstrukcji maszyn elektrycznych.

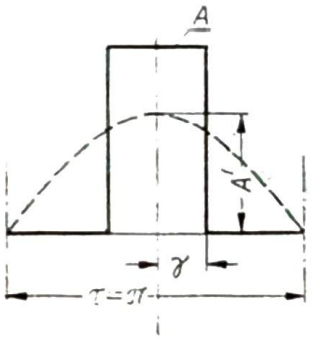
4.4. MOMENT ELEKTROMAGNETYCZNY

4.4.1. Okład prądowy

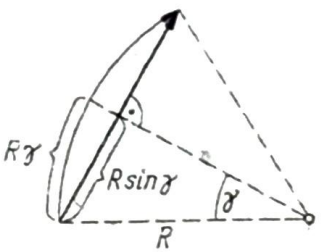
Okładem prądowym A nazywa się liczbę amperoprętów, przypadającą na jednostkę długości, liczonej wzdłuż obwodu maszyny (po wewnętrznej stronie stojana lub zewnętrznej stronie wirnika). Jeżeli przez uzwojenie jednej fazy (o liczbie zwojów w) płynie prąd przemienny o wartości skutecznej I, to chwilowa maksymalna wartość amperoprętów tej fazy wynosi $2\sqrt{2}\,Iw$. Uzwojenie to zajmuje część obwodu wyrażającą się stosunkiem całego obwodu do liczby faz. Maksymalny okład prądowy tej fazy wynosi zatem

$$A = \frac{2\sqrt{2}Iw}{\frac{\pi D}{m}} = \frac{2\sqrt{2}mIw}{\pi D} = \frac{m\sqrt{2}Iw}{\tau p} \tag{4.101}$$

Uzwojenie jednej fazy zajmuje na każdej podziałce biegunowej jedną m-tą część tej podziałki. Przy dużej liczbie żłobków na biegun i fazę można przyjąć, że uzwojenie jest na obwodzie rozłożone równomiernie, a zatem można wyrażony wzorem (4.101) maksymalny okład prądowy przedstawić w formie prostokąta o wysokości A (rys. 4.37).



Rys. 4.37. Okład prądowy jednej fazy na podziałce biegunowej uzwojenia trójfazowego



Rys. 4.38. Geometryczne sumowanie napięć w strefie fazowej dla $q=\infty$

Rozkładając taki przebieg przepływu na harmoniczne, otrzymuje się harmoniczną podstawową o amplitudzie

$$A_1' = \frac{4}{\pi} A \sin\gamma \tag{4.102}$$

gdzie

$$\gamma = \frac{1}{m}\frac{\pi}{2} \tag{4.103}$$

Przy założonym równomiernym rozmieszczeniu przewodników ($q=\infty$) określimy współczynnik uzwojenia k_u. Zakładając, że uzwojenie jest średnicowe, można wyrazić współczynnik uzwojenia jako stosunek sumy geometrycznej napięć

indukowanych w prętach strefy fazowej do ich sumy algebraicznej równej długości łuku okręgu o promieniu R (rys. 4.38).

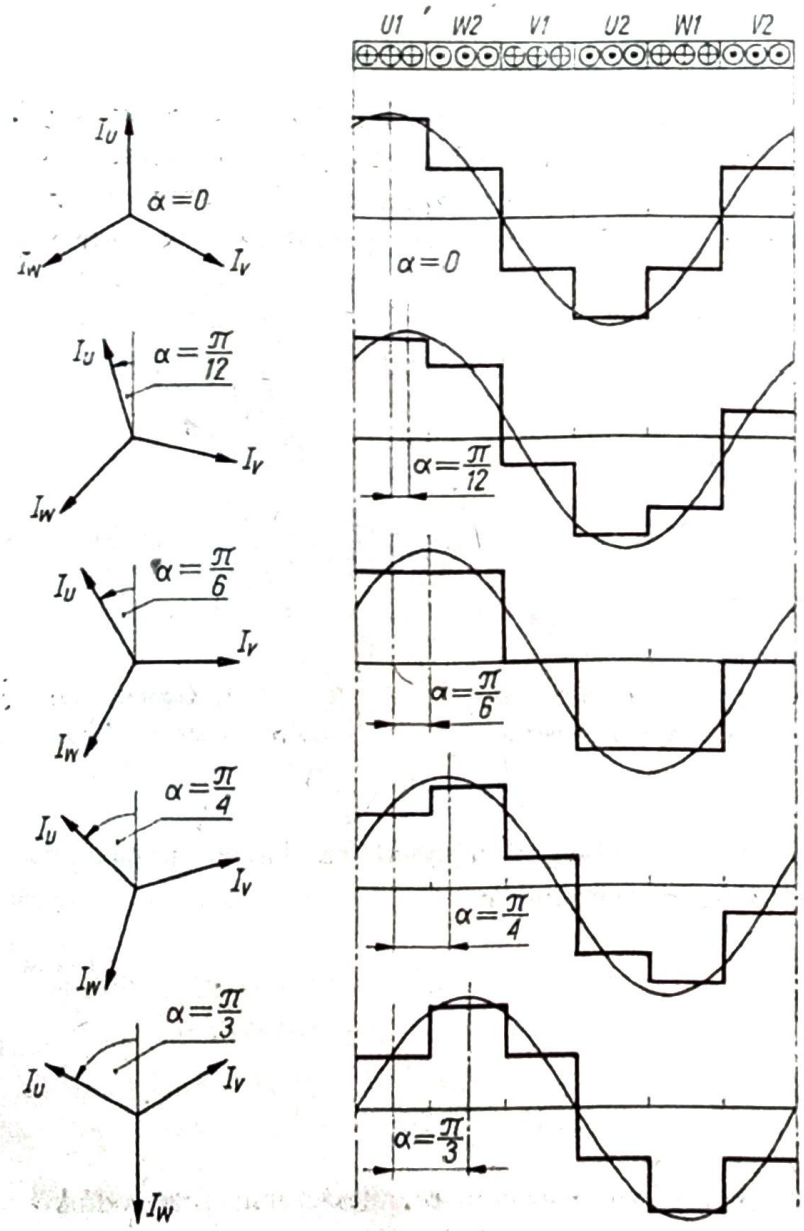
$$k_u = \frac{R \sin \gamma}{R\gamma} = \frac{\sin \gamma}{\gamma} \tag{4.104}$$

a zatem, podstawiając we wzorze (4.102)

$$\sin \gamma = k_u \gamma = \frac{\pi k_u}{2m} \tag{4.105}$$

otrzymujemy

$$A_1' = \frac{4}{\pi} A k_u \gamma = 2\sqrt{2} \frac{I w k_u}{p\tau} \tag{4.106}$$



Rys. 4.39. Sumowanie okładów prądowych uzwojenia trójfazowego dla kolejnych chwilowych wartości prądów fazowych

Określony w ten sposób okład prądowy jednej fazy A'_1 jest przepływem pulsującym w osi tej fazy z częstotliwością prądu I i jest rozłożony na obwodzie sinusoidalnie. Jeżeli np. przedstawimy prostokątne przebiegi okładu prądowego dla kolejnych chwilowych wartości prądów każdej fazy uzwojenia trójfazowego, to otrzymamy linię łamaną (rys. 4.39), której pierwsza harmoniczna jest sinusoidą o stałej amplitudzie wynoszącej półtorakrotną wartość amplitudy A'_1. Ogólnie dla uzwojenia m-fazowego otrzyma się

$$A_1 = \frac{m}{2} A'_1 = m\sqrt{2}\,\frac{Iwk_u}{p\tau} \tag{4.107}$$

Okład prądowy jest zatem falą wędrującą wzdłuż obwodu maszyny o amplitudzie A_1, która dla uzwojenia trójfazowego wynosi

$$A_1 = 3\sqrt{2}\,\frac{Iwk_u}{p\tau} \tag{4.108}$$

W dowolnym punkcie odległym o x od osi strefy fazowej otrzymuje się przy sinusoidalnym przebiegu czasowym prądu wartość okładu prądowego jako

$$A_1(x, t) = A_1 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) \tag{4.109}$$

Podobnie jak w przypadku analizy przepływów można otrzymać również wyrażenie na wyższe harmoniczne okładu prądowego

$$A_\nu(x, t) = A_\nu \sin\left(\omega t - \nu \frac{\pi}{\tau} x\right) \tag{4.110}$$

wirujące z prędkościami wyliczonymi uprzednio dla przepływów, przy czym amplitudy tych okładów wynoszą:

$$A_\nu = \frac{m}{2}\,\frac{1}{\nu}\,\frac{4}{\pi} A \sin \nu\gamma \tag{4.111}$$

4.4.2. Moment obrotowy

Elektromagnetyczny moment obrotowy powstaje skutkiem oddziaływania dynamicznego pola magnetycznego na przewody, w których płynie prąd, a które znajdują się w tym polu. Jeśli w polu o indukcji $B(x, t)$ w prostopadłych do kierunku linii indukcji prętach o długości l płynie prąd o okładzie $A(x, t)$, to na pręty ułożone na elementarnej długości obwodu dx działa elementarna siła df

$$\mathrm{d}f = B(x, t)\, lA(x, t)\,\mathrm{d}x \tag{4.112}$$

a elementarny moment wynosi

$$\mathrm{d}M = \frac{D}{2}\,\mathrm{d}f = \frac{D}{2}\, B(x, t)\, lA(x, t)\,\mathrm{d}x \tag{4.113}$$

Moment na całym obwodzie maszyny

$$M = 2p \int_0^{\tau} \frac{D}{2} B(x,t)\, lA(x,t)\,\mathrm{d}x = pDl \int_0^{\tau} B(x,t) A(x,t)\,\mathrm{d}x \tag{4.114}$$

Zarówno indukcja $B(x, t)$ jak okład prądowy $A(x, t)$ zawierają harmoniczne podstawowe i wyższych rzędów. Momenty powstają jednak tylko jako wynik działania harmonicznych tych samych rzędów, gdyż iloczyny funkcji sinusoidalnych o różnych częstotliwościach dają wartość średnią równą zeru (za okres odpowiadający mniejszej częstotliwości). Harmoniczne indukcji magnetycznej i okładu prądowego tego samego rzędu dają odpowiednie harmoniczne momentu obrotowego.

Najważniejszą z punktu widzenia własności ruchowych maszyny jest pierwsza harmoniczna momentu, którą można wyrazić wzorem

$$M_1 = pDl \int_0^{\tau} B_1 \sin\left(\omega t + \beta - \frac{\pi}{\tau} x\right) A_1 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) \mathrm{d}x \tag{4.115}$$

gdzie indukcja i okład prądowy są sinusoidami wirującymi z tymi samymi prędkościami, lecz przesuniętymi względem siebie na obwodzie o kąt β. Fale indukcji i okładu prądowego są więc względem siebie nieruchome, a zatem wartość momentu nie jest funkcją czasu. Można więc obliczyć moment działający w maszynie jako wartość w dowolnej chwili, np. dla $t = 0$. Otrzymujemy wówczas

$$M = pDlB_1 A_1 \int_0^{\tau} \sin\left(\frac{\pi}{\tau} x - \beta\right) \sin\left(\frac{\pi}{\tau} x\right) \mathrm{d}x \tag{4.116}$$

ponieważ $\int_0^{\tau} \sin\left(\frac{\pi}{\tau} x - \beta\right) \sin\left(\frac{\pi}{\tau} x\right) \mathrm{d}x = \frac{\tau}{2} \cos\beta$ więc

$$M = pDlB_1 A_1 \frac{\tau}{2} \cos\beta \tag{4.117}$$

Strumień pod jednym biegunem wyraża się zależnością

$$\Phi_1 = \frac{2}{\pi} B_1 \tau l \tag{4.118}$$

a zatem moment można zapisać w postaci

$$M = \frac{\pi}{4} pD\Phi_1 A_1 \cos\beta \tag{4.119}$$

Jeżeli kąt $\beta = \pm\pi/2$, czyli $\cos\beta = 0$, wówczas moment nie występuje. Taka sytuacja istnieje w maszynie, gdy prąd płynie tylko w uzwojeniu stojana (np. gdy wirnik jest rozwarty). Wówczas kąt między falą okładu prądowego i falą indukcji wynosi $\pi/2$ i na stojan z uzwojeniem, które wytworzyło pole, nie działa żaden moment.

Największy moment występuje wtedy, gdy $\beta = 0$, a więc gdy okład prądowy i indukcja magnetyczna mają wzdłuż obwodu nakładające się przebiegi sinusoidalne.

Jeżeli w maszynie występuje kilka uzwojeń, to moment może być określony jako wynik działania fali okładu prądowego oraz fali indukcji magnetycznej wytworzonej na skutek działania prądów wszystkich uzwojeń.

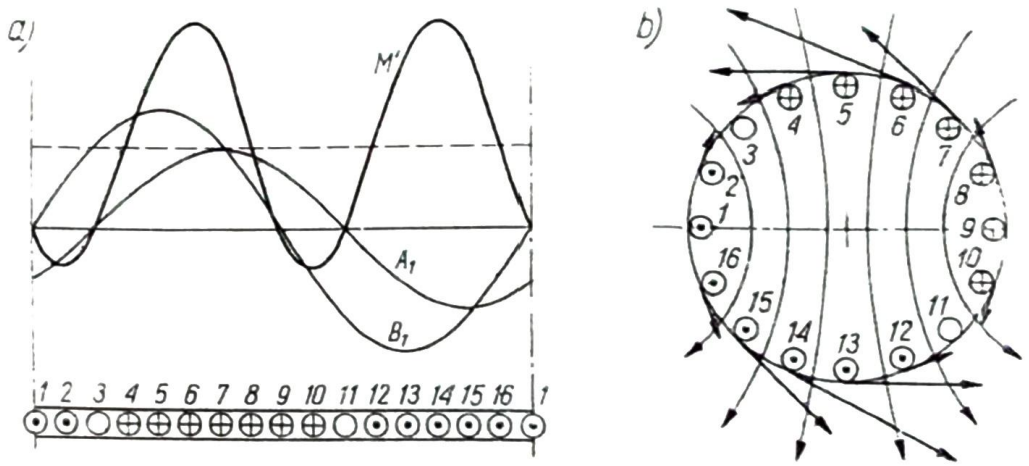
Działanie momentu można zinterpretować jeszcze nieco inaczej. Moment działający na poszczególne elementy maszyny jest proporcjonalny do iloczynu okładu prądowego i indukcji magnetycznej w tym miejscu, gdzie się ten element znajduje. Jeśli fala indukcji magnetycznej wyprzedza falę okładu prądowego o kąt β. to moment obrotowy działający na jednostkowy element na obwodzie maszyny może być na podstawie wzoru (4.113) wyrażony zależnością

$$M'(x, t) = \frac{D}{2} lB(x, t) A(x, t) \tag{4.120}$$

co dla $t = 0$ daje

$$M'(x) = \frac{D}{2} lB_1 A_1 \sin\left(\frac{\pi}{\tau} x - \beta\right) \sin\frac{\pi}{\tau} x = \frac{DlB_1 A_1}{4}\left[\cos\beta - \cos\left(\frac{2\pi}{\tau} x - \beta\right)\right] \tag{4.121}$$

Rozkład momentu na obwodzie maszyny ilustruje rys. 4.40.



Rys. 4.40. Działanie momentu na obwodzie maszyny: a) rozkład indukcji B_1, okładu prądowego A_1 i momentu jednostkowego M', b) rozkład sił działających na obwodzie maszyny

Moment jednostkowy $M'(x)$ zawiera składową stałą

$$M'_{st} = \frac{1}{4} DlB_1 A_1 \cos\beta \tag{4.122}$$

i składową zmieniającą się wzdłuż obwodu

$$M'_{zm} = \frac{1}{4} DlB_1 A_1 \cos\left(2\frac{\pi}{\tau} x - \beta\right) \tag{4.123}$$

która ma okres funkcji dwukrotnie mniejszy niż funkcje indukcji i okładu prądowego.

Moment działający na całym obwodzie można więc wyrazić jako iloczyn momentu M'_{st} i długości obwodu maszyny, gdyż średnia wartość M'_{zm} na każdej podziałce biegunowej jest równa zeru

$$M = \pi D M'_{st} = \frac{\pi}{4} D^2 l B_1 A_1 \cos\beta \tag{4.124}$$

a ponieważ strumień można wyrazić zależnością

$$\Phi_1 = \frac{2}{\pi} B_1 l\tau = \frac{2}{\pi} B_1 l \frac{\pi D}{2p} = \frac{B_1 l D}{p} \tag{4.125}$$

zatem $M = \frac{\pi}{4} pD\Phi_1 A_1 \cos\beta$ jak (4.119).

Przy $\cos\beta \neq 1$ na niektóre elementy maszyny działają więc momenty w kierunku przeciwnym do działania momentu średniego. Rozkład sił działających na uzwojenie ilustruje rys. 4.40b. Jeżeli $\beta = \pi/2$, to średni moment jest równy zeru, a zatem momenty M'_{zm} działające na poszczególne elementy maszyny wzajemnie się znoszą.

5. MASZYNY INDUKCYJNE

5.1. WŁASNOŚCI RUCHOWE TRÓJFAZOWEJ MASZYNY INDUKCYJNEJ

5.1.1. Podstawowe zjawiska występujące w czasie pracy maszyny

Prąd trójfazowy płynący przez uzwojenie stojana wytwarza pole wirujące, które zawiera szereg pól harmonicznych. W pierwszym rzędzie rozpatrzymy własności ruchowe maszyny przy uwzględnieniu tylko podstawowej harmonicznej indukcji magnetycznej.

Pierwsza harmoniczna fali indukcji magnetycznej wiruje z prędkością

$$n_1 = \frac{60 f_1}{p} \tag{5.1}$$

zwaną prędkością synchroniczną. Ten strumień wirujący względem nieruchomych uzwojeń stojana indukuje w nich napięcie

$$E_1 = 4{,}44 \Phi f_1 w_1 k_{u1} \tag{5.2}$$

Jeżeli wirnik jest nieruchomy, to w każdej fazie jego uzwojenia indukuje się również napięcie

$$E_{20} = 4{,}44 \Phi f_1 w_2 k_{u2} \tag{5.3}$$

(napięcie, które indukuje się w wirniku przy prędkości $n = 0$, będziemy oznaczać zawsze E_{20}).

Jeżeli wirnik jest nieruchomy, to pole wiruje względem niego również z prędkością synchroniczną, zatem częstotliwość indukowanego napięcia jest taka sama jak w stojanie i równa częstotliwości sieci f_1.

Jeżeli przy włączonym do sieci uzwojeniu stojana obwód uzwojenia wirnika jest otwarty (np. gdy w silniku pierścieniowym szczotki nie przylegają do pierścieni), to prąd w nim nie płynie i na wirnik nie działa żaden moment obrotowy. Jeśli jednak obwód wirnika jest zamknięty, płynie w nim prąd I_2, który daje moment skierowany w kierunku wirowania pola (rys. 4.8) i wirnik obraca się z prędkością n. W warunkach znamionowych (przy obciążeniu momentem znamionowym) prędkość ta jest mniejsza od prędkości synchronicznej tylko o kilka procent.

Przy prędkości n pole obraca się względem wirnika z prędkością

$$n_2 = n_1 - n \tag{5.4}$$

Stosunek prędkości pola względem wirnika do prędkości synchronicznej nazywamy poślizgiem i oznaczamy symbolem s

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} \tag{5.5}$$

niekiedy podaje się poślizg w procentach

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} \cdot 100 \tag{5.6}$$

Gdy wirnik jest nieruchomy

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = 1 \tag{5.7}$$

a gdy wiruje z prędkością synchroniczną

$$s = \frac{n_1 - n_1}{n_1} = 0 \tag{5.8}$$

Prędkość silnika możemy wyrazić na podstawie (5.5) przez prędkość synchroniczną i poślizg

$$n = n_1(1 - s) \tag{5.9}$$

Częstotliwość napięcia indukowanego w wirniku zależy od prędkości pola względem uzwojenia wirnika wg ogólnej zależności

$$f_2 = \frac{pn_2}{60} \tag{5.10}$$

Przy poślizgu s częstotliwość ta wynosi

$$f_2 = \frac{p(n_1 - n)}{60} = \frac{pn_1(n_1 - n)}{60n_1} = f_1 s \tag{5.11}$$

Napięcie E_2, indukowane w wirniku przy dowolnej prędkości n, wyraża się zatem związkiem

$$E_2 = 4{,}44\Phi f_2 w_2 k_{u2}' = 4{,}44\Phi f_1 s w_2 k_{u2}' = E_{20} s \tag{5.12}$$

Prąd I_2, jaki płynie w wirniku pod wpływem napięcia E_2, ma też częstotliwość f_2, wytwarza zatem pole, które wiruje względem wirnika z prędkością

$$n_2 = \frac{60f_2}{p} = \frac{60f_1 s}{p} = n_1 s \tag{5.13}$$

Jak wynika z (5.4) i (5.5) jest to prędkość, z jaką wiruje względem wirnika pole wytwarzane przez prąd stojana. Suma prędkości wirnika i prędkości pola wytwarzanego przez prąd wirnika wynosi

$$n + n_2 = n_1(1 - s) + n_1 s = n_1 \tag{5.14}$$

Wynika stąd, że pole magnetyczne wytworzone przez prąd stojana i wirnika są względem siebie nieruchome przy każdej prędkości wirnika. Jest to ogólna zasada odnosząca się do wszystkich maszyn elektrycznych, sformułowana w ten sposób, że w stanach ustalonych *pola względem siebie nie wirują.*

Pola magnetyczne stojana i wirnika tworzą razem jedno wspólne pole, które indukuje w stojanie i w wirniku napięcia E_1 i E_2. Z zależności (5.2) i (5.3) wynika, że stosunek napięć indukowanych przy nieruchomym wirniku wynosi

$$\frac{E_1}{E_{20}} = \frac{w_1 k_{u1}}{w_2 k_{u2}} = \vartheta_u \tag{5.15}$$

i, podobnie jak w transformatorze, jest nazywany przekładnią napięciową. O ile jednak w transformatorze przekładnia napięciowa wyraża się stosunkiem liczby zwojów, to w maszynach, z powodu rozłożenia uzwojenia w żłobkach i ewentualnie skrócenia poskoku, liczby zwojów są pomnożone przez odpowiednie współczynniki uzwojeń. Jeżeli przy nieruchomym wirniku i rozwartych pierścieniach zmierzy się napięcie na stojanie U_1 oraz napięcie indukowane w wirniku E_{20}, to stosunek tych napięć można praktycznie uważać za przekładnię napięciową, bo przy rozwartym wirniku U_1 jest niewiele większe od E_1.

5.1.2. Pięć stanów pracy maszyny indukcyjnej

W całym zakresie prędkości maszyny indukcyjnej istnieją dwa szczególne stany pracy: gdy $n = 0$ ($s = 1$) i gdy $n = n_1$ ($s = 0$).

Jeżeli wirnik jest nieruchomy ($n = 0$), to przy otwartym obwodzie wirnika mamy stan podobny do stanu jałowego w transformatorze, natomiast przy zwartym wirniku jest to stan analogiczny do stanu zwarcia. Ponieważ $n = 0$, więc moc mechaniczna nie występuje, a energia pobrana z sieci zamienia się całkowicie na ciepło w obwodzie elektrycznym i magnetycznym maszyny.

Przy prędkości wirnika równej prędkości synchronicznej ($n = n_1$) w wirniku nie indukuje się napięcie, bo jego obwód elektryczny nie przecina linii pola. Nie ma więc w obwodzie wirnika prądu, a więc nie ma momentu obrotowego. Aby wirnik obracał się z prędkością synchroniczną, musiałby być napędzany mocą potrzebną do pokrycia strat mechanicznych. Z sieci pobierana jest moc elektryczna, która wydziela się jako ciepło w obwodzie elektrycznym i magnetycznym stojana; wirnik nie jest przemagnesowywany. Prąd pobierany z sieci ma dużą składową bierną (prąd magnesujący I_μ) dla wytworzenia strumienia, natomiast składowa czynna przy $n = n_1$ jest mała, gdyż straty są małe. Maszyna jest więc przy $n = n_1$ odbiornikiem tego typu, co dławik lub transformator w stanie jałowym.

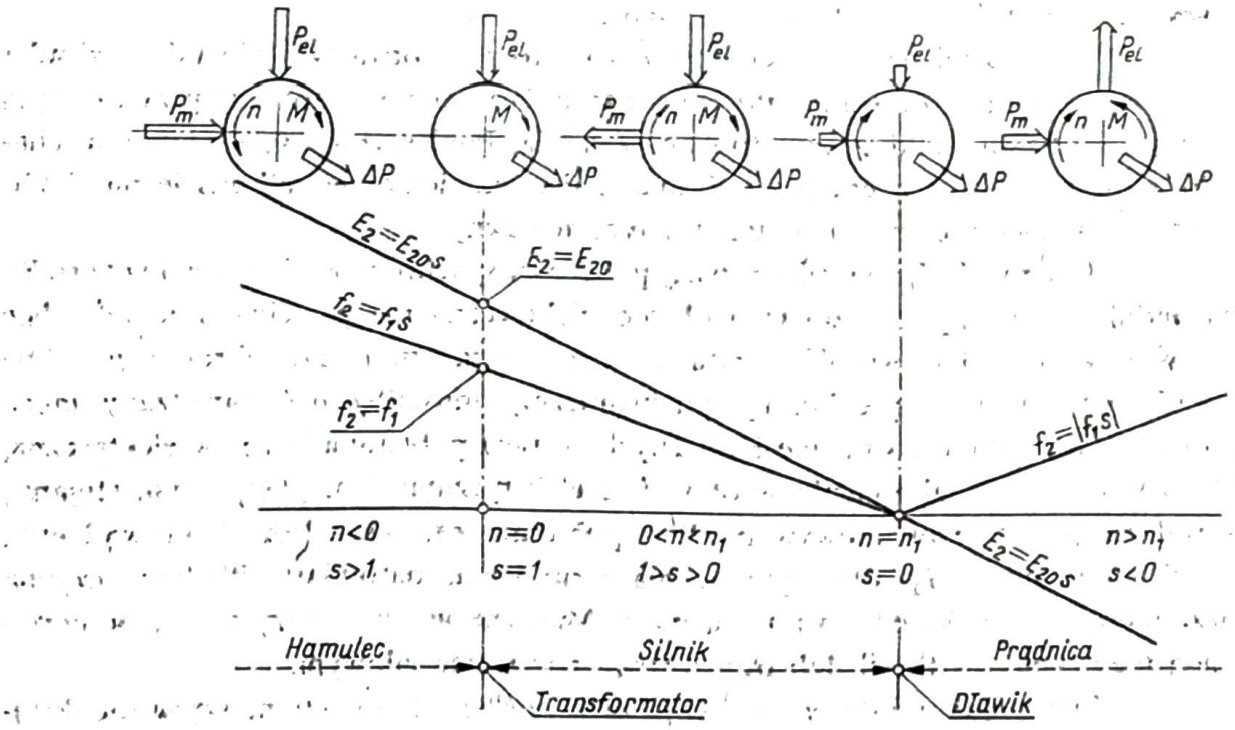
Przy prędkości $0 < n < n_1$, czyli przy poślizgu $1 > s > 0$, maszyna indukcyjna jest silnikiem. Moc pobrana z sieci jest częściowo tracona na ciepło w miedzi i w stali, znaczna jej część zaś jest zamieniana na moc mechaniczną. Najczęstszym stanem pracy maszyny indukcyjnej jest praca silnikowa i z tego względu zostanie ona szczegółowo przeanalizowana.

W czasie pracy maszyny indukcyjnej, połączonej z inną maszyną elektryczną lub odpowiednimi urządzeniami może się zdarzyć, że prędkość wirnika będzie większa

od prędkości pola magnetycznego. Wówczas pręty przecinają pole w odwrotnym kierunku niż przy pracy silnikowej, zmienia się zwrot napięcia i prądu, zmienia się też kierunek momentu, który działa teraz w stronę przeciwną do kierunku wirowania. Wynika stąd, że maszyna musi być napędzana, czyli musi pobrać na wale moc mechaniczną. Moc tę częściowo traci się na straty w miedzi i stali, a częściowo jest w postaci mocy elektrycznej oddawana do sieci. Maszyna indukcyjna jest więc przy $n > n_1$ ($s < 0$) prądnicą. Maszyna ta oddaje do sieci moc czynną elektryczną, ale musi pobrać z tej sieci moc bierną (prąd magnesujący) do wytworzenia strumienia magnetycznego. Praca prądnicowa będzie omówiona bardziej szczegółowo w p. 5.7.1.

Gdyby wirnik maszyny włączonej do sieci był obracany w kierunku przeciwnym do kierunku wirowania pola magnetycznego, to pręty wirnika byłyby przecinane przez pole z prędkością większą od prędkości synchronicznej. Napięcie indukowane w wirniku byłoby większe od E_{20}, częstotliwość tego napięcia większa od f_1. Jest to zgodne ze wzorami (5.11) i (5.12), gdyż przy $n < 0$ mamy $s > 1$.

Aby wirnik obracał się w kierunku przeciwnym do kierunku wirowania pola, w kierunku wirowania wirnika musi działać moment zewnętrzny. Maszyna pobiera zatem moc mechaniczną na wale i cała ta moc łącznie z mocą elektryczną pobieraną z sieci jest w maszynie zamieniana na ciepło. Ponieważ moment maszyny działa w kierunku wirowania pola, a więc w kierunku przeciwnym do momentu zewnętrznego, maszyna jest hamulcem elektrycznym.



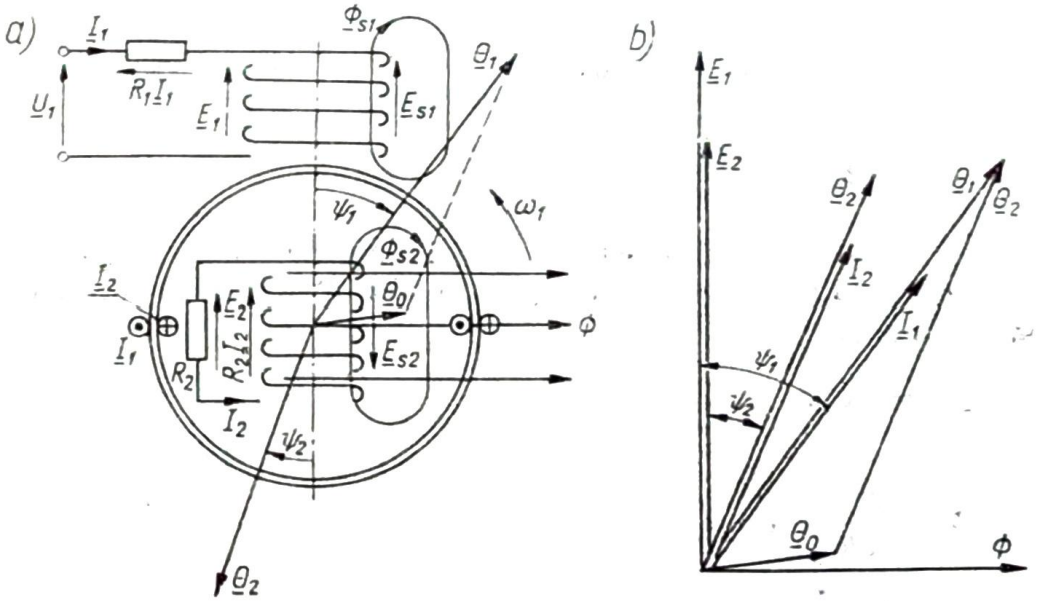
Rys. 5.1. Stany pracy maszyny indukcyjnej

Wszystkie podstawowe zjawiska, dotyczące zasadniczych pięciu stanów pracy maszyny, przedstawiono na rys. 5.1. Częstotliwość f_2 przy pracy prądnicowej narysowano jako dodatnią, gdyż jest to liczba cykli na sekundę, która nie może oczywiście przybierać wartości ujemnych.

Przy pracy prądnicowej zmienia się faza napięcia E_2, stąd może ono być w tym zakresie pracy traktowane jako ujemne. Maszyna indukcyjna wytwarza moment hamujący wówczas, gdy jest on skierowany przeciwnie do kierunku jej wirowania, a zachodzi to jak widać na rys. 5.1, przy pracy hamulcowej i prądnicowej. Strzałki ilustrujące kierunek przepływu mocy elektrycznej P_{el}, mocy mechanicznej P_m i mocy strat ΔP dotyczą jedynie związków jakościowych (kierunku przepływu mocy), a nie ilościowych, z tym że przy $n = n_1$, wyrysowano krótkie strzałki dla zaznaczenia, iż moc elektryczna i mechaniczna mają tu stosunkowo małe wartości.

5.1.3. Bilans napięć i prądów; przeliczanie parametrów wirnika

Na rys. 5.2a przedstawiono układ maszyny indukcyjnej. Uzwojenie zasilane napięciem $\underline{U}_1$ reprezentuje jedną fazę stojana, zwarte uzwojenie w wirniku reprezentuje jedną fazę wirnika. Strumień wirujący indukuje w każdym z tych uzwojeń napięcia $\underline{E}_1$ i $\underline{E}_2$, które przy przyjętym strzałkowaniu są ze sobą w fazie (rys. 5.2b).



Rys. 5.2. Zależności przestrzenno-czasowe przepływów, napięć i prądów w maszynie indukcyjnej: a) układ maszyny; b) wykres wskazowy napięć, strumienia, prądów i przepływów

Oprócz strumienia głównego $\underline{\Phi}$ występują również strumienie rozproszone $\underline{\Phi}_{s1}$ i $\underline{\Phi}_{s2}$, wytworzone przez prądy $\underline{I}_1$ i $\underline{I}_2$. Strumień $\underline{\Phi}_{s1}$ kojarzy się tylko z uzwojeniem stojana, indukując w nim napięcie $\underline{E}_{s1}$, strumień $\underline{\Phi}_{s2}$ indukuje w wirniku napięcie $\underline{E}_{s2}$. Każde z uzwojeń ma rezystancję — odpowiednio R_1 i R_2, wskutek czego występują w obwodach spadki napięcia $R_1\underline{I}_1$ i $R_2\underline{I}_2$.

Rysunek 5.2a przedstawia maszynę w chwili, gdy osie obu uzwojeń są zgodne a strumień wirujący nie kojarzy się z żadnym z uzwojeń (jest w osi prostopadłej do osi uzwojeń), a zatem wartości chwilowe napięć $\underline{E}_1$ i $\underline{E}_2$ są amplitudami tych napięć. Przepływ $\underline{\Theta}_1$, wytworzony przez prąd trójfazowy płynący w trzech uzwojeniach stojana, jest w przestrzeni przesunięty względem osi narysowanej fazy o kąt ψ_1, równy kątowi przesunięcia fazowego między prądem $\underline{I}_1$ a napięciem

$\underline{E}_1$; podobnie prąd $\underline{I}_2$ i przepływ $\underline{\Theta}_2$ są względem osi uzwojenia wirnika przesunięte o kąt ψ_2, wynikający ze stosunku rezystancji i impedancji wirnika.

Napięcie rozproszenia E_{s1} można określić zależnością

$$E_{s1} = 4{,}44\Phi_{s1} f_1 w_1 k_{u1} \tag{5.16}$$

Uwzględniając przesunięcie fazowe o kąt $\pi/2$ między napięciem $\underline{E}_{s1}$ a indukującym je strumieniem $\underline{\Phi}_{s1}$, można ten sam związek wyrazić, stosując metodę liczb zespolonych

$$\underline{E}_{s1} = \mathrm{j}\,4{,}44\underline{\Phi}_{s1} f_1 w_1 k_{u1} \tag{5.17}$$

Ponieważ zgodnie z (4.52) strumień $\underline{\Phi}_{s1}$ można określić przez prąd stojana

$$\underline{\Phi}_{s1} = \frac{\underline{\Theta}_1}{R_{ms1}} = \frac{1}{R_{ms1}} \frac{m_1}{2} 0{,}9\underline{I}_1 \frac{w_1}{p} k_{u1} \tag{5.18}$$

więc napięcie $\underline{E}_{s1}$ jest proporcjonalne do prądu $\underline{I}_1$

$$\underline{E}_{s1} = \mathrm{j}\,X_1 \underline{I}_1 \tag{5.19}$$

gdzie reaktancja rozproszenia stojana X_1 wyraża się zależnością

$$X_1 = \frac{2m_1 f_1}{pR_{ms1}} (w_1 k_{u1})^2 \tag{5.20}$$

Jak widać, reaktancja rozproszenia X_1 jest proporcjonalna do częstotliwości oraz kwadratu iloczynu liczby zwojów i współczynnika uzwojenia. Podobnie dla wirnika można zapisać, że

$$\underline{E}_{s2} = \mathrm{j}\,X_2 \underline{I}_2 \tag{5.21}$$

gdzie

$$X_2 = \frac{2m_2 f_2}{pR_{ms2}} (w_2 k_{u2})^2 \tag{5.22}$$

Reaktancja X_2 jest funkcją f_2, a zatem jest funkcją prędkości wirnika. Ponieważ $f_2 = f_1 s$, więc można wyrazić reaktancję X_2 w postaci

$$X_2 = \frac{2m_2 f_1 s}{pR_{ms2}} (w_2 k_{u2})^2 = X_{20} s \tag{5.23}$$

gdzie X_{20} jest reaktancją rozproszenia wirnika przy prędkości równej zeru ($s = 1$), czyli w takim stanie pracy, gdy $f_2 = f_1$.

Wielkość R_2 jest rezystancją samego uzwojenia wirnika. W przypadku silnika pierścieniowego można uwzględnić rezystancję R_d dodatkowych elementów przyłączonych do obwodu wirnika włączając wartość R_d do rezystancji R_2, można też przez R_2 oznaczać całą rezystancję obwodu wirnika, łącznie z rezystancją R_d przyłączonych szeregowo elementów, znajdujących się poza maszyną.

Bilans napięć można więc napisać dla każdej fazy stojana w postaci

$$\underline{U}_1 = \underline{E}_1 + R_1 \underline{I}_1 + \mathrm{j}\,X_1 \underline{I}_1 \tag{5.24}$$

i dla wirnika

$$0 = \underline{E}_2 - R_2 \underline{I}_2 - \mathrm{j} X_2 \underline{I}_2 \tag{5.25}$$

Równanie napięć dla wirnika można też, korzystając z (5.12) i (5.23), wyrazić następująco

$$0 = \underline{E}_{20} s - R_2 \underline{I}_2 - \mathrm{j} X_{20} s \underline{I}_2 \tag{5.26}$$

lub, dzieląc obustronnie przez poślizg s

$$0 = \underline{E}_{20} - \frac{R_2}{s} \underline{I}_2 - \mathrm{j} X_{20} \underline{I}_2 \tag{5.27}$$

Prąd wirnika można zapisać wzorem

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{E}_2}{R_2 + \mathrm{j} X_2} \tag{5.28}$$

a moduł wartości skutecznej prądu wirnika

$$I_2 = \frac{E_2}{\sqrt{R_2^2 + X_2^2}} = \frac{E_{20} s}{\sqrt{R_2^2 + X_{20}^2 s^2}} = \frac{E_{20}}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + X_{20}^2}} \tag{5.28a}$$

Prądy stojana i wirnika wytwarzają przepływy określone wzorami

$$\underline{\Theta}_1 = \frac{m_1}{2} 0{,}9 \underline{I}_1 \frac{w_1}{p} k_{u1} \tag{5.29}$$

$$\underline{\Theta}_2 = \frac{m_2}{2} 0{,}9 \underline{I}_2 \frac{w_2}{p} k_{u2} \tag{5.30}$$

Uwzględniając zwroty wskazów prądów obu uzwojeń (rys. 5.2b) można napisać, że strumień w maszynie jest wynikiem działania geometrycznej różnicy przepływów Θ_1 i Θ_2

$$\underline{\Phi} = \frac{\underline{\Theta}_1 - \underline{\Theta}_2}{R_m} \tag{5.31}$$

Oznaczając różnicę przepływów Θ_1 i Θ_2 przez Θ_0

$$\underline{\Theta}_0 = \underline{\Theta}_1 - \underline{\Theta}_2 \tag{5.32}$$

załóżmy, że to jest przepływ, jaki otrzymamy gdy pewien prąd I_0 płynie przez uzwojenie identyczne z uzwojeniem stojana, a zatem

$$\frac{m_1}{2} 0{,}9 \underline{I}_0 \frac{w_1}{p} k_{u1} = \frac{m_1}{2} 0{,}9 \underline{I}_1 \frac{w_1}{p} k_{u1} - \frac{m_2}{2} 0{,}9 \underline{I}_2 \frac{w_2}{p} k_{u2} \tag{5.33}$$

lub, dzieląc odpowiednio stronami

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_1 - \underline{I}_2 \frac{m_2 w_2 k_{u2}}{m_1 w_1 k_{u1}} \tag{5.34}$$

Oznaczmy przez I_2' prąd wirnika, pomnożony przez stosunek iloczynów liczby faz, liczby zwojów i współczynnika uzwojeń, czyli przeliczony w ten sposób na stronę stojana

$$I_2' = I_2 \frac{m_2 w_2 k_{u2}}{m_1 w_1 k_{u1}} \tag{5.35}$$

Prąd I_2' jest to prąd wirnika dla zastępczego uzwojenia o tej samej liczbie zwojów i tym samym współczynniku uzwojenia co stojan, a także o tej samej liczbie faz co stojan. Prądy I_1 i I_2' są zatem dla maszyny o stojanie trójfazowym prądami maszyny zastępczej o trójfazowym wirniku, podczas gdy w rzeczywistości (szczególnie w silnikach klatkowych) liczba faz wirnika może być inna. Otrzymujemy teraz równanie prądów

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_1 - \underline{I}_2' \tag{5.36}$$

W podobny sposób dokonujemy przeliczenia napięć wirnika na stronę stojana przy założeniu, że przeliczone na stronę stojana napięcie indukowane E_{20} ma być równe E_1. Ponieważ z (5.15)

$$E_1 = \frac{w_1 k_{u1}}{w_2 k_{u2}} E_{20} \tag{5.37}$$

więc

$$E_{20}' = \frac{w_1 k_{u1}}{w_2 k_{u2}} E_{20} \tag{5.38}$$

Pomnóżmy całe równanie (5.27) przez przekładnię napięciową i jednocześnie zamiast prądów I_2 napiszmy prądy I_2' wg zależności wynikającej z (5.35)

$$I_2 = I_2' \frac{m_1 w_1 k_{u1}}{m_2 w_2 k_{u2}} \tag{5.39}$$

otrzymujemy wówczas

$$0 = E_{20} \frac{w_1 k_{u1}}{w_2 k_{u2}} - \frac{R_2 m_1}{s m_2} \left(\frac{w_1 k_{u1}}{w_2 k_{u2}}\right)^2 \underline{I}_2' - \mathrm{j} X_{20} \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{w_1 k_{u1}}{w_2 k_{u2}}\right)^2 \underline{I}_2' \tag{5.40}$$

czyli

$$0 = \underline{E}_{20}' - \frac{R_2'}{s} \underline{I}_2' - \mathrm{j} X_{20}' \underline{I}_2' \tag{5.41}$$

gdzie

$$R_2' = R_2 \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{w_1 k_{u1}}{w_2 k_{u2}}\right)^2 \tag{5.42}$$

$$X_{20}' = X_{20} \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{w_1 k_{u1}}{w_2 k_{u2}}\right)^2 \tag{5.43}$$

Wzory dotyczące przeliczenia rezystancji R_2 i reaktancji X_{20} wirnika na stronę stojana są inne niż wzory na przeliczenie rezystancji i reaktancji strony wtórnej transformatora na stronę pierwotną. Prócz kwadratu stosunku liczb zwojów pomno-

żonych przez współczynniki uzwojeń występuje jeszcze stosunek liczby faz stojana i wirnika. Przeliczone na stronę stojana rezystancja R_2' i reaktancja X_{20}' odnoszą się również, jak w przypadku prądów, do zastępczych uzwojeń o takiej samej liczbie faz, jak liczba faz stojana.

Moc wydzielona na ciepło w uzwojeniu wirnika wyraża się zależnością

$$\Delta P_{Cu2} = m_2 I_2^2 R_2 \tag{5.44}$$

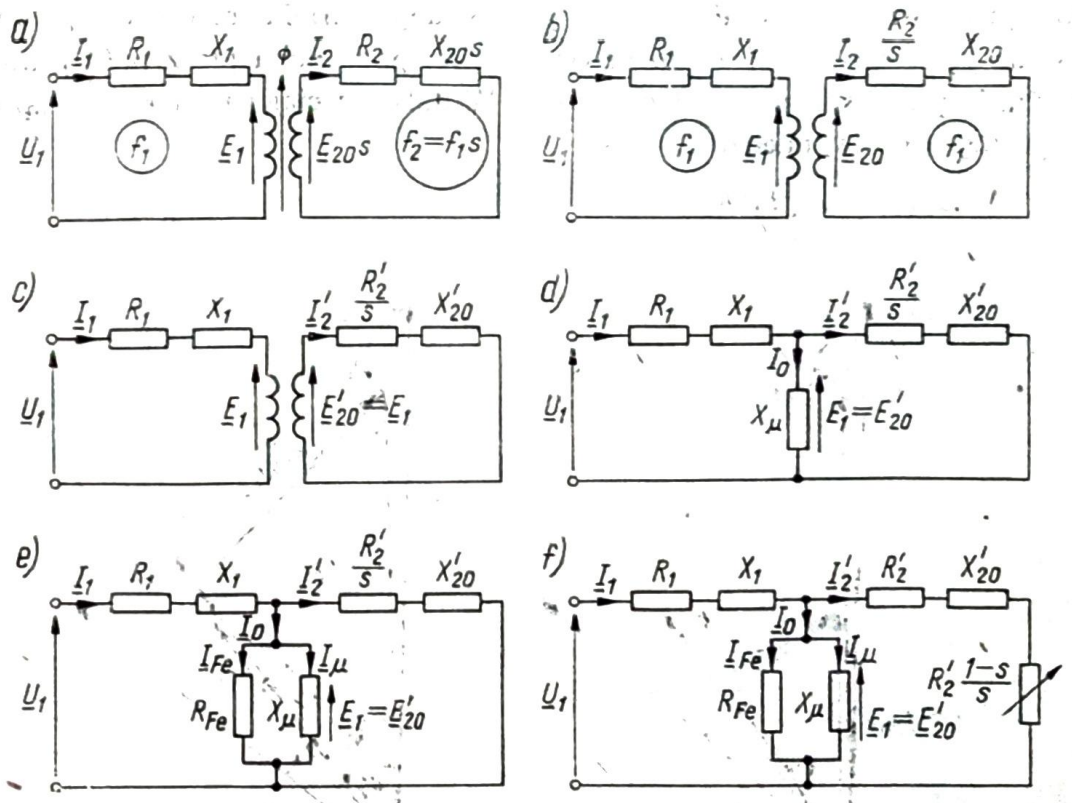
Wprowadzając parametry przeliczone, otrzymujemy

$$\Delta P_{Cu2} = m_2 I_2'^2 \left(\frac{m_1 w_1 k_{u1}}{m_2 w_2 k_{u2}}\right)^2 R_2' \frac{m_2}{m_1}\left(\frac{w_2 k_{u2}}{w_1 k_{u1}}\right)^2 = m_1 I_2'^2 R_2' \tag{5.45}$$

Wynika stąd, że straty w miedzi wirnika są takie same, gdy liczymy je, podstawiając rzeczywisty prąd, rezystancję fazową i liczbę faz m_2 oraz gdy podstawiamy przeliczone na stronę stojana wartości I_2' i R_2' i liczbę faz m_1.

5.1.4. Układy zastępcze i wykresy wskazowe

Podobnie jak w teorii transformatorów, obwód elektryczny maszyny indukcyjne można przedstawić w postaci takiego układu zastępczego, że obowiązują dla niego te same równania prądów i napięć, jak dla rozpatrywanej maszyny.



Rys. 5.3. Układy zastępcze maszyny indukcyjnej: a) oddzielne obwody stojana i wirnika, rzeczywiste parametry wirnika; b) napięcie i impedancja wirnika podzielone przez poślizg; c) obwód wirnika sprowadzony na stronę stojana, d) połączenie obwodu stojana i wirnika w czwórnik; e) układ z uwzględnieniem strat w stali; f) układ z wydzieloną rezystancją R_2' w obwodzie wirnika

Równaniom napięć stojana (5.24) i wirnika (5.26) odpowiadają dwa obwody, sprzężone wspólnym strumieniem magnetycznym, który indukuje napięcia E_1 i E_2 (rys. 5.3a). Obwody te charakteryzują się tym, że w jednym z nich częstotliwość napięć i prądu wynosi f_1, a w drugim $f_1 s$.

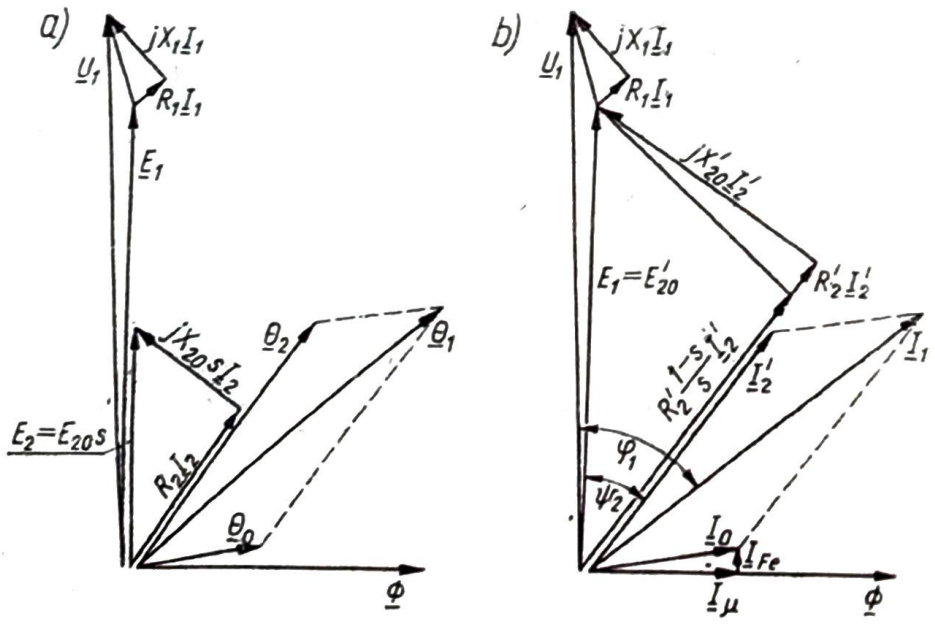
Obwód wirnika można sprowadzić do obwodu zastępczego o częstotliwości f_1, jeżeli podzieli się napięcie i impedancję przez poślizg; otrzymuje się wówczas obwód wirnika (rys. 5.3b), odpowiadający równaniu (5.27).

Po dokonaniu przeliczenia napięcia E_{20}, prądu I_2 oraz impedancji wirnika na stronę stojana otrzymujemy obwód (rys. 5.3c), w którym napięcia E_1 i E'_{20} są sobie równe i są ze sobą w fazie. Teraz można połączyć oba obwody, tworząc jeden czwórnik (rys. 5.3d), który da się opisać nie tylko równaniami napięć (5.24) i (5.41), ale również równaniem prądów (5.36).

W układzie tym można dodatkowo uwzględnić straty w stali wprowadzając element R_{Fe} włączony równolegle do reaktancji X_μ, w której indukuje się napięcie E_1, proporcjonalne w dowolnym stanie pracy do strumienia. W ten sposób straty w elemencie R_{Fe} są proporcjonalne do kwadratu napięcia E_1, a więc do kwadratu indukcji magnetycznej. Ostatecznie otrzymujemy układ zastępczy jednej fazy, przedstawiony na rys. 5.3e, zawierający jak w transformatorze 6 elementów, a różniący się od układu transformatora jedynie tym, że rezystancja wirnika jest podzielona przez poślizg s.

W ten sposób w układzie zastępczym obwód elektryczny rzeczywistego wirującego wirnika został zastąpiony obwodem wirnika nieruchomego (o częstotliwości $f_1 = \text{const}$) w którym rezystancja R'_2 podzielona przez poślizg uwzględnia zależność prądów i mocy od prędkości. W dalszym ciągu jednak obowiązuje wzór dotyczący strat w miedzi

$$\Delta P_{Cu2} = m_1 I_2'^2 R'_2 \tag{5.46}$$



Rys. 5.4. Wykresy wskazowe maszyny indukcyjnej: a) dla układu zastępczego wg rys. 5.3a; b) dla układu zastępczego wg rys. 5.3f (przy $s \approx 0{,}2$)

Jeśli wydzielimy rezystancję R'_2, w której powstają straty w miedzi to w obwodzie wirnika pozostanie rezystancja

$$\frac{R'_2}{s} - R'_2 = R'_2 \frac{1-s}{s} \tag{5.47}$$

reprezentująca obciążenie maszyny mocą mechaniczną, analogicznie jak w transformatorze występowało obciążenie strony wtórnej odpowiednią impedancją. Rys. 5.3f ilustruje układ zastępczy maszyny z rezystancją R'_2, w której wydzielają się straty w miedzi wirnika i pozostałą rezystancją, określoną wzorem (5.47), w której wydziela się moc równa oddawanej mocy mechanicznej.

Na podstawie układu zastępczego można skonstruować wykresy wskazowe napięć i prądów. Można je narysować dla dowolnego z układów przedstawionych na rys. 5.3 tutaj jednak (rys. 5.4) sporządzimy tylko wykresy dla układu wyjściowego 5.3a i ostatniego — 5.3f.

Jeśli w maszynie występuje pewien wspólny dla stojana i wirnika strumień $\underline{\Phi}$ (rys. 5.4a), to napięcia $\underline{E}_1$ i $\underline{E}_2$ są ze sobą w fazie. Bilans napięć musi uwzględnić spadki napięć na rezystancjach i reaktancjach obwodów oraz napięcie zasilania. Przepływy stojana i wirnika dają, zgodnie z (5.32), przepływ wypadkowy $\underline{\Theta}_0$, który nie jest w fazie ze strumieniem z powodu strat w stali, nie uwzględnionych w układzie 5.3a.

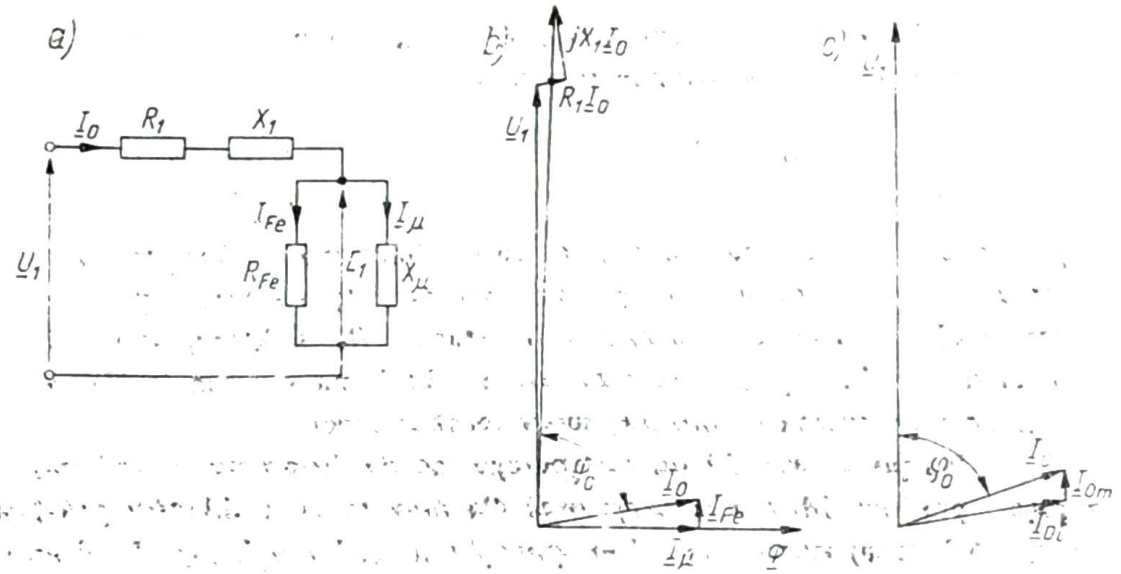
Po przeliczeniu parametrów na stronę stojana, podzieleniu napięcia $\underline{E}_2$ i impedancji wirnika przez poślizg, po wprowadzeniu elementu R_{Fe}, reprezentującego straty w stali i wydzieleniu rezystancji R'_2 otrzymujemy wykres jak na rys. 5.4b, odpowiadający układowi zastępczemu 5.3f. Stosunek napięć $R'_2 I'_2$ oraz $R'_2 \frac{1-s}{s} I'_2$ na wykresie 5.4b odpowiada pracy silnikowej przy poślizgu wynoszącym ok. 0,2.

5.1.5. Stan jałowy i stan zwarcia

Jeżeli maszyna nie jest na wale obciążona żadnym momentem, to pracuje jako silnik, którego wirnik obraca się z prędkością bardzo bliską prędkości synchronicznej. Poślizg wyrażony wzorem (5.5) jest w tym stanie pracy zwykle rzędu 10^{-3}. Praktycznie można prędkość w tym stanie pracy uważać za synchroniczną ($s = 0$), a zatem rezystancja obwodu wtórnego w układzie zastępczym wg rys. 5.3b $R_2/s \approx \infty$, czyli że obwód wirnika jest jak gdyby rozwarty. Układ zastępczy silnika i wykres wskazowy w stanie jałowym przedstawia rys. 5.5.

W tym stanie pracy moc pobieraną, stanowią tylko straty w rdzeniu i niewielkie straty w miedzi stojana.

W rzeczywistym stanie jałowym występuje jednak pewien, różny od zera poślizg, w wirniku indukuje się napięcie i płynie prąd, wskutek czego występują straty w obwodzie elektrycznym wirnika. Również obwód magnetyczny wirnika jest przemagnesowywany, co powoduje pewne straty (o wartości pomijalnej z powodu małej częstotliwości). Silnik musi jeszcze pobrać moc elektryczną na pokrycie strat mechanicznych, a w niektórych wykonaniach również strat w izolacji. Największą pozycję strat jałowych stanowią tu straty w miedzi stojana i straty mechaniczne,



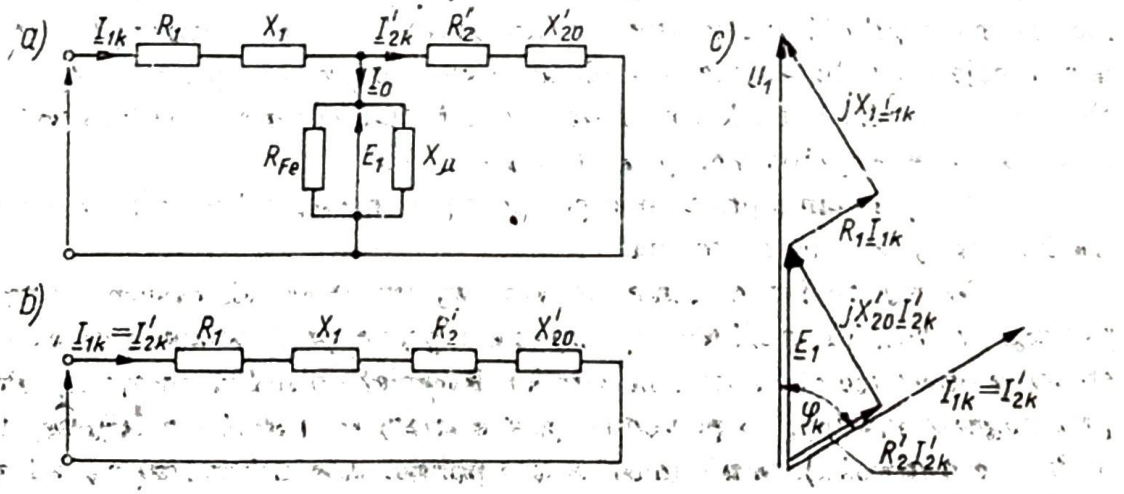
Rys. 5.5. Stan jałowy maszyny indukcyjnej ($s = 0$): a) układ zastępczy; b) wykres wskazowy, c) uwzględnienie wpływu strat mechanicznych na prąd stanu jałowego

praktycznie więc dla określenia prądu stojana silnika trójfazowego I_0, przy $s = 0$ należy od otrzymanej z pomiaru składowej czynnej prądu odjąć prąd odpowiadający stratom mechanicznym silnika (rys. 5.5c)

$$I_{0m} = \frac{\Delta P_m}{3U_1} \tag{5.48}$$

a dla obliczenia strat w rdzeniu należy od mocy pobranej odjąć straty mechaniczne i straty w miedzi stojana.

Prąd stanu jałowego jest w stosunku do prądu znamionowego znacznie większy niż w transformatorach i wynosi ok. 0,2 do 0,5 I_n, przy czym mniejsze jego wartości dotyczą silników większej mocy i o mniejszej liczbie par biegunów. Współczynnik mocy w stanie jałowym jest rzędu 0,1. Silnik indukcyjny nie obciążony pobiera więc z sieci moc bierną indukcyjną, co jest jego podstawową



Rys. 5.6. Stan zwarcia maszyny indukcyjnej: a) układ zastępczy; b) układ zastępczy przy pominięciu gałęzi poprzecznej; c) wykres wskazowy przy pominięciu prądu I_0

wadą, gdyż powoduje to zwiększenie strat zasilania, ogranicza pobór mocy ze źródeł i sieci zasilającej i często wymaga stosowania specjalnych urządzeń do kompensacji mocy biernej.

Drugim szczególnym stanem pracy jest stan zwarcia, gdy stojan jest zasilany, a wirnik unieruchomiony i zwarty. Ponieważ $s = 1$, więc rezystancja obwodu wirnika w układzie zastępczym przybiera wartość R'_2 (rys. 5.6a). W tym stanie pracy silnik pobiera prąd znacznie większy niż wartość znamionowa (4 do 8 razy większy niż prąd znamionowy), więc można prąd stanu jałowego gałęzi poprzecznej I_0 pominąć, przez co otrzymuje się uproszczony układ zastępczy, jak na rys. 5.6b.

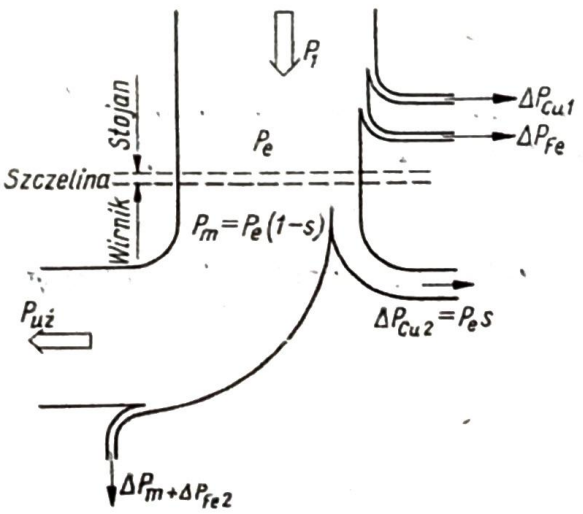
Jest to taki sam układ jak dla stanu zwarcia transformatora z tym, że pominięcie prądu gałęzi poprzecznej powoduje w silniku dużo większy błąd niż w transformatorze z powodu większej względnej wartości prądu I_0, a mniejszej względnej wartości prądu zwarcia, jednak błąd ten nie przekracza z reguły kilku procent. Wykres wskazowy napięć i prądów w stanie zwarcia silnika indukcyjnego ilustruje rys. 5.6c.

Przez analogię z transformatorem można określić wartość napięcia zwarcia silnika indukcyjnego. Przy tym napięciu płynie w stojanie prąd znamionowy, jeżeli wirnik jest zwarty i nieruchomy. Napięcie zwarcia wynosi zwykle kilkanaście do 25 procent napięcia znamionowego. Współczynnik mocy w stanie zwarcia jest rzędu 0,2 do 0,4, przy czym mniejsze jego wartości dotyczą silników większych mocy.

W transformatorze stan zwarcia przy napięciu znamionowym występuje tylko jako stan awaryjny, natomiast w silnikach klatkowych — przy każdorazowym włączeniu silnika do sieci, jeżeli nie stosuje się specjalnych urządzeń do obniżenia napięcia. W silnikach pierścieniowych istnieje możliwość zmniejszenia prądu zwarcia przez zwiększenie rezystancji obwodu wirnika (rozdz. 5.3).

5.1.6. Bilans mocy

Moc elektryczna pobierana przez silnik indukcyjny z sieci jest zamieniana na moc mechaniczną. W trakcie tej przemiany część mocy zamienia się na ciepło w samej maszynie i ewentualnie w dołączonych do obwodu wirnika elementach



Rys. 5.7. Wykres strumieniowy rozpływu mocy silnika indukcyjnego

rezystancyjnych. Rozpatrzmy bilans mocy w maszynie indukcyjnej przy pracy silnikowej (rys. 5.7).

Z mocy P_1, doprowadzonej z sieci do uzwojeń stojana, część zamienia się na ciepło w miedzi i w rdzeniu stojana. Reszta mocy jest przenoszona do wirnika przez strumień magnetyczny jako moc wewnętrzna lub tzw. *moc pola wirujacego* P_e. Część jej wydziela się w wirniku pod postacią strat w uzwojeniach, pozostała część zamienia się na moc mechaniczną. Rozdział mocy pola wirującego P_e na moc strat w miedzi ΔP_{Cu2} i moc mechaniczną P_m można przeanalizować w różny sposób.

1. Pole wirujące wprowadza do wirnika moc P_e przy prędkości kątowej ω_1, działając na wirnik momentem M. Wielkości te związane są zależnością

$$P_e = M\omega_1 \tag{5.49}$$

Wirnik jest obciążony momentem, na który składają się moment użyteczny na wale i moment strat mechanicznych. Moment obciążenia w stanie ustalonym jest równy momentowi, jakim pole działa na wirnik. Zatem moc mechaniczna może być określona zależnością

$$P_m = M\omega \tag{5.50}$$

wobec równości momentów możemy napisać zależność

$$\frac{P_m}{P_e} = \frac{\omega}{\omega_1} \tag{5.51}$$

ale

$$\frac{\omega}{\omega_1} = \frac{n}{n_1} = 1-s \tag{5.52}$$

zatem

$$P_m = P_e(1-s) \tag{5.53}$$

Straty w uzwojeniach wirnika wynoszą więc

$$\Delta P_{Cu2} = P_e - P_m = P_e - P_e(1-s) = P_e s \tag{5.54}$$

2. Wyprowadzone zależności można uzyskać również z układu zastępczego wg rys. 5.3e. Moc pobrana wynosi

$$P_1 = m_1 U_{1f} I_1 \cos\varphi \tag{5.55}$$

gdzie U_{1f} jest fazowym napięciem zasilania, a I_1 prądem fazowym stojana. Moc ta, pomniejszona o straty w uzwojeniach stojana

$$\Delta P_{Cu1} = m_1 I_1^2 R_1 \tag{5.56}$$

i o straty w rdzeniu stojana ΔP_{Fe}, przechodzi do wirnika jako moc pola wirującego

$$P_e = P_1 - \Delta P_{Cu1} - \Delta P_{Fe} \tag{5.57}$$

i może być wyrażona zależnością

$$P_e = m_1 I_2'^2 \frac{R_2'}{s} \tag{5.58}$$

Ponieważ straty w uzwojeniach wirnika wynoszą

$$\Delta P_{Cu2} = m_2 I_2^2 R_2 = m_1 I_2'^2 R_2' \tag{5.59}$$

stąd

$$P_e = \frac{\Delta P_{Cu2}}{s} \tag{5.60}$$

a zatem

$$\Delta P_{Cu2} = P_e s \tag{5.61}$$

a moc mechaniczna

$$P_m = P_e - \Delta P_{Cu2} = P_e - P_e s = P_e(1-s) \tag{5.62}$$

3. Na podstawie wzoru (4.119) można wyrazić moment obrotowy maszyny indukcyjnej jako

$$M = \frac{\pi}{4} D p \Phi A_1 \cos\psi_2 \tag{5.63}$$

gdzie ψ_2 jest kątem przesunięcia fazowego między napięciem indukowanym w wirniku E_2 i prądem wirnika I_2; kąt ten jest jednocześnie kątem między osią fali strumienia i osią fali okładu prądowego A_1. Korzystając z wyrażenia na okład prądowy A_1 oraz zastępując strumień napięciem E_{20}, otrzymujemy

$$M = \frac{\pi}{4} D p \frac{E_{20}}{\frac{2\pi}{\sqrt{2}} f w_2 k_{u2}} m_2 \sqrt{2} \frac{I_2 w_2 k_{u2}}{p\tau} \cos\psi_2 \tag{5.64}$$

Podstawiając $\tau = \frac{\pi D}{2p}$ oraz $\frac{2\pi f}{p} = \frac{\omega}{p} = \omega_1$ mamy

$$M = \frac{1}{\omega_1} m_2 E_{20} I_2 \cos\psi_2 \tag{5.65}$$

a zatem

$$P_e = M\omega_1 = m_2 E_{20} I_2 \cos\psi_2 \tag{5.66}$$

Moc wydzielona w uzwojeniu wirnika

$$\Delta P_{Cu2} = m_2 E_2 I_2 \cos\psi_2 = m_2 E_{20} s I_2 \cos\psi_2 \tag{5.67}$$

skąd

$$\Delta P_{Cu2} = P_e s \tag{5.68}$$

a więc

$$P_m = P_e - \Delta P_{Cu2} = P_e(1-s) \tag{5.69}$$

Zastępując wielkości E_2, E_{20} i I_2 przez E_2', E_{20}', I_2', można napisać

$$P_e = m_1 E_{20}' I_2' \cos\psi_2 \tag{5.70}$$

oraz

$$\Delta P_{Cu2} = m_1 E_2' I_2' \cos\psi_2 \tag{5.71}$$

co prowadzi do tego samego wniosku dotyczącego podziału P_e na ΔP_{Cu_2} i P_m, jaki wyrażony jest wzorami (5.68) i (5.69).

Prócz omówionych, podstawowych strat, występują w maszynie również straty dodatkowe w stojanie i w wirniku, na które składają się

a) straty dodatkowe w uzwojeniu, spowodowane tym, że gęstość prądu nie jest stała w całym przekroju przewodu skutkiem wypierania prądu;

b) straty pulsacyjne i powierzchniowe w zębach stojana i wirnika, spowodowane zmianą indukcji magnetycznej w zębach skutkiem zmiany reluktancji przy wirowaniu maszyny, gdy zęby stojana i wirnika przemieszczają się względem siebie;

c) straty w elementach konstrukcyjnych maszyny z powodu występowania strumieni rozproszonych.

Przy pracy silnikowej w warunkach znamionowych przyjmuje się, że straty dodatkowe wynoszą ok. 0,5% mocy znamionowej i że połowa tych strat dodatkowych przypada na stojan, a połowa na wirnik.

W przeprowadzonych rozważaniach pominięto straty w rdzeniu wirnika w związku z tym, że są one pomijalnie małe przy pracy silnikowej w warunkach zbliżonych do znamionowych, gdyż przy małym poślizgu częstotliwość przemagnesowywania wirnika jest bardzo mała. Jednak, gdy wartość poślizgu nie jest mała (np. przy pracy hamulcowej), to należy w bilansie mocy uwzględnić straty w rdzeniu wirnika.

Ogólny bilans mocy silnika, przedstawiony na rys. 5.7, znany jest jako *wykres Sankeya*. Jeżeli w obwód wirnika są włączone dodatkowe elementy R_d, to straty ΔP_{Cu2} obejmują straty w samym uzwojeniu i w tych dodatkowych elementach

$$\Delta P_{Cu2} = m_1 I_2'^2 R_2' + m_1 I_2'^2 R_d' \tag{5.72}$$

gdzie R_d' jest rezystancją R_d przeliczoną na stronę stojana wg tych samych zależności jak R_2.

5.1.7. Charakterystyka mechaniczna; równanie Klossa

Zależność momentu silnika indukcyjnego od poślizgu można wyznaczyć np. ze wzoru (5.65) $M = \frac{m_2}{\omega_1} E_{20} I_2 \cos\psi_2$.

Prąd I_2 i współczynnik mocy $\cos\psi_2$ wyrazimy na podstawie układu z rys. 5.3b

$$I_2 = \frac{E_{20}}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + X_{20}^2}} \tag{5.73}$$

$$\cos\psi_2 = \frac{\frac{R_2}{s}}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + X_{20}^2}} \tag{5.74}$$

a zatem

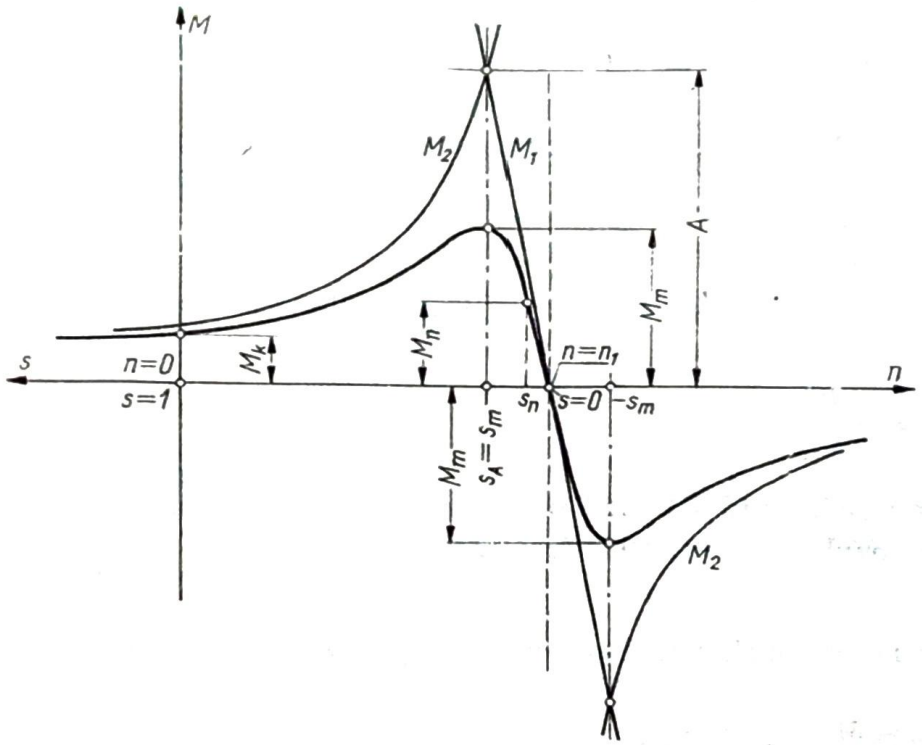
$$M = \frac{m_2}{\omega_1} E_{20}^2 \frac{\frac{R_2}{s}}{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + X_{20}^2} = \frac{m_2}{\omega_1} E_{20}^2 \frac{R_2 s}{R_2^2 + s^2 X_{20}^2} \tag{5.75}$$

Z wzoru tego można wyznaczyć zależność momentu od prędkości, trzeba jednak pamiętać, że wartość E_{20} jest również funkcją prędkości, gdyż strumień nie jest w maszynie stały, ale zależy od prądu obciążenia uzwojenia stojana. Zakładamy bowiem stałość napięcia U_1, a zatem przy różnych wartościach prądu stojana I_1 otrzymamy różne wartości E_1, gdyż wystąpią spadki napięcia na rezystancji R_1 i reaktancji X_1, a z kolei zmienność E_1 oznacza, że strumień Φ się zmienia. Jeśli jednak przyjmie się, że spadek napięcia na impedancji $R_1 + jX_1$ jest pomijalnie mały, czyli że $E_1 = U_1$, a więc że $\Phi = \text{const}$ i $E_{20} = \text{const}$, to można w sposób przybliżony wyznaczyć charakterystykę mechaniczną silnika z zależności

$$M = \frac{m_2}{\omega_1 \vartheta_u^2} U_1^2 \frac{R_2 s}{R_2^2 + s^2 X_{20}^2} \tag{5.76}$$

Oznaczając

$$\frac{m_2}{\omega_1 \vartheta_n^2} U_1^2 = C \tag{5.77}$$



Rys. 5.8. Charakterystyka mechaniczna maszyny indukcyjnej $M = f(s)$ przy $E_{20} = U_1 = \text{const}$ ($X_1 = 0$, $R_1 = 0$)

otrzymamy

$$M = C\frac{R_2 s}{R_2^2 + s^2 X_{20}^2} \tag{5.78}$$

Przy bardzo małych poślizgach s można w mianowniku pominąć składnik $s^2X_{20}^2$ i wtedy charakterystykę mechaniczną przedstawia równanie liniowe

$$M_1 = \frac{CR_2 s}{R_2^2} \tag{5.79}$$

Przy bardzo dużych poślizgach można w (5.78) pominąć składnik R_2^2 i wtedy charakterystyka wyraża się równaniem hiperboli

$$M_2 = \frac{CR_2}{sX_{20}^2} \tag{5.80}$$

Wyznaczmy poślizg, przy którym krzywe momentów M_1 i M_2 (rys. 5.8) przecinają się, czyli zachodzi równość $M_1 = M_2$, a więc

$$\frac{CR_2 s}{R_2^2} = \frac{CR_2}{sX_{20}^2} \tag{5.81}$$

stąd szukany poślizg

$$s_A = \pm\frac{R_2}{X_{20}} \tag{5.82}$$

przy czym wartość parametru A z rys. 5.8 wyraża się zależnością

$$A = M_{1(s=s_A)} = \frac{C}{X_{20}} \tag{5.83}$$

Krzywe momentu obrotowego mają ekstremum, gdy $\frac{dM}{d_s} = 0$ czyli, gdy

$$\frac{(R_2^2 + s^2X_{20}^2) - 2s^2X_{20}^2}{(R_2^2 + s^2X_{20}^2)^2} = 0 \tag{5.84}$$

wyznaczona stąd wartość s_m, zwana poślizgiem krytycznym lub poślizgiem utyku, wynosi

$$s_m = \pm\frac{R_2}{X_{20}} \tag{5.85}$$

Jak wynika z (5.82) i (5.85), poślizg krytyczny s_m jest równy wartości s_A, wyznaczonej punktem przecięcia się krzywych M_1 i M_2

$$s_m = s_A \tag{5.86}$$

Moment maksymalny, zwany krytycznym, wynosi

$$M_m = M_{(s=s_m)} = \pm\frac{C}{2X_{20}} \tag{5.87}$$

a zatem jego wartość jest równa połowie wartości A (rys. 5.8).

Należy zwrócić uwagę, że moment krytyczny nie zależy od rezystancji obwodu wirnika R_2, natomiast poślizg krytyczny s_m jest zależny liniowo od R_2. Wykorzystanie tych zależności będzie omawiane przy rozpatrywaniu zagadnień rozruchu i regulacji prędkości silników.

Moment znamionowy M_n silnika wyznacza na charakterystyce mechanicznej punkt znajdujący się między $s = 0$ i $s = s_m$. Stosunek momentu maksymalnego M_m do momentu znamionowego nazywa się przeciążalnością silnika λ i wynosi, w zależności od mocy silnika, od 1,6 do 2,5. Poślizg znamionowy s_n wynosi zwykle ok. 0,02 do 0,06, a poślizg krytyczny s_m ok. 0,1 do 0,3.

Z przedstawionej krzywej momentu widać, że silnik ma pewien moment rozruchowy M_k (przy $s = 1$), który jest mniejszy od momentu maksymalnego oraz, że w zakresie od $M = M_n$ do $M = 0$, czyli od prędkości znamionowej do prędkości synchronicznej, zależy w przybliżeniu liniowo od poślizgu.

Stosunek dowolnego momentu (5.78) do momentu maksymalnego (5.87) określa zależność

$$\frac{M}{M_m} = \frac{2R_2 X_{20} s}{R_2^2 + s^2 X_{20}^2} = \frac{2}{\frac{R_2}{X_{20} s} + \frac{X_{20}}{R_2} s} \tag{5.88}$$

Korzystając z (5.85), otrzymujemy związek

$$\frac{M}{M_m} = \frac{2}{\frac{s_m}{s} + \frac{s}{s_m}} \tag{5.89}$$

zwany równaniem Klossa.

Przy bardzo małych poślizgach można we wzorze Klossa pominąć czynnik $\frac{s}{s_m}$ i otrzyma się liniową zależność momentu od poślizgu, przy dużych s można pominąć stosunek $\frac{s_m}{s}$, a wówczas moment jest odwrotnie proporcjonalny do poślizgu.

Dokładniejszą zależność momentu od poślizgu otrzyma się, uwzględniając impedancję stojana. Można tu posłużyć się wzorem (5.75), przy czym w miejsce E_{20}, R_2 i X_{20} należy podstawić odpowiednie wartości przeliczone na stronę stojana, a zamiast m_2 przyjąć m_1. Otrzyma się wówczas

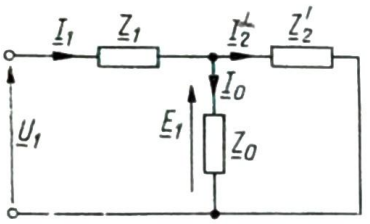
$$M = \frac{m_1}{\omega_1} E_1^2 \frac{R_2' s}{R_2'^2 + s^2 X_{20}'^2} \tag{5.90}$$

Można też posłużyć się układem zastępczym wg rys. 5.3e, na podstawie którego otrzymuje się wyrażenie na moc pola wirującego

$$P_e = m_1 I_2'^2 \frac{R_2'}{s} \tag{5.91}$$

a zatem moment obrotowy

$$M = \frac{m_1}{\omega_1} I_2'^2 \frac{R_2'}{s} \tag{5.92}$$



Rys. 5.9. Układ zastępczy maszyny indukcyjnej

skąd, po podstawieniu wyrażenia na prąd I_2, można otrzymać zależność (5.90). Na podstawie układu zastępczego z rys. 5.9 lub równania napięć (5.24) otrzymujemy

$$\underline{U}_1 = \underline{E}_1 + \underline{I}_1 \underline{Z}_1 \tag{5.93}$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_0 + \underline{I}'_2 = \frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_0} + \frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}'_2} \tag{5.94}$$

gdzie

$$\underline{Z}_1 = R_1 + \mathrm{j} X_1$$

$$\underline{Z}'_2 = \frac{R'_2}{s} + \mathrm{j} X'_{20}$$

$$\underline{Z}_0 = \frac{\mathrm{j} R_{\mathrm{Fe}} X_\mu}{R_{\mathrm{Fe}} + \mathrm{j} X_\mu}$$

Stąd

$$\underline{U}_1 = \underline{E}_1 \left(1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_0} + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}'_2} \right) \tag{5.95}$$

Ponieważ impedancje $\underline{Z}_1$ i $\underline{Z}_0$ nie zawierają poślizgu, wprowadzimy oznaczenie

$$\underline{C}_1 = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_0} \tag{5.96}$$

i otrzymujemy

$$\underline{E}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{C}_1 + \dfrac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}'_2}} = \frac{\underline{U}_1 \underline{Z}'_2}{\underline{Z}_1 + \underline{C}_1 \underline{Z}'_2} \tag{5.97}$$

W maszynach o mocy większej od ok. 1 kW stała $\underline{C}_1$ ma część urojoną bardzo małą, którą można pominąć, przyjmując $\underline{C}_1 = c_1$. W mikromaszynach elektrycznych trzeba uwzględniać w obliczeniach stałą $\underline{C}_1$.

Prąd wirnika wyraża się wzorem

$$\underline{I}'_2 = \frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}'_2} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1 + c_1 \underline{Z}'_2} \tag{5.98}$$

a kwadrat jego wartości skutecznej z (5.92) wyraża zależność:

$$I'^2_2 = \frac{U_1^2}{\left(R_1 + c_1 \dfrac{R'_2}{s} \right)^2 + (X_1 + c_1 X'_{20})^2} \tag{5.99}$$

a więc moment jest określony wzorem

$$M = \frac{m_1}{\omega_1} \frac{U_1^2 \frac{R_2'}{s}}{\left(R_1 + c_1 \frac{R_2'}{s}\right)^2 + (X_1 + c_1 X_{20}')^2} \tag{5.100}$$

Wartość poślizgu krytycznego znajdziemy, przyrównując do zera pochodną momentu względem poślizgu. Otrzymujemy stąd

$$s_m = \pm \frac{c_1 R_2'}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + c_1 X_{20}')^2}} \tag{5.101}$$

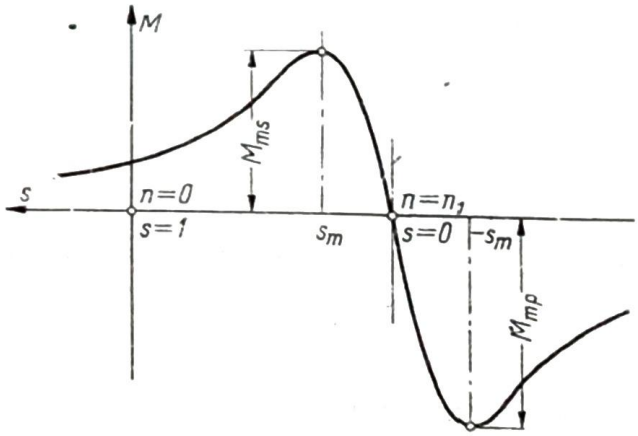
Poślizg krytyczny jest więc i w tym wyrażeniu proporcjonalny do rezystancji obwodu wirnika. Zwykle rezystancja R_1 jest znacznie mniejsza od $X_1 + c_1 X_{20}'$, a więc można tu przyjąć $R_1 \approx 0$; otrzymamy wówczas zależność przybliżoną

$$s_m = \pm \frac{c_1 R_2'}{X_1 + c_1 X_{20}'} \tag{5.102}$$

Podstawiając (5.101) w (5.100), otrzymamy wartość momentu maksymalnego (krytycznego)

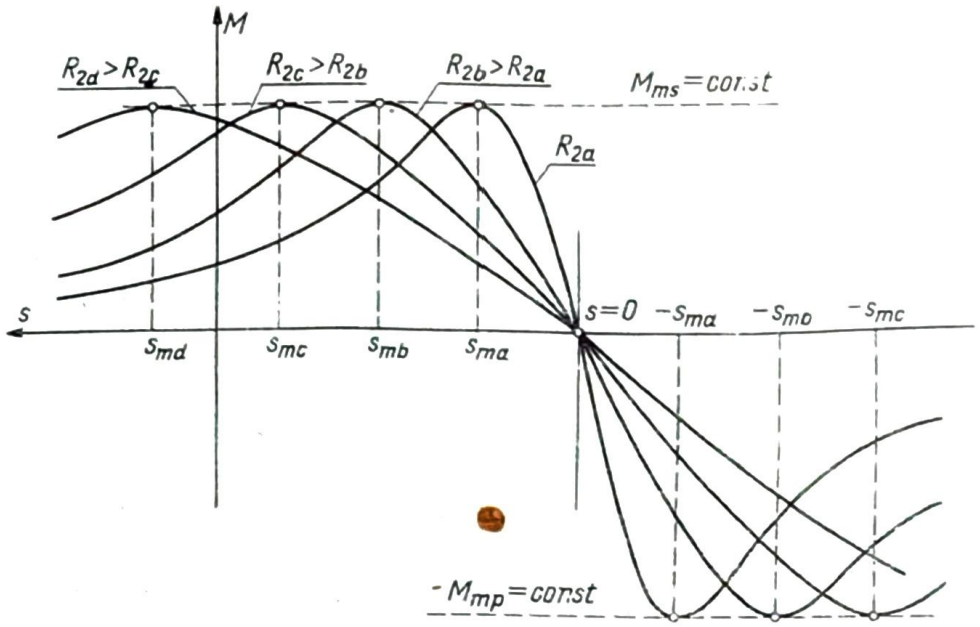
$$M_m = \pm \frac{m_1 U_1^2}{2\omega_1 c_1 [\pm R_1 + \sqrt{R_1^2 + (X_1 + c_1 X_{20}')^2}]} \tag{5.103}$$

Znak *plus* dotyczy wartości momentu przy dodatnim poślizgu s_m (pracy silnikowej lub hamulcowej), znak *minus* momentu przy poślizgu s_m ujemnym (pracy prądnicowej). Jak widać z (5.103) moment maksymalny M_{mp} przy pracy prądnicowej jest większy niż moment maksymalny M_{ms} przy pracy silnikowej (rys. 5.10).



Rys. 5.10. Charakterystyka mechaniczna $M = f(s)$ maszyny indukcyjnej przy uwzględnieniu impedancji stojana ($X_1 \neq 0$, $R_1 \neq 0$)

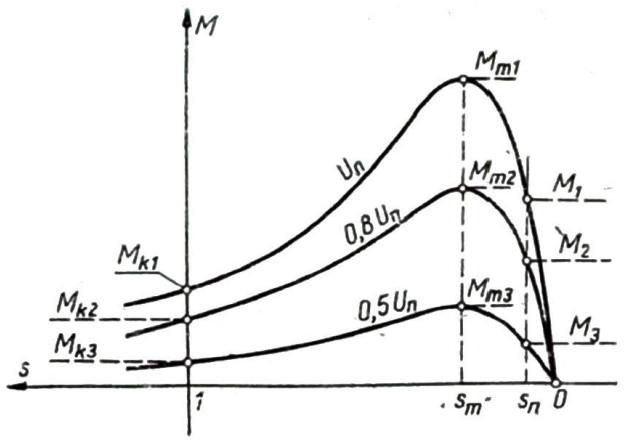
Z przedstawionych zależności wynika, że przy uwzględnieniu impedancji stojana moment maksymalny również nie zależy od rezystancji obwodu wirnika, a poślizg krytyczny jest do tej rezystancji proporcjonalny. Jeśli więc rezystancja R_2



Rys. 5.11. Wpływ rezystancji obwodu wirnika na przebieg charakterystyki mechanicznej maszyny indukcyjnej

zostaje zwiększona, to poślizg krytyczny się zwiększa (rys. 5.11), lecz moment maksymalny pozostaje bez zmiany.

Ze wzoru (5.100) wynika, że moment obrotowy maszyny indukcyjnej jest proporcjonalny do kwadratu napięcia. Jeśli więc napięcie sieci obniży się np. o 20%, czyli gdy wyniesie ono 0,8 U_n, wówczas moment będzie miał $0{,}8^2 = 0{,}64$ wartości przy napięciu znamionowym. W tej proporcji zmniejszą się wartości momentów przy wszystkich prędkościach, a więc również moment rozruchowy, moment maksymalny i moment przy poślizgu znamionowym (rys. 5.12).



Rys. 5.12. Wpływ napięcia na charakterystykę mechaniczną maszyny indukcyjnej

Stosunek momentu maszyny do momentu maksymalnego można określić, korzystając z (5.100) i (5.103). Ponieważ przy $s = s_m$ moment wynosi M_m, otrzymujemy

$$\frac{M}{M_m} = \frac{s_m \left(R_1 + c_1 \frac{R_2'}{s_m}\right)^2 + (X_1 + c_1 X_{20}')^2}{s \left(R_1 + c_1 \frac{R_2'}{s}\right)^2 + (X_1 + c_1 X_{20}')^2} \tag{5.104}$$

Z (5.101) można napisać zależność

$$(X_1 + c_1 X'_{20})^2 = \left(\frac{c_1 R'_2}{s_m}\right)^2 - R_1^2 \tag{5.105}$$

Podstawiając otrzymany związek w (5.104), otrzymujemy

$$\frac{M}{M_m} = \frac{2 + \beta s_m}{\frac{s}{s_m} + \frac{s_m}{s} + \beta s_m} \tag{5.106}$$

gdzie $\beta = \dfrac{2R_1}{c_1 R'_2}$.

Jest to ogólniejsza forma równania Klossa.

Dla dużych silników można przyjąć, że $R_1 = 0$, zatem $\beta = 0$, skąd równanie (5.106) przybierze postać (5.89). Dla małych silników można przyjąć że $R_1 = R'_2$, a wówczas

$$\frac{M}{M_m} = \frac{2 + 2\frac{s_m}{c_1}}{\frac{s}{s_m} + \frac{s_m}{s} + 2\frac{s_m}{c_1}} \tag{5.107}$$

W obliczeniach szacunkowych, gdzie nie jest wymagana duża dokładność, stosuje się najczęściej wzór Klossa w postaci zależności (5.89).

Jeżeli znany jest moment znamionowy i poślizg znamionowy oraz moment maksymalny, to z równania Klossa w postaci wg (5.89)

$$\frac{M_n}{M_m} = \frac{2}{\frac{s_n}{s_m} + \frac{s_m}{s_n}}$$

można łatwo obliczyć wartość s_m. Oznaczając jak poprzednio $\lambda_n = \dfrac{M_m}{M_n}$; otrzymujemy

$$s_m = s_n(\lambda_n + \sqrt{\lambda_n^2 - 1}) \tag{5.108}$$

Z równania Klossa można również obliczyć poślizg przy dowolnym momencie obciążenia M_x

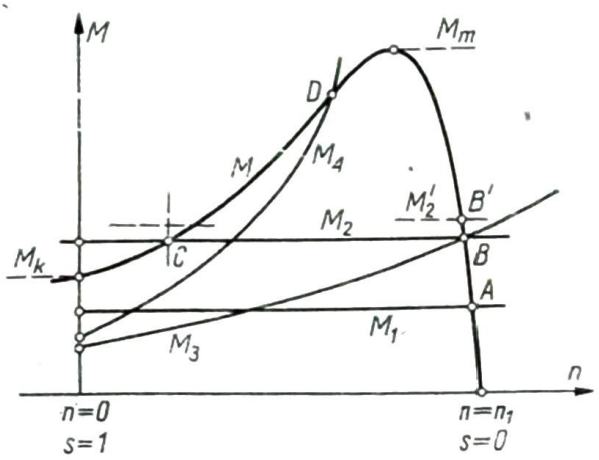
$$s_x = s_m(\lambda_x \pm \sqrt{\lambda_x^2 - 1}) \tag{5.109}$$

gdzie $\lambda_x = \dfrac{M_m}{M_x}$.

Z (5.109) otrzymuje się dwie wartości poślizgu, gdyż jak wynika z przebiegu krzywej momentu obrotowego (rys. 5.10), każdemu momentowi w zakresie od M_{ms} do M_{mp} odpowiadają dwie różne wartości prędkości obrotowych.

5.1.8. Zakres pracy stabilnej na charakterystyce mechanicznej

Jeżeli moment obciążenia silnika M_1 w chwili włączenia go do sieci jest mniejszy od początkowego momentu rozruchowego M_k (rys. 5.13), to wirnik zaczyna się obracać w kierunku wirowania pola magnetycznego.



Rys. 5.13. Rozruch silnika indukcyjnego przy różnych momentach obciążenia

Gdy obciążenie jest stałe w całym zakresie prędkości, to prędkość wzrasta aż do wartości, przy której moment obciążenia jest równy momentowi silnika, czyli do punktu przecięcia się charakterystyki mechanicznej silnika i charakterystyki obciążenia momentem M_1 (punkt A). Wzrost prędkości następuje w okresie rozruchu silnika, zgodnie z ogólnym równaniem dynamiki

$$M - M_1 = J \frac{d\omega}{dt} \tag{5.110}$$

Zatem, gdy $M = M_1$ prędkość jest stała, a gdy $M > M_1$ wirnik zwiększa prędkość.

Jeśli silnik pracuje już w punkcie A, a moment obciążenia wzrośnie do wartości M_2, to prędkość nieco się zmniejszy, poślizg wzrośnie i nowy stan pracy ustali się w punkcie B, gdzie przecina się nowa charakterystyka obciążenia z charakterystyką mechaniczną silnika. Jednak rozruch silnika przy stałym obciążeniu momentem M_2 nie jest możliwy, gdyż przy prędkości równej zeru $M_k < M_2$; silnik tak obciążony nie dokona rozruchu, lecz pozostanie w stanie zwarcia. Gdyby jednak silnik był obciążony np. momentem M_3, to dokonałby rozruchu, a jego prędkość ustaliłaby się w punkcie B. Warunkiem rozruchu jest więc, aby w całym zakresie prędkości od zera do wartości ustalonej, określonej wartością momentu obciążenia, moment silnika był większy od momentu obciążenia.

Przy obciążeniu silnika stałym momentem M_2 prosta M_2 ma z krzywą momentu silnika dwa wspólne punkty: B i C (rys. 5.13). Punkt B jest punktem pracy stabilnej, gdyż w razie jakiejkolwiek chwilowej zmiany charakterystyki silnika lub obciążenia układ wróci ponownie do pracy w punkcie B, jeżeli zniknie przyczyna zmiany charakterystyki. Jeśli np. moment obciążenia chwilowo wzrośnie do wartości M_2', to wirnik zostanie przyhamowany, moment silnika wzrośnie i nowy stan pracy ustali się w punkcie B'. Jeśli moment obciążenia z powrotem zmniejszy się do wartości M_2, to prędkość wzrośnie, moment silnika zmniejszy się i układ powróci do

pracy w punkcie *B*. Tak zachowa się układ przy dowolnym stałym obciążeniu w całym zakresie charakterystyki silnika od $s = 0$ do $s = s_m$; tę część charakterystyki nazywa się częścią stabilną.

Inaczej zachowa się silnik pracujący w punkcie *C*. Jeżeli obciążenie wzrosło, to silnik zmniejszy prędkość. Ale przy mniejszej prędkości moment silnika jeszcze się zmniejsza, a zatem nawet gdy obciążenie powróci do poprzedniej wartości, to silnik zatrzyma się.

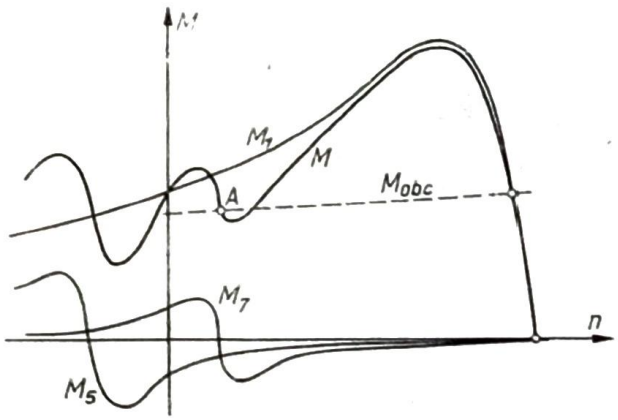
Gdyby rozważyć np. wpływ chwilowego zmniejszenia momentu obciążenia lub chwilowego zwiększenia momentu silnika (np. skutkiem zmiany napięcia lub częstotliwości), to okaże się, że silnik zwiększy prędkość i przejdzie do pracy w punkcie *B*. Zakres charakterystyki od $s = 1$ do $s = s_m$ jest zakresem pracy niestabilnej dla stałych obciążeń.

Gdyby silnik był obciążony momentem zmieniającym się tak jak moment M_4 na rys. 5.13, wówczas praca tego silnika mogłaby być stabilna w punkcie *D* mimo, że znajduje się on w zakresie, gdzie $s > s_m$. O stabilności pracy decyduje nachylenie obu krzywych w punkcie ich przecięcia się. Warunek stabilności można zapisać w postaci:

$$\frac{dM}{dn} < \frac{dM_{obc}}{dn} \tag{5.111}$$

5.1.9. Momenty pasożytnicze

W rozdziale 4.3 wykazano, że prócz podstawowej harmonicznej pola magnetycznego pojawiają się w maszynie trójfazowej wyższe harmoniczne pola rzędu 5, 7, 11, 13 itd. o prędkościach obrotowych określonych wzorami (4.72). Indukują one w obracającym się wirniku napięcia, których częstotliwość zależy od rzędu harmonicznej pola. Napięcia te powodują w wirniku przepływ prądów, wytwarzających odpowiednie momenty obrotowe, zwane asynchronicznymi momentami pasożytniczymi. Krzywe momentów przecinają oś prędkości w punktach odpowiadających prędkościom synchronicznym danego pola (rys. 5.14).

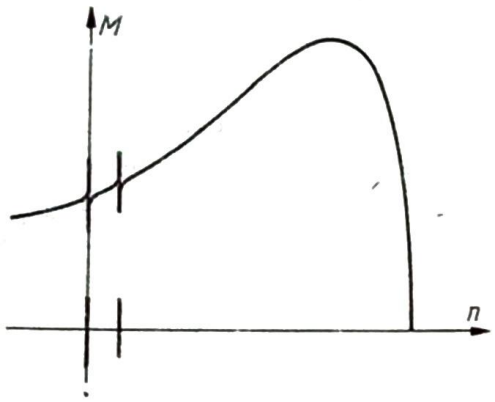


Rys. 5.14. Asynchroniczne momenty pasożytnicze maszyny indukcyjnej

Charakterystyka mechaniczna silnika jest jak widać znacznie odkształcona w porównaniu z przebiegiem momentu od pierwszej harmonicznej pola. W zakresie pracy silnikowej największe zniekształcenie krzywej momentu wywołuje siódma

harmoniczna pola, dając zmniejszenie minimalnego momentu rozruchowego M_{min}, co uniemożliwia rozruch silnika, jeżeli krzywa momentu obciążenia przecina charakterystykę mechaniczną w punkcie A. W zakresie pracy hamulcowej silny wpływ ma piąta harmoniczna momentu.

Prócz momentów asynchronicznych, wywołanych wyższymi harmonicznymi pola, występują też momenty pasożytnicze synchroniczne, wywołane współdziałaniem harmonicznej pola z inną harmoniczną przepływu wirnika. Działanie tych momentów synchronicznych (rys. 5.15) występuje głównie przy bardzo małych prędkościach obrotowych.



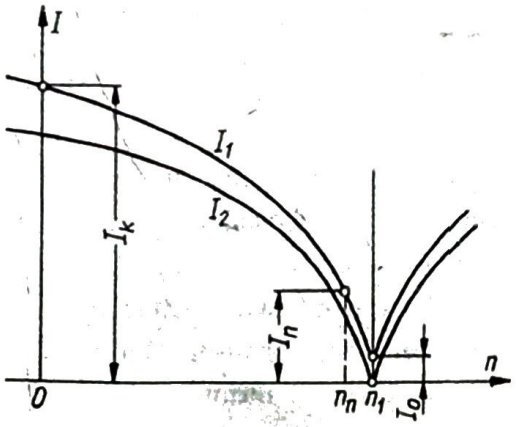
Rys. 5.15. Synchroniczne momenty pasożytnicze maszyny indukcyjnej

Liczby żłobków stojana i wirnika muszą być odpowiednio dobrane, w przeciwnym bowiem razie pojawiają się harmoniczne pola i przepływy żłobkowe, powodujące powstanie momentów obrotowych. Te harmoniczne pól stojana i wirnika mogą dawać również siły promieniowe, w wyniku których powstają drgania będące powodem głośnej pracy silnika. Dla ograniczenia momentów pasożytniczych i zmniejszenia głośności pracy silnika należy odpowiednio dobrać współczynniki uzwojeń i liczbę żłobków stojana i wirnika. Jednym ze skutecznych sposobów zmniejszenia momentów synchronicznych i harmonicznych żłobkowych jest stosowanie skośnych żłobków wirnika.

5.1.10. Zależność prądu od prędkości

Prąd wirnika określa zależność (5.28a)

$$I_2 = \frac{E_{20}\, s}{\sqrt{R_2^2 + X_{20}^2\, s^2}}$$



Rys. 5.16. Zależność prądu stojana i wirnika maszyny indukcyjnej od poślizgu

Przy założeniu że strumień jest stały, otrzymuje się krzywą, która przechodzi przez punkt $s=0$ na osi poślizgów; w zakresie małych poślizgów prąd I_2 rośnie w przybliżeniu liniowo, a przy poślizgach bardzo dużych dąży do wartości $\frac{E_{20}}{X_{20}}$. Przebieg prądu I_2 w funkcji poślizgu ilustruje rys. 5.16.

Ponieważ, zgodnie z (5.36), prąd stojana wyraża się związkiem $\underline{I}_1=\underline{I}'_2+\underline{I}_0$, zatem wobec małej stosunkowo wartości prądu I_0 przebieg prądu stojana I_1 w funkcji poślizgu jest podobny do przebiegu prądu wirnika.

Początkowym prądem rozruchowym silnika indukcyjnego jest prąd przy nieruchomym wirniku. Pomijając gałąź poprzeczną można ten prąd określić zależnością

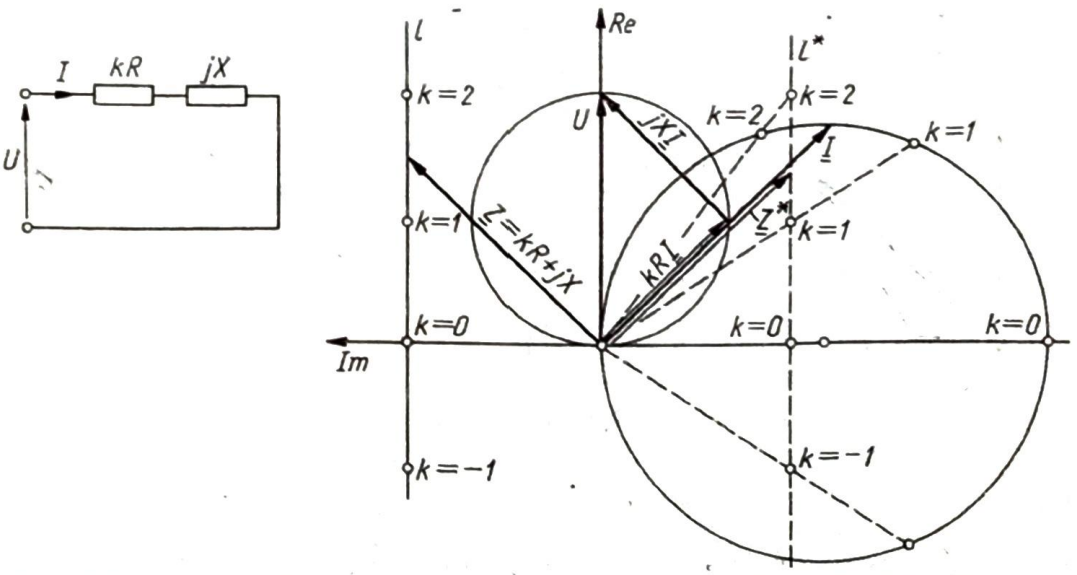
$$I_k=\frac{U_1}{(R_1+R'_2)^2+(X_1+X'_{20})^2} \tag{5.112}$$

Na rys. 5.16. przedstawiono zależność prądu I_2 i I_1 od poślizgu, z zaznaczeniem wartości prądu stanu jałowego I_0 przy $s\approx 0$, początkowego prądu rozruchowego I_k oraz prądu znamionowego I_n.

5.2. WYKRESY MIEJSC GEOMETRYCZNYCH MASZYN INDUKCYJNYCH

5.2.1. Podstawy konstrukcji wykresów miejsc geometrycznych (wykresów kołowych)

Wykresy miejsc geometrycznych maszyn indukcyjnych stanowią wygodną i wielostronną ilustrację ich właściwości ruchowych w całym zakresie prędkości. Przedstawiają one miejsce geometryczne końca wskazu prądu stojana i wirnika, a jednocześnie umożliwiają określenie wartości momentu, mocy pobieranej i oddawanej strat, sprawności i współczynnika mocy w dowolnym stanie pracy. Prostota konstrukcji i obfitość informacji powodują, że wykresy miejsc geometrycznych są często



Rys. 5.17. Wykres miejsc geometrycznych szeregowego układu $\underline{Z}=kR+jX$

stosowane, mimo że w wyniku przyjmowanych założeń upraszczających odczytane z nich wartości są obarczone pewnymi błędami. Wielkość tych błędów zależy od mocy i rodzaju maszyny oraz od tego, jakiego rodzaju założenia upraszczające przyjmuje się przy konstrukcji tych wykresów.

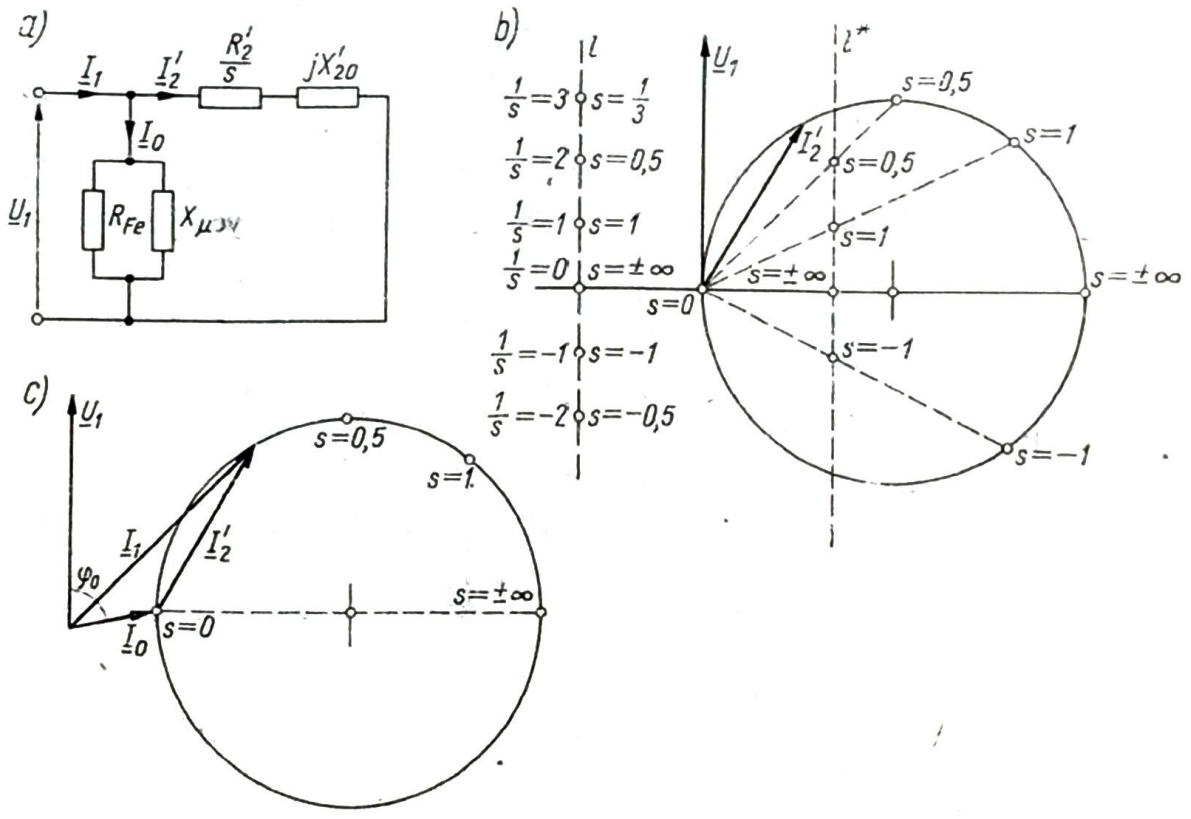
Na wstępie rozpatrzmy układ szeregowy R, X, gdzie reaktancja indukcyjna jest stała, a rezystancja jest liniową funkcją zmiennego parametru k (rys. 5.17). Przy zasilaniu tego układu napięciem przemiennym o stałej amplitudzie (o wartości skutecznej U) i stałej częstotliwości prąd wyraża się związkiem

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{U}{kR + \mathrm{j}X} \tag{5.113}$$

gdzie $\underline{U} = U$ przyjmujemy za wskaz podstawowy.

W układzie współrzędnych na płaszczyźnie liczb zespolonych można wykreślić prostą l, ilustrującą zmianę impedancji $\underline{Z}$ przy zmianie parametru k. Koniec wskazu prądu $\underline{I}$ zatacza okrąg koła, który otrzymuje się przez geometryczną inwersję prostej l^*, sprzężonej względem prostej l, a ilustrującej wartości impedancji $\underline{Z}^* = kR - \mathrm{j}X$, sprzężonej względem impedancji $\underline{Z}$. Wybierając dowolnie promień okręgu inwersji, otrzymujemy okrąg koła prądu $\underline{I}$, na którym każdemu punktowi można przyporządkować wartość parametru k, kreśląc proste przez odpowiednie punkty prostej l.

Górny półokrąg prądu I dotyczy dodatnich wartości parametru k, dolny ujemnych. Przy $k = \pm\infty$ wskaz prądu staje się punktem w początku układu, przy



Rys. 5.18. Uproszczony wykres miejsc geometrycznych maszyny indukcyjnej przy przyjęciu $\underline{Z}_1 = 0$: a) układ zastępczy maszyny; b) wykres kołowy prądów wirnika; c) wykres kołowy prądów stojana

$k = 0$ prąd $\underline{I}$ leży na średnicy okręgu; jest to prąd bierny, określony zależnością $\underline{I} = -\mathrm{j}\frac{U}{X}$.

Na tym samym wykresie wyznacza się spadki napięcia na rezystancji kR i reaktancji X przy zadanej wartości $k = 1{,}5$. Koniec wskazu $kR\underline{I}$ zatacza również okrąg koła.

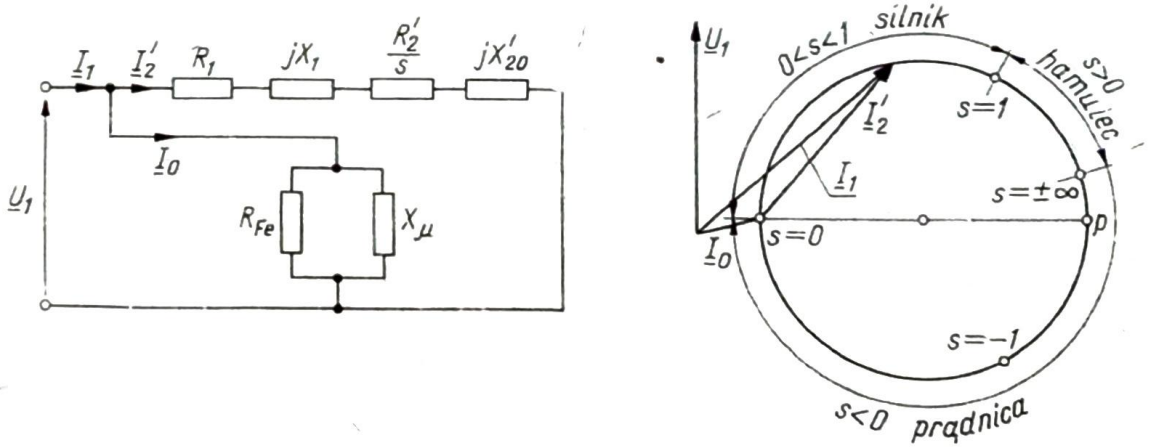
Podobne zagadnienie występuje w maszynie indukcyjnej, gdzie w obwodzie wirnika rezystancja jest funkcją poślizgu (rys. 5.18). Pomijając impedancję stojana ($\underline{Z}_1 = 0$), można napisać, że $\underline{E}_1 = \underline{E}'_{20} = \underline{U}_1 = \text{const}$. Wówczas, prąd wirnika określony wzorem

$$\underline{I}'_2 = \frac{U_1}{\underline{Z}'_2} = \frac{U_1}{\frac{R'_2}{s} + \mathrm{j}\,X'_{20}} \tag{5.114}$$

można przedstawić w postaci okręgu koła (rys. 5.18b), jaki powstaje przez geometryczną inwersję prostej l^*, sprzężonej z prostą l, która ilustruje zmianę impedancji wirnika.

Skala na prostych l i l^* jest dla odwrotności poślizgu liniowa, stąd na okręgu otrzymujemy: punkt $s = 0$ w początku układu współrzędnych oraz $s = \pm\infty$ na końcu średnicy okręgu.

Wyznaczenie prądu stojana przy pominięciu impedancji Z_1 jest bardzo proste, gdyż wielkość I_0 jest stała, a więc można ją wprost dodać do prądu $\underline{I}'_2$. Kreśląc prąd $\underline{I}_0$ (rys. 5.18c), otrzymujemy nowy układ współrzędnych dla prądu $\underline{I}_1$. Suma stałej wartości $\underline{I}_0$ i zmieniającej się po okręgu wartości $\underline{I}'_2$ wyznacza wartość prądu stojana $\underline{I}_1$.



Rys. 5.19. Wykres miejsc geometrycznych maszyny indukcyjnej z uwzględnieniem impedancji $\underline{Z}$ przy założeniu $I_0 = \text{const}$

Wprowadzimy w układzie zastępczym uwzględniającym impedancję stojana uproszczenie, przyjmując że prąd $\underline{I}_0$ jest stały, lecz obwód poprzeczny jest wyprowadzony wprost na zaciski maszyny (rys. 5.19). Wówczas, przy $s = \pm\infty$ prąd I'_2 nie będzie prądem czysto biernym, gdyż w obwodzie pozostaje rezystancja R_1, poza tym okrąg koła będzie nieco mniejszy, ponieważ reaktancja obwodu wynosi teraz $X_1 + X'_{20}$.

Prąd I_2' osiąga maksymalną wartość przy takim poślizgu, gdy $R_2'/s + R_1 = 0$, a zatem gdy w obwodzie występuje tylko reaktancja $X_1 + X_{20}'$

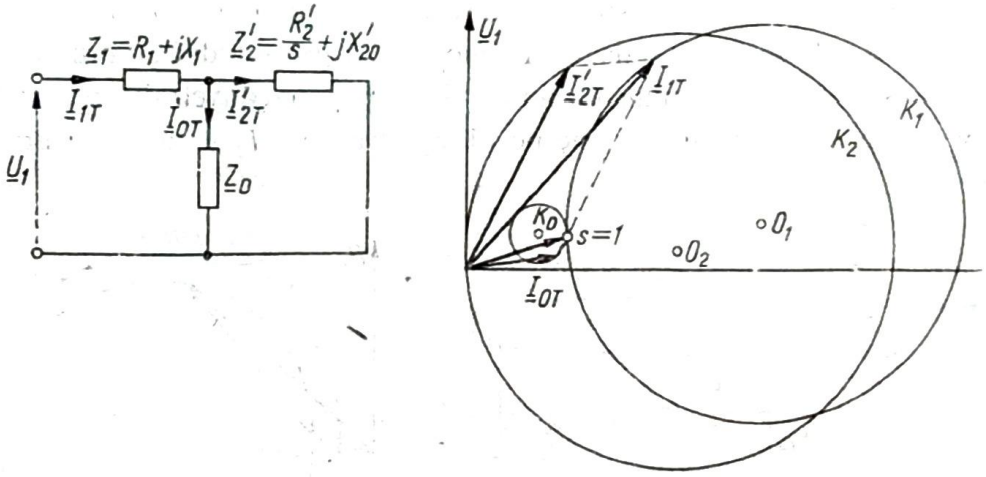
$$I_2' = \frac{U_1}{X_1 + X_{20}'} \tag{5.115}$$

Z warunku $R_2'/s + R_1 = 0$ wynika, że punktowi P leżącemu na końcu średnicy odpowiada pewna ujemna wartość poślizgu.

Z powodu przyjętego uproszczenia otrzymany wykres kołowy nie ilustruje dokładnie zmian wartości prądu w rzeczywistym silniku, przedstawionym w postaci pełnego układu zastępczego. Błędy wynikające z przyjętych założeń upraszczających mają wpływ na wszystkie prądy występujące w układzie zastępczym. Na podstawie analizy i odpowiednich przekształceń układów zastępczych można jednak skonstruować takie wykresy kołowe, w których przynajmniej jeden prąd odpowiada dokładnie prądowi pełnego układu zastępczego.

5.2.2. Ścisły wykres kołowy

Na podstawie pełnego układu zastępczego, zwanego układem T (rys. 5.20a), można wyrazić prądy $\underline{I}_{1T}$, $\underline{I}_{0T}$ i $\underline{I}'_{2T}$ przez parametry maszyny.



Rys. 5.20: Układ zastępczy T maszyny indukcyjnej i wykres kołowy prądów $\underline{I}_{1T}$, $\underline{I}'_{2T}$, $\underline{I}_{0T}$

Z podstawowych zależności

$$\underline{I}'_{2T} = \frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}'_2}; \qquad \underline{I}_{0T} = \frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_0};$$

$$\underline{I}_{1T} = \underline{I}_{0T} + \underline{I}'_{2T} = \underline{E}_1\left(\frac{1}{\underline{Z}_0} + \frac{1}{\underline{Z}'_2}\right)$$

$$\underline{U}_1 = \underline{E}_1 + \underline{I}_{1T}\underline{Z}_1 = \underline{E}_1\left(1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_0} + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}'_2}\right) = \underline{E}_1 \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_0 + \underline{Z}_1\underline{Z}'_2 + \underline{Z}_0\underline{Z}'_2}{\underline{Z}_0\underline{Z}'_2}$$

wynika, że

$$\underline{I}_{1T} = \underline{U}_1 \frac{\underline{Z}_0 + \underline{Z}'_2}{\underline{Z}_1\underline{Z}_0 + \underline{Z}_1\underline{Z}'_2 + \underline{Z}_0\underline{Z}'_2} \tag{5.116}$$

$$\underline{I}_{0T} = \underline{U}_1 \frac{\underline{Z}'_2}{\underline{Z}_1\underline{Z}_0 + \underline{Z}_1\underline{Z}'_2 + \underline{Z}_0\underline{Z}'_2} \tag{5.117}$$

$$\underline{I}'_{2T} = \underline{U}_1 \frac{\underline{Z}_0}{\underline{Z}_1\underline{Z}_0 + \underline{Z}_1\underline{Z}'_2 + \underline{Z}_0\underline{Z}'_2} \tag{5.118}$$

Ponieważ impedancja $\underline{Z}'_2$ jest funkcją poślizgu, prądy można wyrazić przez stałe wielkości zespolone, zależne od parametrów układu zastępczego i przez poślizg, który jest parametrem zmiennym

$$\underline{I}_{1T} = \frac{\underline{A}_1 + \underline{B}_1 s}{\underline{C} + \underline{D}s} \tag{5.119}$$

$$\underline{I}_{0T} = \frac{\underline{A}_0 + \underline{B}_0 s}{\underline{C} + \underline{D}s} \tag{5.120}$$

$$\underline{I}'_{2T} = \frac{\underline{B}_2 s}{\underline{C} + \underline{D}s} \tag{5.121}$$

gdzie

$$\underline{A}_1 = \underline{A}_0 = R'_2 \tag{5.122}$$

$$\underline{B}_1 = \underline{Z}_0 + \mathrm{j}\, X'_{20}; \qquad \underline{B}_0 = \mathrm{j}\, X'_{20}; \qquad \underline{B}_2 = \underline{Z}_0 \tag{5.123}$$

$$\underline{C} = (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_0) R_2; \qquad \underline{D} = \underline{Z}_1\underline{Z}_0 + (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_0)\mathrm{j}\, X'_{20} \tag{5.124}$$

Wykresami funkcji określających prądy $\underline{I}_{1T}$, $\underline{I}_{0T}$ i $\underline{I}'_{2T}$ w układzie T są na płaszczyźnie liczb zespolonych okręgi kół K_1, K_0 i K_2, przy czym tylko okrąg K_2 przechodzi przez początek układu współrzędnych (rys. 5.20). Konstrukcja takich wykresów jest oparta na znajomości parametrów układu zastępczego, na podstawie których, korzystając z zależności (5.135) do (5.137), należy dla każdego okręgu obliczyć wartości $\underline{A}$, $\underline{B}$, $\underline{C}$ i $\underline{D}$, a z nich wyznaczyć parametry:

wskaz $\underline{S}$ wyznaczający środek okręgu

$$\underline{S} = \frac{\underline{A}\underline{D}^* - \underline{B}\underline{C}^*}{\underline{C}\underline{D}^* - \underline{D}\underline{C}^*} \tag{5.125}$$

promień okręgu (dla $s = 0$)

$$\underline{R} = \frac{\underline{C}\underline{B} - \underline{D}\underline{A}}{\underline{C}\underline{D}^* - \underline{D}\underline{C}^*} \tag{5.126}$$

promień wodzący (wskaz jednostkowy obrotowy)

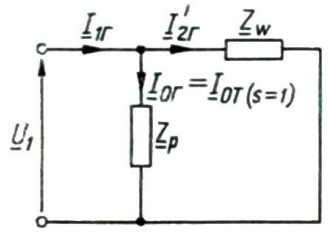
$$\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi} = \frac{\underline{C}^* + \underline{D}^* s}{\underline{C} + \underline{D}s} \tag{5.127}$$

Wyznaczone parametry umożliwiają wykreślenie okręgów kół i przyporządkowanie każdemu punktowi na okręgu odpowiedniej wartości poślizgu.

Konstrukcja ścisłych wykresów kołowych jest bardzo pracochłonna i w związku z tym nie jest stosowana. Ponadto, z powodu przyjmowanych założeń upraszczających (założenie stałości parametrów układu zastępczego) wartości odczytane z wykresów zawierają dość znaczne błędy i dlatego też raczej korzysta się z uproszczonych wykresów kołowych, mających postać jednego okręgu, gdzie błędy są tego samego rzędu, a sposób rysowania i interpretacji znacznie łatwiejszy.

5.2.3. Uproszczone wykresy kołowe

Aby sprowadzić wykres kołowy do jednego okręgu przyjmiemy założenie upraszczające polegające na tym, że traktujemy okrąg koła K_0 jako punkt, czyli zakładamy stałość prądu $\underline{I}_0$. Niech to będzie prąd, który występuje w układzie T przy $s = 0$. W ten sposób uproszczenie nie będzie miało dużego wpływu na wyniki przy prędkościach bliskich prędkości synchronicznej.

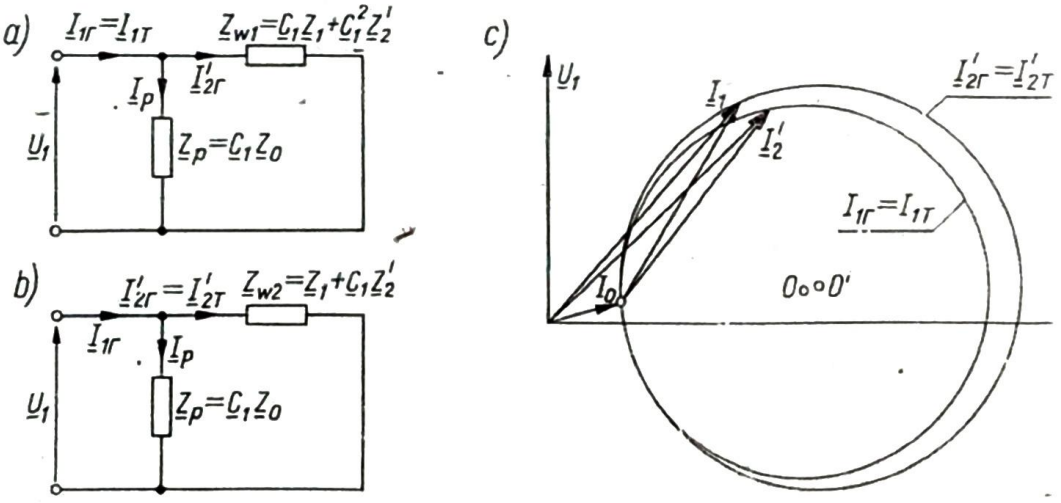


Rys. 5.21. Układ zastępczy Γ maszyny indukcyjnej

Przyjęte założenie odpowiada wyniesieniu na zaciski impedancji poprzecznej $\underline{Z}_p$ tak dobranej, aby płynął przez nią prąd $\underline{I}_{0\Gamma} = \underline{I}_{0T(s=0)}$ (rys. 5.21). W gałęzi podłużnej zostaje impedancja $\underline{Z}_w$. Przedstawiony na rysunku układ zastępczy maszyny nazywa się układem Γ (gamma).

Ponieważ musi być spełniony warunek $\underline{I}_{1\Gamma} = \underline{I}_{0\Gamma} + \underline{I}'_{2\Gamma}$, więc można dobrać impedancję $\underline{Z}_w$ tylko tak, aby albo zachodziła równość prądów stojana $\underline{I}_{1\Gamma} = \underline{I}_{1T}$ albo równość prądów wirnika $\underline{I}'_{2\Gamma} = \underline{I}'_{2T}$.

Obie te równości nie mogą być spełnione jednocześnie, gdyż prąd $\underline{I}_{0\Gamma}$ zawiera błąd (przy $s \neq 0$), wynikający z przyjętych założeń upraszczających.



Rys. 5.22. Układy zastępcze Γ i uproszczone wykresy kołowe maszyny indukcyjnej

Z warunku $\underline{I}_{0\Gamma} = \underline{I}_{0T(s=0)}$ wynika, że

$$\underline{Z}_p = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_0 = \underline{Z}_0\left(1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_0}\right) = \underline{C}_1 \underline{Z}_0 \tag{5.128}$$

gdzie $\underline{C}_1 = 1 + \underline{Z}_1/\underline{Z}_0$.

Określmy wartość impedancji $\underline{Z}_w$ przy założeniu, że prąd stojana w układzie Γ ma być taki sam, jak prąd stojana w układzie T. Tę wartość impedancji oznaczymy symbolem $\underline{Z}_{w1}$ (rys. 5.22a). Ponieważ na podstawie rys. 5.21

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1 - \underline{U}_1}{\underline{Z}_{w1}} + \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_p} \tag{5.129}$$

to uwzględniając (5.116) i (5.128) otrzymujemy dla warunku $\underline{I}_{1\Gamma} = \underline{I}_{1T}$

$$\frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_{w1}} + \frac{\underline{U}_1}{\underline{C}_1 \underline{Z}_0} = \underline{U}_1 \frac{\underline{Z}_0 + \underline{Z}'_2}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_0 + \underline{Z}_1 \underline{Z}'_2 + \underline{Z}_0 \underline{Z}'_2} \tag{5.130}$$

stąd zaś

$$\underline{Z}_{w1} = \underline{C}_1 \underline{Z}_1 + \underline{C}_1^2 \underline{Z}'_2 \tag{5.131}$$

Podobnie, zakładając że wartość $\underline{Z}_w$ (oznaczona symbolem $\underline{Z}_{w2}$ — rys. 5.22b) ma spełniać warunek, by prądy wirnika w układzie Γ i w układzie T były sobie równe ($\underline{I}'_{2\Gamma} = \underline{I}'_{2T}$), otrzymujemy na podstawie rys. 5.21 i wzoru (5.131)

$$\frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_{w2}} = \underline{U}_1 \frac{\underline{Z}_0}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_0 + \underline{Z}_1 \underline{Z}'_2 + \underline{Z}_0 \underline{Z}'_2} \tag{5.132}$$

skąd

$$\underline{Z}_{w2} = \underline{Z}_1 + \underline{C}_1 \underline{Z}'_2 \tag{5.133}$$

Przy dwóch różnych założeniach otrzymujemy zatem dwa różne układy zastępcze (rys. 5.22). W każdym z nich jeden z prądów (stojana lub wirnika) jest przy każdym poślizgu równy odpowiedniemu prądowi pełnego układu zastępczego.

Częściej korzysta się z wykresu kołowego, na którym prąd stojana jest odwzorowany dokładnie. Taki wykres otrzymuje się również na podstawie pomiarów maszyny.

5.2.4. Sporządzenie wykresu kołowego na podstawie pomiarów; bilans mocy

Istnieje wiele metod sporządzania wykresu kołowego na podstawie pomiarów maszyny. Zwykle stosuje się w tym celu pomiary stanu jałowego i stanu zwarcia.

Dla wyznaczenia na okręgu punktu odpowiadającego poślizgowi $s = 0$ należałoby napędzać maszynę z prędkością synchroniczną. Moc elektryczna pobierana przez silnik byłaby mocą strat w rdzeniu stojana i strat w miedzi stojana. Ponieważ napędzanie maszyny jest często kłopotliwe, korzysta się z pomiarów stanu jałowego przy pracy silnikowej. Prąd bierny pobierany z sieci jest w stanie jałowym praktycznie taki sam jak przy pracy synchronicznej, natomiast składowa czynna prądu i moc są w stanie jałowym większe z powodu strat mechanicznych. Jeśli więc

od mocy stanu jałowego odejmie się moc strat mechanicznych, to otrzyma się moc strat w rdzeniu i miedzi stojana. Ponieważ składowa czynna prądu jest mała w porównaniu z prądem magnesującym, dla uproszczenia można przyjąć, że zmierzony prąd stanu jałowego jest równy prądowi przy prędkości synchronicznej.

Z pomiaru stanu jałowego można obliczyć prąd I_{0i} dla pracy synchronicznej przy założeniu, że prąd magnesujący jest stały

$$I_{0i} = \sqrt{(I_0 \sin \varphi_0)^2 + \left(I_0 \cos \varphi_0 \frac{P_0 - \Delta P_{mech}}{P_0}\right)^2} \tag{5.134}$$

Po podstawieniu $\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{\sqrt{3} U_1 I_0}$ oraz $\sin \varphi_0 = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_0}$ otrzymuje się

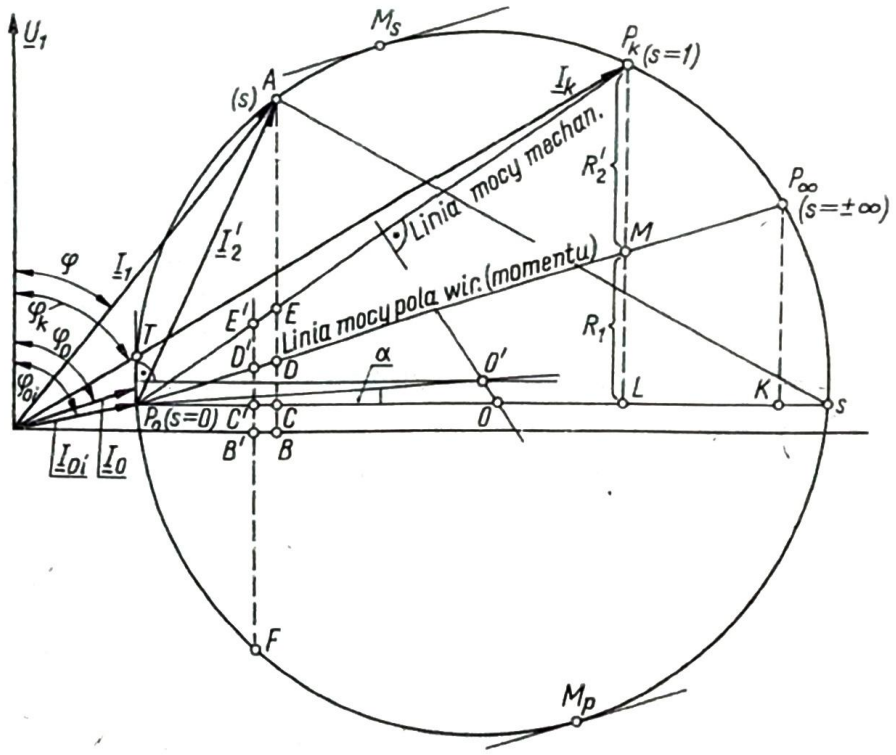
$$I_{0i} = \sqrt{I_0^2 - \Delta P_{mech} \frac{2P_0 - \Delta P_{mech}}{3U_1^2}} \tag{5.135}$$

$$\cos \varphi_{0i} = \frac{P_0 - P_{mech}}{\sqrt{3} U_1 I_0} \tag{5.136}$$

Z pomiaru zwarcia można obliczyć współczynnik mocy

$$\cos \varphi_k = \frac{P_k}{\sqrt{3} U_1 I_k} \tag{5.137}$$

W powyższych zależnościach U_1 jest napięciem międzyprzewodowym.



Rys. 5.23. Wykres kołowy maszyny indukcyjnej, otrzymany z pomiarów stanu jałowego i stanu zwarcia

Jeżeli pomiar zwarcia nie może być przeprowadzony przy napięciu znamionowym, to wykonuje się go przy napięciu obniżonym U_p i przelicza się zmierzony prąd I_p do wartości napięcia znamionowego

$$I_k = I_p \frac{U_1}{U_p} \tag{5.138}$$

Otrzymuje się w ten sposób dwa punkty okręgu: I_{0i} przy $s = 0$ oraz I_k przy $s = 1$ (rys. 5.23). Środek okręgu koła leży na symetralnej odcinka łączącego końce wskazów prądu I_{0i} i I_k. Aby wyznaczyć środek okręgu stosuje się różne metody w zależności od wielkości silnika. Dla dużych silników można wykreślić poziomą wprost z końca wskazu I_{0i}; otrzymany stąd punkt przecięcia z wykreśloną uprzednio symetralną wyznacza środek okręgu 0. Dla małych silników wykreśla się z końca I_{0i} prostą pod kątem α do prostej poziomej, przy czym można przyjąć, że

$$\sin\alpha = \frac{2I_0 R_1}{U_f} \tag{5.139}$$

Na przecięciu tej prostej z wykreśloną uprzednio symetralną otrzymuje się środek okręgu.

Dla małych silników można też posłużyć się inną konstrukcją, polegającą na tym, że rysując pionową z końca wskazu I_{0i}, otrzymujemy w punkcie przecięcia tej prostej ze wskazem prądu zwarcia punkt T, który można uważać za leżący na szukanym okręgu. Odpowiednia symetralna umożliwia znalezienie środka okręgu O'. Różne metody wyznaczania środka okręgu dają wyniki zbliżone, ale nie identyczne.

Zakres pracy od $s = 0$ do $s = 1$ w górnej części okręgu jest zakresem silnikowym. Przy poślizgu s punkt A na okręgu wyznacza prąd stojana oraz kąt φ. W tym stanie pracy moc czynną pobieraną z sieci reprezentuje w odpowiedniej skali odcinek $\overline{AB}$, natomiast odcinek $\overline{BC}$ jest miarą strat w rdzeniu. Punkt $s = \infty$ musi znajdować się na prawo od punktu $s = 1$. W punkcie tym $R_2'/s = 0$, cała moc pobierana z sieci jest sumą w rdzeniu i w miedzi stojana (moc pola wirującego jest tu równa zeru), a zatem odcinek $\overline{P_\infty K}$ jest miarą strat w miedzi stojana przy $s = \pm\infty$. W punkcie P_k silnik jest nieruchomy, więc nie oddaje mocy mechanicznej, z czego wynika, że odcinek $\overline{P_k L}$ jest miarą sumy strat w miedzi stojana i wirnika przy $s = 1$. Uwzględniając powyższe dwie zależności dotyczące odcinków $\overline{P_k L}$ i $\overline{P_\infty K}$, dokonujemy podziału mocy pobranej w dowolnym punkcie A. Przyjmując, że $\overline{P_0 S}$ jest średnicą okręgu oraz że $I_1 \approx I_2' \approx I$, możemy zapisać następującą zależność

$$\frac{\overline{P_0 C}}{\overline{P_0 A}} = \frac{\overline{P_0 A}}{\overline{P_0 S}} \tag{5.140}$$

skąd

$$\overline{P_0 C} = (\overline{P_0 A})^2 \overline{P_0 S} \tag{5.141}$$

czyli że $\overline{P_0 C}$ jest proporcjonalne do kwadratu prądu, a zatem do strat w miedzi. Przecięcie $\overline{P_0 P_k}$ i $\overline{P_0 P_\infty}$ z $\overline{AB}$ daje punkty E i D. Z trójkątów prostokątnych wynikają równości

$$\overline{DC} = \overline{P_0 C}\,\frac{\overline{P_\infty K}}{\overline{P_0 K}} \tag{5.142}$$

$$\overline{EC} = \overline{P_0 C}\,\frac{\overline{P_k L}}{\overline{P_0 L}} \tag{5.143}$$

skąd wniosek, że $\overline{DC}$ jest miarą mocy strat w miedzi stojana, a $\overline{EC}$ miarą strat w miedzi stojana i wirnika, czyli że $\overline{ED}$ jest miarą strat w miedzi wirnika. $\overline{EA}$ reprezentuje więc moc mechaniczną, a $\overline{DA}$ moc pola wirującego, a zatem w innej skali moment obrotowy. Prostą P_0P_k nazywa się stąd prostą mocy mechanicznej, a prostą P_0P_∞ — prostą momentu lub mocy pola wirującego.

Punkt P_∞ można wyznaczyć na podstawie przedstawionych zależności, kreśląc z punktu P_0 prostą przez punkt M, który dzieli $\overline{P_k L}$ w proporcji strat mocy ΔP_{Cu1} i ΔP_{Cu2}. Dla stanu zwarcia można przyjąć $I_{1k} = I'_{2k}$, a więc

$$\frac{\Delta P_{Cu1}}{\Delta P_{Cu2}} = \frac{I_{1k}^2 R_1}{I_{2k}'^2 R_2'} \approx \frac{R_1}{R_2'} \tag{5.144}$$

W silnikach klatkowych nie można zmierzyć R_2, a więc nie ma podstawy do wyznaczenia punktu M. Przyjmuje się więc, że $R_1 = R_2'$, czyli dzieli się $\overline{P_k L}$ na połowę. W silnikach pierścieniowych można zmierzyć R_2, skąd można obliczyć R_2'.

Ponieważ

$$R_2' = \frac{m_1}{m_2}\left(\frac{w_1 k_{u1}}{w_2 k_{u2}}\right)^2 R_2 \tag{5.145}$$

więc należy zmierzyć przekładnię napięciową jako stosunek napięć fazowych stojana U_1 i wirnika E_{20} przy rozwartym obwodzie wirnika

$$\frac{U_1}{E_{20}} = \frac{w_1 k_{u1}}{w_2 k_{u2}} \tag{5.146}$$

Zilustrowany dla pracy silnikowej w punkcie A bilans mocy obowiązuje również dla pracy hamulcowej (w zakresie od P_k do P_∞) oraz dla pracy prądnicowej (w zakresie od P_0 do P_∞, w dolnej części okręgu). Np. dla punktu F otrzymujemy przy pracy prądnicowej moc pobieraną ujemną (odcinek $\overline{B'F}$), czyli że maszyna oddaje do sieci moc elektryczną, pobiera zaś moc mechaniczną (odcinek $\overline{E'F}$), większą od mocy elektrycznej o straty w rdzeniu ($\overline{B'C'}$), miedzi stojana ($\overline{C'D'}$) i wirnika ($\overline{D'E'}$).

5.2.5. Skala poślizgu; wykresy momentu i prądów

Aby określić wartość interesujących nas wielkości (prądu, mocy, momentu, strat), należy przyporządkować każdemu punktowi okręgu odpowiednią wartość poślizgu.

W zastępczych układach Γ prądy wyrażają się związkami

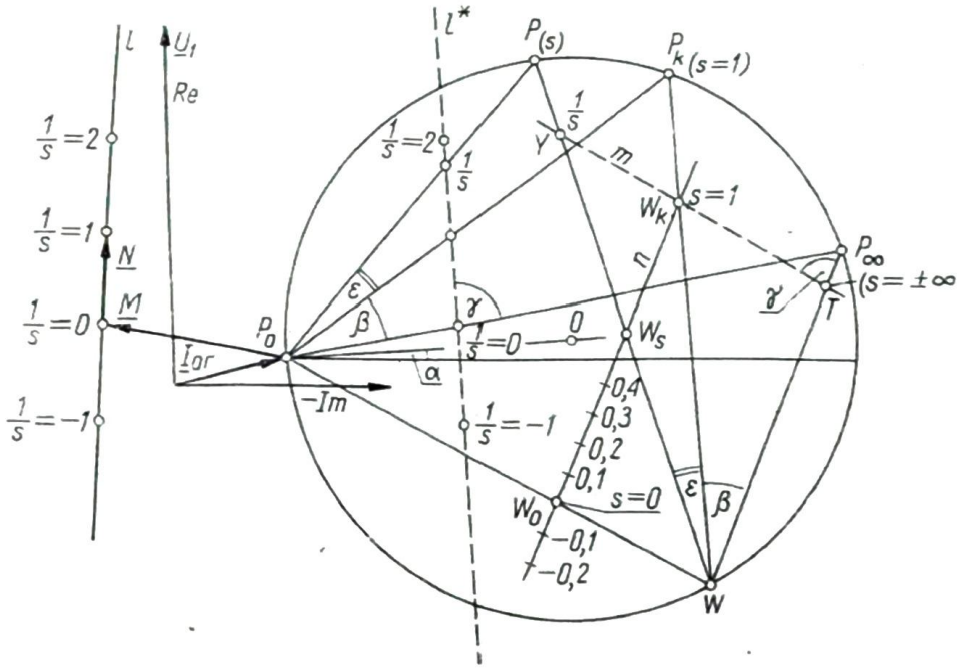
$$\underline{I}_2' = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_w} \tag{5.147}$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_p} + \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_w} = \underline{I}_{0\Gamma} + \underline{I}_2' \tag{5.148}$$

Wystarczy zatem określić poślizgi dla okręgu prądu $\underline{I}_2'$ ponieważ okrąg prądu $\underline{I}_1$ jest ten sam, tylko przesunięty o stałą wielkość $\underline{I}_{0\Gamma}$. Zarówno w układzie dla ścisłego prądu $\underline{I}_1$ jak też w układzie dla ścisłego prądu $\underline{I}_2'$ impedancje $\underline{Z}_{w1}$ i $\underline{Z}_{w2}$ wyrażają się, jak wynika z (5.131) i (5.133), wzorem

$$\underline{Z}_w = \underline{M} + \frac{1}{s}\underline{N} \tag{5.149}$$

gdzie $\underline{M}$ jest impedancją $\underline{Z}_w$ przy $s = \infty$, a $\underline{N}$ jest wielkością $\underline{C}_1^2 R_2'$ dla $\underline{Z}_{w1}$ oraz $\underline{C}_1 R_2'$ dla $\underline{Z}_{w2}$. Grot wskazu $\underline{Z}_w$ ślizga się po prostej l (rys. 5.24), która ma zatem liniową skalę odwrotności poślizgu. Również na prostej l^* (sprzężonej z prostą l) skala odwrotności poślizgu jest liniowa.



Rys. 5.24. Skala poślizgu wykresu kołowego maszyny indukcyjnej

Wykreślmy z dowolnego punktu W na okręgu linie łączące go z punktami P_∞, P_0, P_k i P. Z dowolnego punktu W_k na $\overline{WP_k}$ narysujemy proste równoległe do $\overline{WP_\infty}$ i $\overline{WP_0}$. Na otrzymanej prostej m otrzymujemy liniową skalę odwrotności poślizgu, co wynika z równości kątów oznaczonych odpowiednio γ, β i ε. Przyporządkujmy punktom W_0 i W_k na prostej n wartości poślizgów $s = 0$ i $s = 1$ zgodnie z tym, że proste z punktu W, poprowadzone do punktów P_0 i P_k ($s = 0$ i $s = 1$), przecinają prostą n w punktach W_0 i W_k.

Ponieważ zachodzi zależność

$$\frac{\overline{TY} - \overline{TW_k}}{\overline{W_0W_k} - \overline{W_0W_s}} = \frac{\overline{TY}}{\overline{WT}} \tag{5.150}$$

więc podstawiając $\overline{TY} = a\frac{1}{s}$, $\overline{TW_k} = a$, $\overline{W_0W_k} = \overline{WT} = b$, otrzymujemy

$$\frac{a\frac{1}{s} - a}{b - \overline{W_0 W_s}} = \frac{a\frac{1}{s}}{b} \tag{5.151}$$

skąd

$$\overline{W_0 W_s} = bs \tag{5.152}$$

Wynika stąd, że na prostej n równoległej do $\overline{WP}_\infty$ skala poślizgu jest liniowa. Wybór punktu W, a także usytuowanie prostej n jest dowolne, byle spełniała ona warunek równoległości do odcinka $\overline{WP}_\infty$.

Z rys. 5.24 i wzorów (5.149), (5.131) i (5.133) wynika, że odcinek $\overline{P_0O}$ jest odchylony od prostej poziomej o kąt α, przy czym dla $\underline{Z}_{w1}$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\operatorname{Im}(\underline{C}_1^2)}{\operatorname{Re}(\underline{C}_1^2)} \tag{5.153}$$

a dla $\underline{Z}_{w2}$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\operatorname{Im}(\underline{C}_1)}{\operatorname{Re}(\underline{C}_1)} \tag{5.154}$$

gdzie, wg (5.128)

$$\underline{C}_1 = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_0} = 1 + \frac{R_1 + \mathrm{j}X_1}{R_0 + \mathrm{j}X_0} = 1 + \frac{R_1R_0 - X_1X_0}{R_0^2 + X_0^2} + \mathrm{j}\frac{R_0X_1 + R_1X_0}{R_0^2 + X_0^2}$$

Z wykresu kołowego, w którym każdemu punktowi okręgu możemy przyporządkować odpowiednią wartość poślizgu, można sporządzić m. in. wykres momentu w funkcji prędkości. Moment rozruchowy otrzymuje się dla $s = 1$, moment maksymalny przy pracy silnikowej i prądnicowej znajduje się przez wykreślenie stycznych do okręgu, a równoległych do linii momentu (punkty M_s i M_p na rys. 5.23).

Przebieg prądu w funkcji poślizgu, wyznaczony z wykresu kołowego, jest zgodny z krzywymi przedstawionymi na rys. 5.16. Prąd osiąga najmniejszą wartość przy poślizgu $s \approx 0$. Przebieg prądu, podobnie jak momentu, nie jest symetryczny względem osi $s = 0$. Do wykresów kołowych konstruuje się również skale sprawności i współczynnika mocy. Wartości uzyskane z wykresów kołowych zawierają pewne błędy, gdyż nie uwzględniają zjawiska wypierania prądu, zmian strat w rdzeniu, zmian nasycenia obwodu magnetycznego, strat dodatkowych i wielu innych czynników.

Aby odmierzone z wykresu odcinki wyrazić w odpowiednich miarach, należy znać skalę mocy i momentu dla przyjętej skali prądów. Jeżeli przyjmiemy

$$1\ A = a_i\ \text{mm} \tag{5.155}$$

to

$$1\ \text{mm} = \frac{1}{a_i}\ A \tag{5.156}$$

$$1 \text{ mm} = \sqrt{3}U \frac{1}{a_i} = a_p \quad \text{W} \tag{5.157}$$

$$1 \text{ mm} = \frac{9{,}55}{n_1} a_p = a_m \quad \text{N} \cdot \text{m} \tag{5.158}$$

5.3. ROZRUCH SILNIKÓW INDUKCYJNYCH

5.3.1. Rozruch silnika pierścieniowego

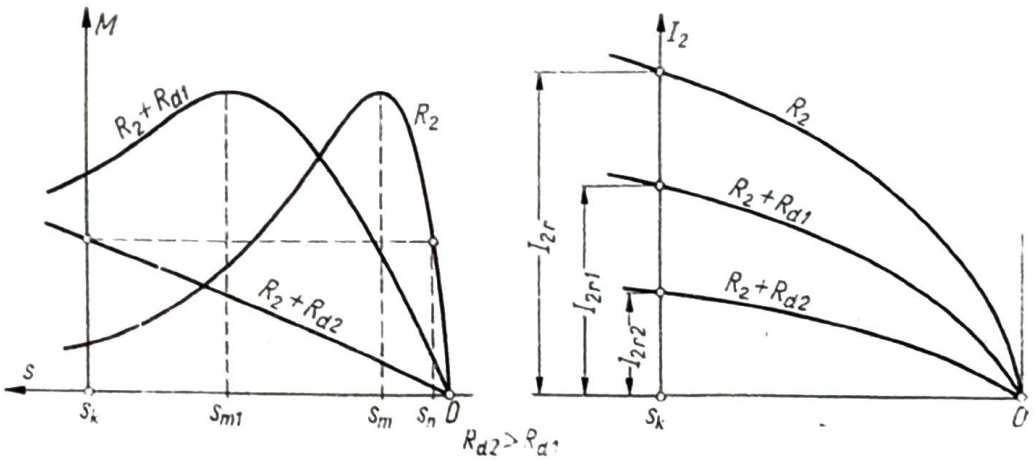
Rozruchem maszyny nazywamy stan pracy od chwili włączenia napięcia do osiągnięcia przez maszynę ustalonej prędkości, określonej parametrami zasilania (napięciem i częstotliwością) i parametrami obciążenia.

W silniku indukcyjnym pierścieniowym można przez włączenie w obwód wirnika dodatkowych rezystancji zmieniać przebieg charakterystyki mechanicznej.

Charakterystykę silnika bez żadnych dodatkowych elementów i przy znamionowych parametrach zasilania nazywa się charakterystyką naturalną, inne charakterystyki określa się nazwą sztucznych.

Silnik pierścieniowy jest z reguły tak skonstruowany, że jego charakterystyka naturalna jest stroma w części stabilnej (od $s = 0$ do $s = s_m$), a wartość początkowego momentu rozruchowego M_k (przy $s = 0$) jest dość mała, znacznie mniejsza od wartości znamionowej. Jednocześnie początkowy prąd rozruchowy jest 5 do 8 razy większy od prądu znamionowego. Stwarza to szczególnie niedogodne warunki rozruchu, gdy silnik zostanie bezpośrednio włączony do sieci. Jeżeli w obwód wirnika włączy się dodatkową rezystancję, to charakterystyka ulega zmianie w ten sposób, że poślizg krytyczny s_m rośnie przy zachowaniu stałej wartości momentu maksymalnego, zwiększa się tym samym początkowy moment rozruchowy, a jednocześnie maleje prąd wirnika (rys. 5.25) i prąd rozruchowy silnika.

W chwili uruchomienia silnika włącza się w obwód wirnika maksymalną rezystancję urządzenia rozruchowego, zwanego rozrusznikiem. Dla założonej



Rys. 5.25. Przebieg momentu i przebieg prądu wirnika silnika indukcyjnego pierścieniowego w zależności od rezystancji dodatkowej w obwodzie wirnika

wartości początkowego momentu rozruchowego można obliczyć wartość potrzebnej rezystancji rozrusznika na podstawie pełnego wzoru (5.100) na moment obrotowy

$$M = \frac{m_1}{\omega_1} U_1^2 \frac{\dfrac{R_2'}{s}}{\left(R_1 + c_1 \dfrac{R_2'}{s}\right)^2 + (X_1 + c_1 X_{20}')^2}$$

Jeżeli przy włączeniu rezystancji R_d początkowy moment rozruchowy (przy $s = s_k = 1$) ma być taki sam, jak moment na charakterystyce naturalnej przy poślizgu s, to musi zachodzić równość

$$\frac{\dfrac{R_2'}{s}}{\left(R_1 + c_1 \dfrac{R_2'}{s}\right)^2 + (X_1 + c_1 X_{20}')^2} = \frac{\dfrac{R_2' + R_d'}{s_k}}{\left(R_1 + c_1 \dfrac{R_2' + R_d'}{s_k}\right)^2 + (X_1 + c_1 X_{20}')^2} \tag{5.159}$$

skąd

$$\frac{R_2'}{s} = \frac{R_2' + R_d'}{s_k} \tag{5.160}$$

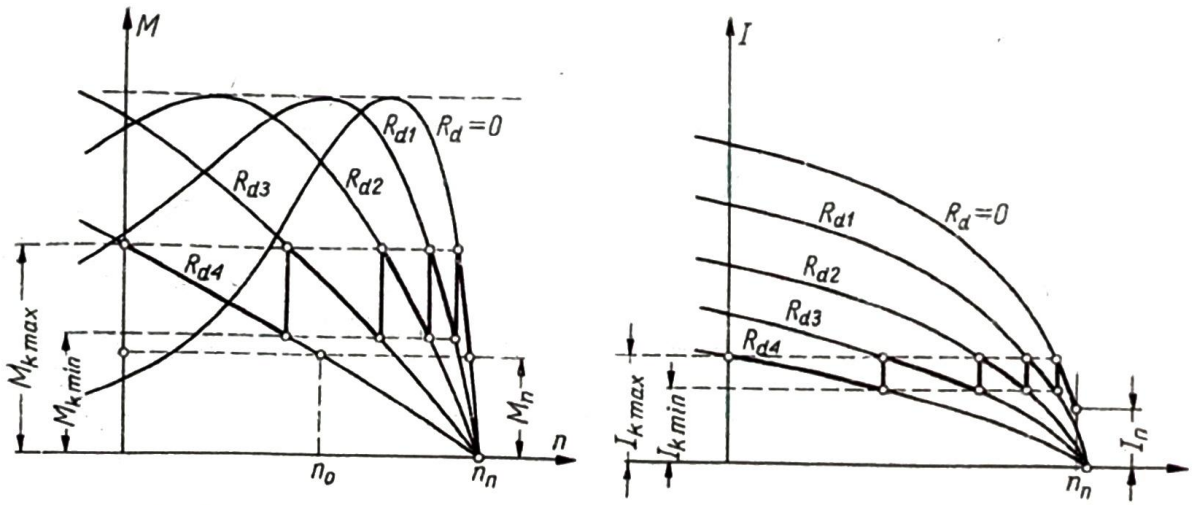
Po przeliczeniu rezystancji R_2' i R_d' na rzeczywiście występujące w wirniku rezystancje R_2 i R_d otrzymujemy

$$\frac{R_2}{s} = \frac{R_2 + R_d}{s_k} \tag{5.161}$$

Ponieważ $s_k = 1$

$$R_d = \frac{R_2}{s} - R_2 = R_2 \frac{1-s}{s} \tag{5.162}$$

Jak wynika z rys. 5.25, w okresie rozruchu charakterystyka ma przebieg bardzo zbliżony do linii prostej; przy tak obliczonej rezystancji rozrusznika otrzymuje się żądany moment rozruchowy o niezbyt wielkim prądzie rozruchowym.



Rys. 5.26. Przebiegi momentu rozruchowego i prądu rozruchowego silnika indukcyjnego pierścieniowego przy rozruchu za pomocą rozrusznika

Po włączeniu w obwód wirnika dużej rezystancji rozrusznika moment silnika maleje w miarę wzrostu prędkości (rys. 5.25). Jeśli silnik jest obciążony np. stałym momentem znamionowym M_n (rys. 5.26), to przy włączonej rezystancji R_{d4} osiągnąłby ustaloną prędkość n_0, znacznie mniejszą od znamionowej. Dla uzyskania prawidłowego rozruchu należy stopniowo zmniejszać rezystancję R_d do wartości R_{d3}, R_{d2} itd., przez co przechodzi się na następne charakterystyki, aż wreszcie na charakterystykę naturalną, na której silnik osiąga prędkość znamionową. Zwykle rezystancje na poszczególnych stopniach rozruchowych dobiera się tak, aby w okresie rozruchu moment zmieniał się na każdym stopniu od wartości $M_{k\max}$ do $M_{k\min}$ lub prąd od $I_{k\max}$ do $I_{k\min}$ (rys. 5.26b).

Przy obliczaniu rezystancji rozrusznika zwykle zakłada się, że charakterystyki mechaniczne na tej części, gdzie dokonuje się rozruchu, mają przebieg liniowy. Szczegółowe omówienie sposobu obliczenia rezystancji poszczególnych stopni rozrusznika dla różnych warunków rozruchu wchodzi w zakres problematyki „napędu elektrycznego".

5.3.2. Rozruch silnika klatkowego

Silniki indukcyjne klatkowe małej i średniej mocy włącza się zwykle bezpośrednio na pełne napięcie sieci. Trzeba się jednak liczyć z tym, że silnik pobiera przy rozruchu znaczny prąd (zwykle 4 do 7 razy większy od znamionowego), wskutek czego mogą wystąpić w sieci zasilającej spadki napięcia utrudniające rozruch silnika i szkodliwe dla innych odbiorników zasilanych z tej samej sieci. Dlatego maksymalna moc silników, jakie można włączać bezpośrednio do sieci, jest ograniczona przez odpowiednie przepisy zakładów energetycznych.

Ponieważ początkowy moment rozruchowy silnika klatkowego nie jest duży (często mniejszy od momentu znamionowego), rozruch bezpośredni jest stosowany zwykle wówczas, gdy uruchamianie silnika odbywa się bez obciążenia lub gdy charakterystyka mechanizmu obciążającego (np. wentylatora) daje małe obciążenie przy małych prędkościach. Przy włączeniu silnika do sieci prąd rozruchu może spowodować pewien spadek napięcia, charakterystyka mechaniczna silnika ulega obniżeniu i gdy silnik jest obciążony może nie ruszyć z miejsca.

Jeżeli ze względu na moc silnika i rodzaj sieci jest to możliwe, należy stosować bezpośredni rozruch ze względu na prostotę obsługi.

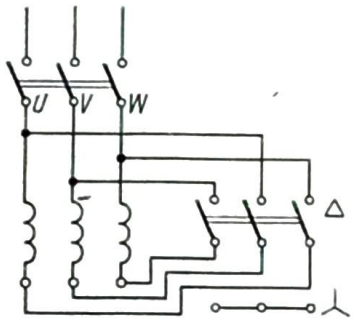
W przypadku rozruchu bez obciążenia i gdy konieczne jest zmniejszenie prądu rozruchowego, stosuje się obniżenie napięcia zasilania silnika przy rozruchu. Można to przeprowadzić trzema sposobami:

— przez zasilanie silnika z transformatora obniżającego napięcie,
— przez włączenie rezystancji w szereg z uzwojeniem stojana,
— przez zastosowanie przełącznika gwiazda-trójkąt.

Obniżenie napięcia zasilającego silnik przy użyciu specjalnego transformatora stosowane jest tylko wyjątkowo, gdy nie mogą być stosowane prostsze i tańsze sposoby rozruchu. Zwykle stosuje się do tego autotransformatory ze względu na ich mniejszy koszt w porównaniu z transformatorami dwuuzwojeniowymi. Prąd rozruchowy silnika jest proporcjonalny do napięcia zasilania jednak trzeba się

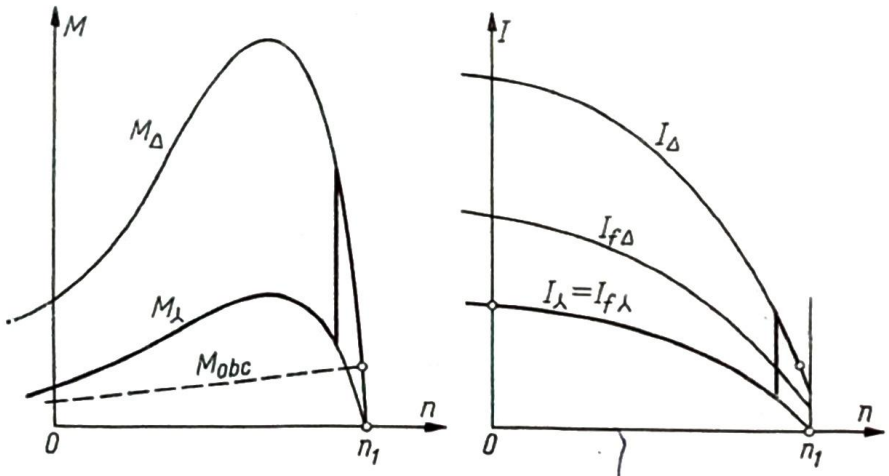
jeszcze liczyć z tym, że autotransformator pobiera dodatkowo z sieci prąd magnesujący.

Włączenie rezystancji rozruchowej szeregowo w obwód stojana może być traktowane jako zwiększenie całkowitej impedancji silnika, co powoduje zmniejszenie prądu rozruchowego. Jednocześnie następuje spadek napięcia na włączonej rezystancji i maleje napięcie na zaciskach silnika, a zatem maleje moment rozruchowy silnika. W miarę wzrostu prędkości prąd silnika zmniejsza się, wskutek czego maleje spadek napięcia na rezystancji rozruchowej i napięcie na zaciskach silnika wzrasta. Po dojściu silnika do prędkości bliskiej wartości znamionowej poszczególne elementy rozrusznika zwiera się. Niekiedy stosuje się rozruszniki o niesymetrycznym układzie elementów.



Rys. 5.27. Układ połączeń silnika indukcyjnego klatkowego z przełącznikiem gwiazda-trójkąt

Rozruch za pomocą tzw. przełącznika gwiazda-trójkąt (rys. 5.27) jest bardzo prostym i często stosowanym sposobem uruchomiania silników klatkowych. Jeżeli silnik w normalnych warunkach pracy jest połączony w trójkąt, to przełączając go na czas rozruchu w gwiazdę, obniżamy napięcie fazowe $\sqrt{3}$ razy. Tym samym moment silnika zmniejsza się 3-krotnie (jest proporcjonalny do kwadratu



Rys. 5.28. Moment i prąd silnika indukcyjnego przy rozruchu za pomocą przełącznika gwiazda-trójkąt

napięcia fazowego), prąd fazowy zaś zmniejsza się $\sqrt{3}$ razy (rys. 5.28). Ponieważ w układzie gwiazda prąd fazowy jest jednocześnie prądem przewodowym, a w układzie trójkąt prąd przewodowy jest $\sqrt{3}$ razy większy od prądu fazowego, więc w układzie gwiazda prąd pobierany z sieci (przewodowy) jest 3-krotnie mniejszy od prądu

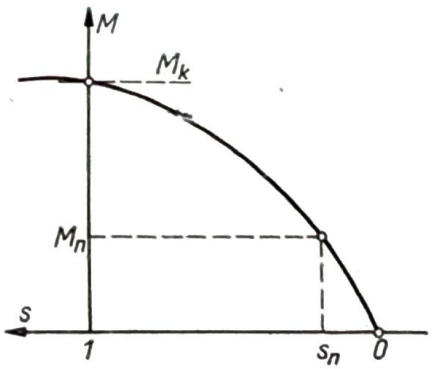
pobieranego w układzie trójkąt. Z powodu zmian nasycenia stali zarówno prąd przewodowy jak moment maleją nieco więcej niż 3-krotnie.

Należy podkreślić że rozruch przy użyciu przełącznika gwiazda-trójkąt może być stosowany tylko do silników, których napięcie zasilania jest równe napięciu znamionowemu przy przełączeniu w trójkąt. Jeśli np. napięcie znamionowe silnika wynosi 380/220 V, to silnik może w warunkach znamionowych pracować albo połączony w gwiazdę przy zasilaniu z sieci o napięciu międzyprzewodowym 380 V, albo połączony w trójkąt przy zasilaniu z sieci o napięciu międzyprzewodowym 220 V. Rozruch przełącznikiem gwiazda-trójkąt może być tu zastosowany tylko przy zasilaniu z sieci o napięciu 220 V. Jeżeli chce się dokonać rozruchu tą metodą przy zasilaniu z sieci o napięciu międzyprzewodowym 380 V to jest potrzebny silnik, którego napięcie znamionowe wynosi 380 V w układzie połączeń w trójkąt. Niektóre silniki mają w tym przypadku podane na tabliczce napięcie znamionowe $\curlywedge/\Delta$ — 660/380 V; na silnikach nowszych konstrukcji pisze się tylko Δ — 380 V.

Niekiedy stosowany jest rozruch za pomocą przełącznika gwiazda-trójkąt z włączaniem dodatkowych rezystancji w położeniu pośrednim pomiędzy połączeniem w gwiazdę i połączeniem w trójkąt dla zmniejszenia prądów, jakie występują w chwili przełączania układu.

Rozruch przy napięciu obniżonym przez łączenie silnika w gwiazdę jest jak wynika z wykresu na rys. 5.28 możliwy tylko wówczas gdy odbywa się bez obciążenia.

Jeżeli rozruchu silnika klatkowego dokonuje się przy obciążeniu i konieczny jest duży moment rozruchowy, to można stosować silnik o zwiększonej rezystancji uzwojenia wirnika. Można np. tak dobrać rezystancję wirnika, aby maksymalny moment występował przy $s = 1$ a nawet przy $s > 1$. Wówczas rozruch odbywa się tak, jak w silniku pierścieniowym przy włączeniu dodatkowej rezystancji w obwód wirnika, a więc przy niezbyt dużym prądzie rozruchowym. Jednak charakterystyka



Rys. 5.29. Charakterystyka mechaniczna silnika indukcyjnego dźwigowego (o zwiększonym poślizgu)

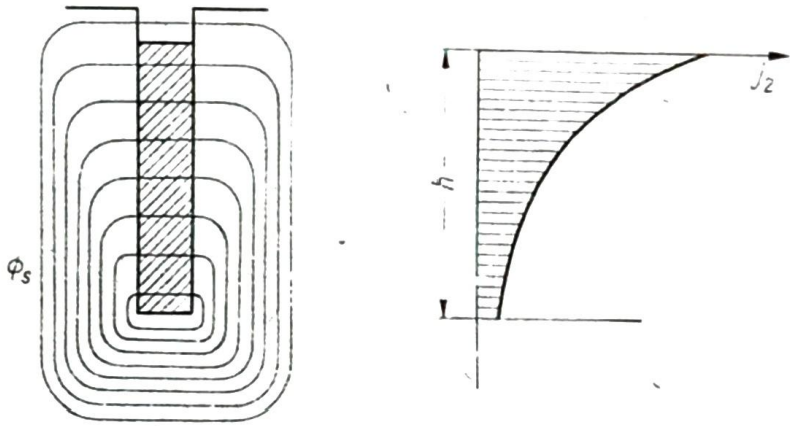
mechaniczna takiego silnika (rys. 5.29) przebiega dość płasko, więc poślizg znamionowy i straty w wirniku w warunkach znamionowych są duże, a zatem sprawność silnika jest mała.

Silniki te stosuje się tam, gdzie wymagany jest duży moment rozruchowy, rozruch występuje często, a praca przy obciążeniu nie trwa długo. Przykładem tego

rodzaju napędu jest praca dźwigów; silniki o zwiększonej rezystancji wirnika i uzyskanym w ten sposób dużym momencie rozruchowym są określane nazwą silników dźwigowych.

5.3.3. Rozruch z wykorzystaniem zjawiska wypierania prądu

Zalety silnika klatkowego stanowią: prosta budowa i związana z tym duża pewność ruchu, niski koszt oraz łatwość obsługi, wady natomiast — mały moment rozruchowy przy dużym prądzie. Silniki pierścieniowe mają przy włączonej dodatkowej rezystancji duży moment rozruchowy i mniejszy prąd rozruchowy, ale są znacznie droższe i trudniejsze w eksploatacji. Rozwiązaniem kompromisowym, łączącym do pewnego stopnia zalety silnika klatkowego i pierścieniowego, są silniki głębokożłobkowe i dwuklatkowe.



Rys. 5.30. Rozkład strumienia rozproszonego i gęstości prądu w pręcie wirnika głębokożłobkowego

Silnik głębokożłobkowy ma wirnik o prętach, których wysokość jest znacznie większa niż szerokość (rys. 5.30).

Jeżeli przez taki pręt umieszczony w żłobku płynie prąd przemienny, to powstaje strumień magnetyczny rozproszenia żłobkowego Φ_s, którego każda linia przechodzi tylko raz przez żłobek. Jak widać z rys. 5.30, dolne warstwy pręta są skojarzone ze znacznie większym strumieniem rozproszenia niż warstwy górne, ponieważ mamy tu do czynienia z niesymetrycznym ośrodkiem magnetycznym. W związku z tym dolne warstwy pręta, znajdujące się u spodu żłobka, mają znacznie większą reaktancję niż warstwy górne. Różnica ta jest szczególnie duża przy dużej częstotliwości wirnika, a więc przy dużych wartościach poślizgu. Przy rozruchu silnika o wartości prądu decyduje przede wszystkim reaktancja i dlatego prąd płynie głównie górną warstwą pręta, a nie równomiernie przez cały przekrój; rozkład gęstości prądu wzdłuż wysokości pręta ilustruje rys. 5.30. Zjawisko to jest znane z podstaw elektrotechniki pod nazwą naskórkowości lub wypierania prądu.

W przewodniku kołowym umieszczonym w jednolitym ośrodku magnetycznym wypieranie prądu powoduje, że gęstość prądu jest większa w zewnętrznej warstwie tego przewodnika. W wirniku o głębokich żłobkach, ze względu na niesymetrię magnetyczną, gęstość prądu jest duża u góry, a mała u dołu pręta.

Wypieranie prądu powoduje pozorne zmniejszenie przekroju pręta dla przepływu prądu, a więc zwiększenie jego rezystancji. Można też interpretować zjawisko w ten sposób, że przy przepływie pewnego prądu straty w pręcie są większe, gdy rozkład gęstości jest nierównomierny, w porównaniu ze stratami gdy prąd rozpływa się jednakowo w całym przekroju, a zatem następuje tutaj jak gdyby zwiększenie rezystancji uzwojenia wirnika.

Przy prędkości bliskiej prędkości synchronicznej poślizg jest mały, więc zarówno częstotliwość prądu wirnika jak i reaktancja wirnika są małe. Zjawisko wypierania prądu w tym stanie pracy praktycznie nie występuje, prąd płynie równomiernie przez cały przekrój pręta, wskutek czego rezystancja jest znacznie mniejsza niż przy rozruchu. Osiąga się więc tu taki sam efekt, jak w silniku pierścieniowym, mianowicie zwiększenie rezystancji przy rozruchu, powodujące zwiększenie momentu i zmniejszenie prądu rozruchowego. Przy pracy znamionowej rezystancja jest mała, co zapewnia mały poślizg znamionowy, małe straty w uzwojeniu wirnika i dobrą sprawność silnika.

Jednocześnie ze zmianą rezystancji zmienia się reaktancja rozproszenia wirnika. Przy dużym poślizgu prąd wirnika jest duży, a poza tym strumień rozproszenia żłobkowego skupiony jest prawie wyłącznie u dołu żłobka, następuje więc duże nasycenie obwodu magnetycznego, reluktancja dla strumienia rozproszonego jest duża, a w związku z tym reaktancja mała. Przy małych poślizgach, gdy prąd jest znacznie mniejszy i płynie przez cały przekrój pręta, maleje nasycenie obwodu magnetycznego i rośnie reaktancja rozproszenia wirnika.

Ponieważ zjawisko wypierania prądu zachodzi tylko w części uzwojenia znajdującej się w żłobku, a nie dotyczy części czołowej uzwojenia, wystającej poza żłobek i znajdującej się w powietrzu, można przyjąć, że rezystancja i reaktancja rozproszenia wirnika wyrażają się zależnościami

$$R_2 = k_R R_{2ż} + R_{2p} \tag{5.163}$$

$$X_2 = k_X X_{2ż} + X_{2p} \tag{5.164}$$

gdzie $R_{2ż}$, R_{2p}, $X_{2ż}$ i X_{2p} oznaczają odpowiednio rezystancje i reaktancje części żłobkowych i części znajdujących się w powietrzu przy równomiernym rozpływie prądu w prętach.

Współczynniki k_R i k_X uwzględniają wpływ wypierania prądu na rezystancję i reaktancję żłobkowej części uzwojenia. Z przeprowadzonych rozważań wynika, że $k_R \geqslant 1$, a $k_X \leqslant 1$. Pełne wzory określające wartości współczynników k_R i k_X mają postać

$$k_R = \xi \frac{\operatorname{sh} 2\xi + \sin 2\xi}{\operatorname{ch} 2\xi - \cos 2\xi} \tag{5.165}$$

$$k_X = \frac{3}{2\xi} \frac{\operatorname{sh} 2\xi - \sin 2\xi}{\operatorname{ch} 2\xi - \cos 2\xi} \tag{5.166}$$

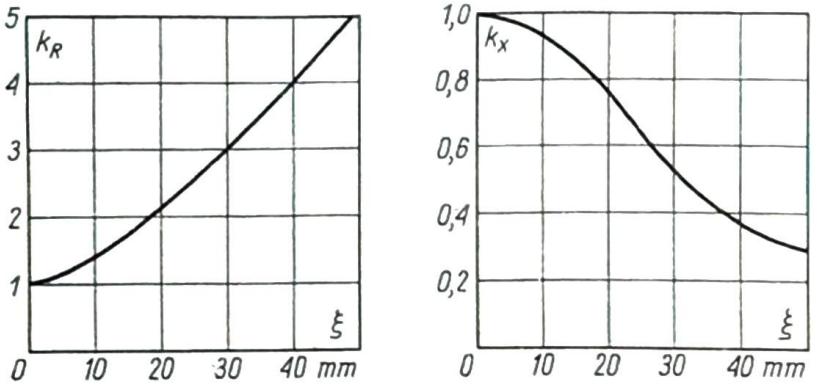
gdzie ξ jest to tzw. zredukowana wysokość przewodnika, wynosząca

$$\xi = \frac{h}{100} \sqrt{\pi f_2 \mu \gamma} \tag{5.167}$$

przy czym: h — wysokość pręta, f_2 — częstotliwość wirnika, μ — przenikalność magnetyczna materiału pręta wirnika, γ — przewodność materiału pręta.

Przyjmując dla pręta miedzianego $\gamma = 55 \cdot 10^6$ $1/\Omega \cdot \mathrm{m}$, $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m, $f_2 = f_1 s$ oraz $f_1 = 50$ Hz, otrzymuje się

$$\xi_{Cu} = h\sqrt{s} \tag{5.168}$$



Rys. 5.31. Zależność współczynników k_R i k_X od zredukowanej wysokości pręta

Przy $s = 1$ zredukowana wysokość pręta miedzianego ξ_{Cu} jest więc równa rzeczywistej wysokości h. Przebieg współczynników k_R i k_X, określony wzorami (5.165) i (5.166), ilustruje rys. 5.31. Przy $\xi \geqslant 20$ mm można te współczynniki określić przybliżonymi wzorami

$$k_R = 0{,}1\xi \tag{5.169}$$

$$k_X = \frac{30}{2\xi} \tag{5.170}$$

Z przebiegu krzywych na rys. 5.31 widać, że k_R wzrasta, a k_X maleje praktycznie dopiero od $\xi = 15$ mm, a więc przy $s = 1$ zjawisko wypierania prądu występuje w silnikach o prętach miedzianych dopiero przy $h \geqslant 15$ mm. Aby zachować potrzebny przekrój pręta musi być odpowiednio dobrana jego wysokość. Stosunek wysokości do szerokości pręta wynosi zwykle 15 do 20. Przy poślizgu znamionowym, np. $s = 0{,}04$, zredukowana wysokość pręta wynosi

$$\xi = h\sqrt{s} = h\sqrt{0{,}04} = 0{,}2h \tag{5.171}$$

a więc dla $\xi = 15$ mm byłoby $h = 75$ mm. Oznacza to, że wypieranie prądu przy poślizgu znamionowym następowałoby dopiero przy wysokości pręta wynoszącej 75 mm. Zwykle pręty w silnikach głębokożłobkowych są niższe, a więc praktycznie przy pracy znamionowej zjawisko wypierania prądu nie występuje.

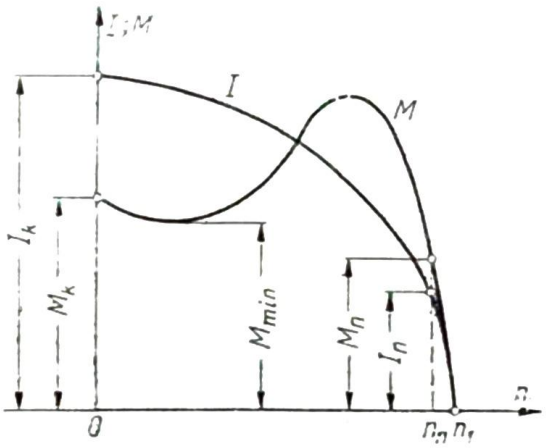
Dla wirników o prętach odlanych z aluminium otrzymuje się na podstawie (5.167)

$$\xi_{Al} = \xi_{Cu}\sqrt{\frac{\gamma_{Al}}{\gamma_{Cu}}} \tag{5.172}$$

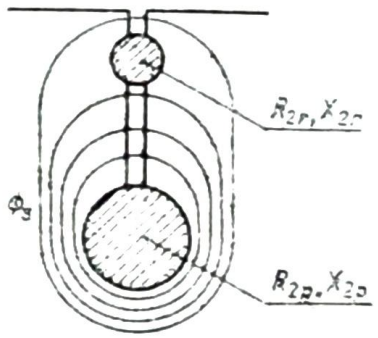
czyli można przyjąć

$$\xi_{Al} = 0{,}8h\sqrt{s} \tag{5.173}$$

Na rys. 5.32 przedstawiony jest przykładowy przebieg momentu i prądu w funkcji poślizgu silnika głębokożłobkowego. Początkowy moment rozruchowy M_k tego typu silnika wynosi zwykle od 1,2 do 1,8 wartości momentu znamionowego.



Rys. 5.32. Przebieg momentu i prądu rozruchowego w funkcji poślizgu silnika indukcyjnego głębokożłobkowego



Rys. 5.33. Rozkład strumienia rozproszonego w wirniku dwuklatkowym

Często w krzywej momentu występuje charakterystyczne siodło, powodujące, że minimalny moment rozruchowy jest mniejszy od początkowego momentu rozruchowego. Początkowy prąd rozruchowy nie przekracza zwykle 4-krotnej wartości prądu znamionowego.

Do silników indukcyjnych, gdzie wykorzystuje się zjawisko wypierania prądu, należą również silniki wieloklatkowe, spośród których najczęściej stosuje się silniki dwuklatkowe.

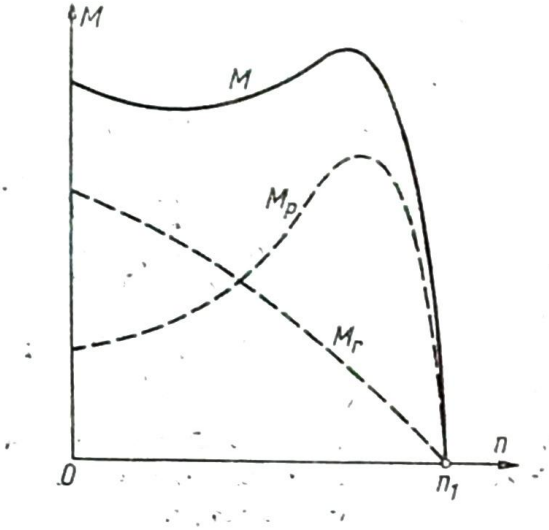
W wirniku o dwóch klatkach (rys. 5.33), klatka zewnętrzna nazywa się rozruchową, a wewnętrzna roboczą lub klatką pracy. Obydwie klatki mogą być zwarte pierścieniami albo niezależnymi albo wspólnymi dla obu klatek. Klatka zewnętrzna, mająca mały przekrój, ma dużą rezystancję R_{2r}, klatka wewnętrzna ma większy przekrój, a więc małą rezystancję R_{2p}.

Jeżeli przez pręty klatek płynie prąd, to wokół prętów powstają strumienie rozproszone. Ze względu na ukształtowanie obwodu magnetycznego, wokół wewnętrznej klatki zamknie się dużo linii pola, a wokół zewnętrznej znacznie mniej, gdyż dla strumienia zamykającego się wokół wewnętrznej klatki reluktancja jest mała natomiast znacznie większa dla strumienia obejmującego klatkę zewnętrzną. Wynika stąd że reaktancja rozproszenia X_{2p} klatki pracy (wewnętrznej) jest znacznie większa od reaktancji rozproszenia X_{2r} klatki rozruchowej (zewnętrznej).

W początkowym okresie rozruchu gdy poślizg jest duży reaktancja klatki pracy jest tak duża, że płynie przez nią bardzo mały prąd w porównaniu z prądem klatki rozruchowej, której reaktancja jest mała. Działanie klatki pracy może być

przy dużych poślizgach pominięte i można przyjąć, że prąd płynie tylko klatką rozruchową o dużej rezystancji przez co własności rozruchowe silnika są zbliżone do własności silnika pierścieniowego z włączoną w obwód wirnika rezystancją.

Gdy silnik wiruje z małym poślizgiem reaktancje obu klatek mogą być pominięte i można przyjąć, że prąd płynie praktycznie tylko klatką wewnętrzną (klatką pracy) która ma małą rezystancję. Tak więc silnik przy prędkości znamionowej pracuje podobnie jak silnik indukcyjny pierścieniowy o zwartym uzwojeniu wirnika.



Rys. 5.34. Moment wypadkowy i momenty składowe od klatki rozruchowej (M_r) i klatki pracy (M_p) silnika indukcyjnego dwuklatkowego

Silnik dwuklatkowy można rozpatrywać tak, jak gdyby działały tu niezależnie od siebie prądy obu klatek, a moment silnika można uważać za sumę momentów od prądów obu klatek (rys. 5.34).

Klatka pracy ma małą rezystancję, więc jej charakterystyka (M_p) jest podobna do charakterystyki naturalnej silnika pierścieniowego. Klatka rozruchowa ma dużą rezystancję, więc jej charakterystyka (M_r) jest silnie nachylona. Moment wypadkowy M ma dużą wartość przy $n = 0$ oraz charakterystyczne siodło, zwykle jeszcze wyraźniejsze niż w silnikach głębokożłobkowych. Ponieważ klatka pracy jest umieszczona głębiej niż w zwykłym silniku jednoklatkowym, więc strumień rozproszony jest większy, reaktancja rozproszenia wirnika w warunkach znamionowych większa, a współczynnik mocy nieco gorszy niż w silniku jednoklatkowym. Sprawność silnika wieloklatkowego jest również nieco gorsza niż jednoklatkowego, jednak jest on często stosowany ze względu na duży początkowy moment rozruchowy w tych przypadkach, gdy rozruch odbywa się pod obciążeniem, a ze względu na koszt, obsługę i możliwość iskrzenia na pierścieniach nie jest wskazane użycie silnika pierścieniowego.

W porównaniu z silnikami głębokożłobkowymi silniki wieloklatkowe mają większą wytrzymałość mechaniczną i dlatego stosowane są przy większych mocach i prędkościach.

Można skonstruować układy zastępcze i wykresy miejsc geometrycznych silników głębokożłobkowych i wieloklatkowych, lecz będą one inne niż zwykłego silnika jednoklatkowego ze względu na to, że w silnikach głębokożłobkowych i dwuklatkowych parametry układów zastępczych nie są stałe, ale zależą od poślizgu.

Obwód elektryczny wirnika głębokożłobkowego można traktować jako szeregowy układ impedancji części żłobkowej i części czołowej — zgodnie z (5.163) i (5.164). Obwód wirnika silnika wieloklatkowego można wyrysować w postaci równoległego układu impedancji poszczególnych klatek. Wykresy miejsc geometrycznych nie są okręgami kół, lecz krzywymi wyższego rzędu; konstruuje się je za pomocą odpowiednio dobranych okręgów pomocniczych.

5.4. REGULACJA PRĘDKOŚCI SILNIKÓW INDUKCYJNYCH

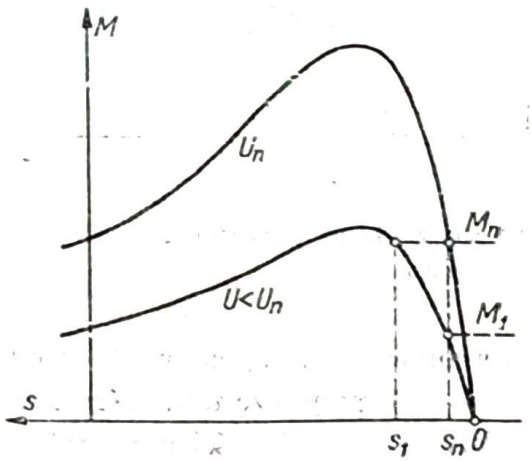
Zmiana momentu obciążenia powoduje zmianę prędkości obrotowej silnika. W zakresie pracy stabilnej na naturalnej charakterystyce silnika indukcyjnego zakres zmian prędkości jest mały. Często natomiast potrzebna jest regulacja prędkości w szerokich granicach, przy stałym momencie obciążenia lub przy momencie zależnym od prędkości.

Prędkość silnika na podstawie (5.1) i (5.9) $n = n_1(1-s) = \frac{60f}{p}(1-s)$.

Prędkość obrotowa zależy więc od częstotliwości zasilania, liczby par biegunów i poślizgu, przy czym na wartość poślizgu można wpływać przez zmianę napięcia lub włączanie w obwód wirnika odpowiednich elementów rezystancyjnych.

5.4.1. Wpływ napięcia zasilania na pracę silnika

Moment obrotowy przy dowolnej prędkości jest proporcjonalny do kwadratu napięcia (por. rys. 5.12), jednak prędkość wirowania pola, a więc prędkość synchroniczna, pozostaje stała. Gdy obniża się napięcie zasilania, a moment obciążenia



Rys. 5.35. Wpływ napięcia na prędkość i przeciążalność silnika indukcyjnego przy stałym momencie obciążenia

jest stały, to prędkość silnika nieco się zmniejsza (rys. 5.35). Nową prędkość obrotową można łatwo określić, obliczając najpierw moment M_1 na nowej charakterystyce mechanicznej przy poślizgu znamionowym, a następnie nowy poślizg, przyjmując liniowość charakterystyki magnesowania lub stosując wzór Klossa. Przy obniżonym napięciu a stałym momencie moc oddawana praktycznie nie zmienia się, a więc moc pobierana zmienia się mało. W efekcie prąd pobierany z sieci zasilającej rośnie, zwiększają się też straty w miedzi stojana, a izolacja silnika jest narażona na spalenie. Jednocześnie zmniejszają się straty w rdzeniu i maleje przeciążalność silnika.

5.4.2. Regulacja prędkości przez zmianę częstotliwości

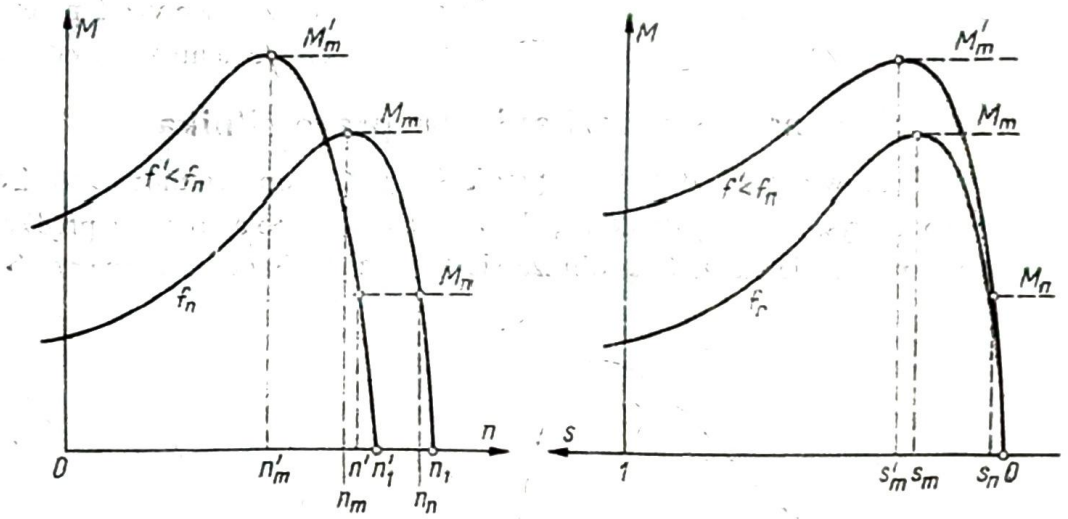
Częstotliwość zasilania wpływa na prędkość wirowania pola magnetycznego, a zatem na prędkość synchroniczną silnika. Wartość momentu maksymalnego określa wzór (5.103). Przyjmując dla uproszczenia $R_1 = 0$ oraz $c_1 = 1$, otrzymuje się wyrażenie

$$M_m = \pm\frac{m_1 U_1^2}{2\omega_1(X_1 + X'_{20})} = \pm\frac{m_1 U_1^2}{2\omega_1 X_k} \tag{5.174}$$

Ponieważ zarówno prędkość kątowa pola wirującego ω_1 jak reaktancja zwarcia X_k są proporcjonalne do częstotliwości, z (5.177) wynika, że moment maksymalny jest odwrotnie proporcjonalny do kwadratu częstotliwości.

Przy założeniu $R_1 = 0$ oraz $c_1 = 1$ można, na podstawie (5.101) wyrazić poślizg krytyczny przybliżoną zależnością

$$s_m = \pm\frac{R'_2}{X_1 + X'_{20}} = \pm\frac{R'_2}{X_k} \tag{5.175}$$



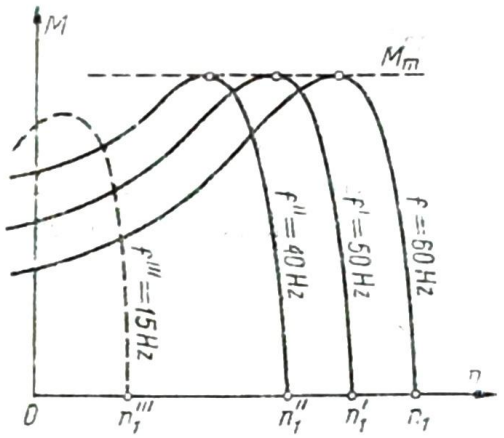
Rys. 5.36. Wpływ częstotliwości napięcia zasilania na prędkość, poślizg krytyczny i moment maksymalny silnika indukcyjnego

Poślizg krytyczny jest więc odwrotnie proporcjonalny do częstotliwości. Przebieg charakterystyk $M = f(n)$ i $M = f(s)$ przy częstotliwości znamionowej i zmniejszonej ilustruje rys. 5.36. Zmniejszenie częstotliwości przy stałym napięciu zasilania powoduje więc spadek prędkości i wzrost przeciążalności silnika.

Przy zmniejszeniu częstotliwości strumień magnetyczny rośnie, gdyż przy stałym napięciu U stała jest też w przybliżeniu wartość napięcia indukowanego w stojanie wg (5.2) $E_1 = 4{,}44 f\Phi w_1 k_{w1}$.

Wynika stąd, że iloczyn $f\Phi$ musi pozostać stały. Przy zmniejszonej częstotliwości indukcja magnetyczna rośnie, a że straty w stali zależą silniej od indukcji niż od częstotliwości, więc straty te rosną. Oczywiście przy wzroście częstotliwości wzrasta prędkość, a maleją moment maksymalny, przeciążalność, poślizg krytyczny, strumień i zmniejszają się straty w rdzeniu.

Regulacja prędkości przez zmianę częstotliwości odbywa się z reguły tak, że jednocześnie zmienia się napięcie zasilania proporcjonalnie do częstotliwości. Jeżeli nie wchodzą w grę przedziały częstotliwości bardzo małych ani bardzo dużych, to przy zachowaniu warunku $U/f = \text{const}$ można uznać, że strumień magnetyczny w szczelinie powietrznej pozostaje stały. Jak wynika z (5.174), moment maksymalny jest stały. Ponieważ poślizg krytyczny pozostaje odwrotnie proporcjonalny do częstotliwości, to przy założeniu proporcjonalnej zmiany napięcia i częstotliwości



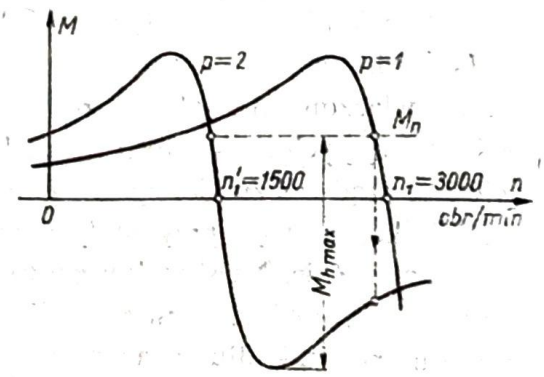
Rys. 5.37. Charakterystyki mechaniczne silnika indukcyjnego przy regulacji częstotliwości z jednoczesną zmianą napięcia ($U/f = \text{const}$)

charakterystyki mechaniczne zmieniają się tak, jak przedstawiono na rys. 5.37. Przy dużym zmniejszeniu częstotliwości pojawia się wpływ pominiętej rezystancji stojana (gdyż reaktancje zmniejszają się) i moment maksymalny maleje.

5.4.3. Regulacja prędkości przez zmianę liczby par biegunów

Regulację prędkości przez zmianę liczby par biegunów stosuje się tylko w silnikach klatkowych, gdyż wystarczy zmienić liczbę biegunów uzwojenia stojana, a klatka wirnika dostosuje się liczbą biegunów do pola wirującego. Zasada zmiany liczby par biegunów jednego uzwojenia była omawiana w p. 4.2.4. Uzwojenia tego typu stosuje się w silnikach dwubiegowych. W silniku trójbiegowym ułożone są w tych samych żłobkach dwa uzwojenia, z których jedno jest zawsze nieczynne.

Jeżeli silnik pracuje przy prędkości obrotowej odpowiadającej mniejszej liczbie par biegunów, to w momencie przełączenia na większą liczbę par biegunów, czyli mniejszą prędkość obrotową, przechodzi się na zakres pracy prądnicowej nowej charakterystyki mechanicznej (rys. 5.38). Powoduje to bardzo silne hamo-



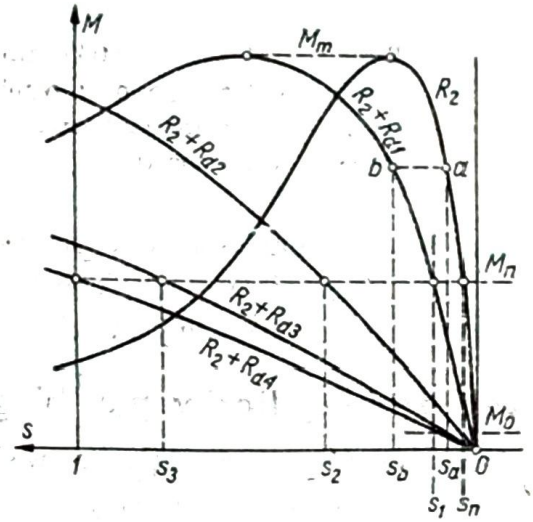
Rys. 5.38. Charakterystyki mechaniczne silnika indukcyjnego przy przechodzeniu z większej na mniejszą prędkość przez zmianę liczby par biegunów

wanie momentem obciążenia i momentem elektromagnetycznym silnika, zwłaszcza, że moment maksymalny przy pracy prądnicowej jest większy niż przy pracy silnikowej.

Mimo większych wymiarów i wyższej ceny w porównaniu z silnikami zwykłymi jednoklatkowymi, silniki wielobiegowe mają szerokie zastosowanie w napędach obrabiarek, gdyż umożliwiają zmniejszenie kosztów przekładni mechanicznych.

5.4.4. Regulacja prędkości przez zmianę rezystancji w obwodzie wirnika

Włączenie rezystancji w obwód wirnika silnika pierścieniowego powoduje zmianę charakterystyki mechanicznej. Jak wynika z (5.161), punkt pracy znamionowej na charakterystyce naturalnej, przy włączeniu np. rezystancji R_{d1}, przemieszcza się



Rys. 5.39. Regulacja prędkości silnika indukcyjnego pierścieniowego przez włączenie rezystancji w obwód wirnika

w ten sposób (rys. 5.39), że przy stałym momencie zachodzi równość $\frac{R_2}{s_n}=\frac{R_2+R_{d1}}{s_1}$ i podobnie, przy $M=\text{const}$, każdy punkt charakterystyki mechanicznej przechodzi w nowy punkt taki, że $\frac{R_2}{s_a}=\frac{R_2+R_{d1}}{s_b}$.

Zagadnienie regulacji prędkości przez włączenie w obwód wirnika rezystancji R_d można również wyjaśnić, rozpatrując zespół zjawisk, jakie występują w wirniku, gdy przyłączy się tę dodatkową rezystancję. Gdy silnik obciążony pewnym momentem pracuje przy niewielkim poślizgu s, można przyjąć, że moment silnika jest proporcjonalny do prądu wirnika, gdyż strumień jest mały a kąt ψ_2 przesunięcia fazowego między napięciem $\underline{E}_2$ i prądem $\underline{I}_2$ bardzo mały.

Jeśli przy tym poślizgu s zostanie włączona dodatkowa rezystancja, to w pierwszej chwili, skutkiem bezwładności wirujących mas wirnika, prędkość nie ulegnie zmianie, nie zmieni się też napięcie E_2, prąd zaś zmniejszy się. Zmniejszenie prądu powoduje zmniejszenie momentu silnika, a więc przy stałym momencie hamującym prędkość obrotowa maleje, a poślizg rośnie. Na skutek wzrostu poślizgu rośnie napięcie, bo $E_2=E_{20}s$, wzrasta prąd wirnika i rośnie moment silnika. Spadek prędkości, wzrost napięcia, prądu i momentu trwa tak długo, aż moment silnika

stanie się równy momentowi obciążenia. Nowy stan ustalony charakteryzuje się tym samym co poprzedni momentem, w przybliżeniu tym samym prądem, ale większym poślizgiem, czyli mniejszą prędkością.

Dobierając wartość rezystancji wirnika można otrzymać różne wartości ustalonych prędkości, a więc i poślizgów s_1, s_2, s_3 przy stałym momencie obciążenia (rys. 5.39). Zakres regulacji przy pracy silnikowej jest bardzo szeroki — od prędkości równej zeru, aż do punktu na charakterystyce naturalnej. Prostota układu i szeroki zakres są zaletami tego sposobu regulacji prędkości. Układ połączeń regulatora jest taki sam jak rozrusznika (p. 5.3.1.), z tym że elementy regulatora muszą być dobrane na długotrwałe obciążenie, podczas gdy elementy rozrusznika są zazwyczaj obliczone tylko na krótkotrwałe obciążenie prądem rozruchowym.

Jeżeli silnik pracuje bez dodatkowej rezystancji, to straty w miedzi wirnika (5.44) wynoszą $\Delta P_{Cu2} = m_2 I_2^2 R_2$ a gdy przy tym samym momencie, czyli przy tym samym prądzie, jest włączona dodatkowa rezystancja, to straty na rezystancji obwodu wirnika wg (5.72) wynoszą $\Delta P_{Cu2} = m_2 I_2^2 (R_2 + R_d)$.

Widać stąd, że przy regulacji prędkości w dół straty na ciepło w obwodzie wirnika rosną. Pomijając reaktancję wirnika, można powiedzieć, że prąd wirnika jest taki sam wtedy, gdy w obu przypadkach rezystancja w układzie zastępczym nie zmienia się, a więc gdy zachodzi równość

$$\frac{R_2}{s_n} = \frac{R_2 + R_d}{s} \tag{5.176}$$

Moc pola wirującego może być na podstawie (5.44), (5.60) i (5.72) określona wzorami:

przy pracy bez dodatkowej rezystancji

$$P_e = m_1 I_2^2 \frac{R_2}{s_n} \tag{5.177}$$

przy włączonej rezystancji dodatkowej

$$P_e = m_1 I_2^2 \frac{R_2 + R_d}{s} \tag{5.178}$$

Z (5.176), (5.177) i (5.178) wynika, że przy regulacji prędkości przez włączenie rezystancji R_d w obwód wirnika, moc pola wirującego P_e nie ulega zmianie. Wskutek wzrostu poślizgu moc mechaniczna $P_{mech} = P_e(1-s)$ maleje, a rośnie moc strat w rezystancjach $R_2 + R_d$. Jeżeli pominie się straty w miedzi i rdzeniu stojana oraz straty mechaniczne, to można napisać, że sprawność silnika wyraża się przybliżoną zależnością

$$\eta = \frac{P_{mech}}{P_1} \approx \frac{P_{mech}}{P_e} = \frac{P_e(1-s)}{P_e} = 1 - s = \frac{n}{n_1} \tag{5.179}$$

Oznacza to, że przy regulacji prędkości przez przyłączenie rezystancji R_d, sprawność jest w przybliżeniu równa stosunkowi prędkości silnika do jego prędkości synchronicznej.

Omawiany sposób regulacji prędkości jest więc nieekonomiczny i dlatego jest stosowany zwykle wówczas, gdy zmniejszenie prędkości jest krótkotrwałe, a więc gdy straty cieplne w regulatorze wydzielają się stosunkowo krótko. Z rys. 5.39 wynika również, że przy obciążeniu silnika można omawianym sposobem otrzymać szeroki zakres regulacji, natomiast w stanie jałowym silnika (przy obciążeniu momentem M_0) prędkość zmienia się nieznacznie.

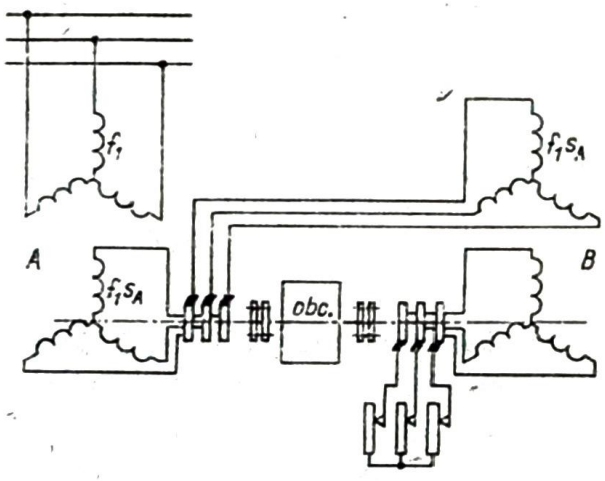
Mimo swych wad, włączanie rezystancji w obwód wirnika jest często stosowanym sposobem regulacji prędkości silnika indukcyjnego pierścieniowego głównie z powodu prostoty układu i szerokiego zakresu regulacji.

Gdyby moc zamieniona na ciepło w rezystancji R_d przy regulacji prędkości w dół mogła być wykorzystana w inny sposób, np. zamieniona na moc mechaniczną w dodatkowym silniku lub oddana do sieci jako moc elektryczna, to sprawność przy regulacji prędkości nie byłaby tak mała. Zasada wykorzystania tej mocy (przynajmniej większej jej części) jest realizowana w układach kaskadowych oraz w silnikach komutatorowych prądu przemiennego (rozdz. 8).

5.4.5. Układ kaskadowy maszyn indukcyjnych

Układy kaskadowe stosowane są głównie w maszynach komutatorowych prądu przemiennego, gdzie jedną z maszyn jest np. komutatorowa przetwornica częstotliwości.

Jednym z wielu układów kaskadowych jest układ z zastosowaniem dwóch silników indukcyjnych pierścieniowych (rys. 5.40). Stojan silnika A jest zasilany



Rys. 5.40. Układ kaskadowy dwóch silników indukcyjnych

z sieci trójfazowej prądu przemiennego, a jego wirnik jest połączony przez pierścienie ślizgowe ze stojanem silnika B. Uzwojenie wirnika silnika B ma włączony przez pierścienie ślizgowe rozrusznik.

Obydwa silniki są połączone na wspólnym wale mechanicznie z urządzeniem, które mają napędzać. Każdy z silników może pracować oddzielnie, mając różne prędkości synchroniczne, zależne od liczby par biegunów p_A i p_B każdego z silników. Przy połączeniu kaskadowym w wirniku silnika A indukuje się napięcie

o częstotliwości $f_1 s_A$, taka sama jest częstotliwość stojana silnika B, a stąd prędkość obrotowa pola wirującego B wynosi

$$n_{1B} = \frac{60 f_1 s_A}{p_B} \tag{5.180}$$

Prędkością synchroniczną kaskady n_{1k} nazywa się taką prędkość wirników, która jest równa prędkości wirowania pola silnika B.

Ponieważ oba wirniki wirują z tą samą prędkością, więc poślizg silnika A wyrazi się zależnością

$$s_A = \frac{n_{1A} - n_{1k}}{n_{1A}} = 1 - \frac{n_{1k} p_A}{60 f_1} \tag{5.181}$$

Zatem, z (5.180)

$$n_{1B} = n_{1k} = \frac{60 f_1 \left(1 - \dfrac{n_{1k} p_A}{60 f_1}\right)}{p_B} \tag{5.182}$$

stąd otrzymuje się zależność

$$n_{1k} = \frac{60 f_1}{p_A + p_B} \tag{5.183}$$

Prędkość synchroniczna kaskady maszyn indukcyjnych jest więc równa prędkości synchronicznej silnika zastępczego o liczbie par biegunów równej sumie liczb par biegunów obu silników.

5.5. HAMOWANIE ELEKTRYCZNE SILNIKÓW INDUKCYJNYCH

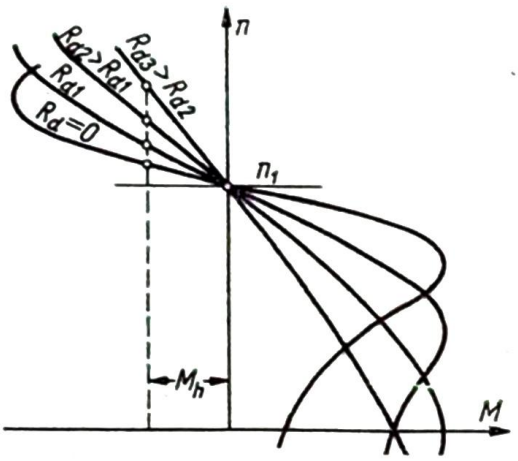
Hamowanie elektryczne silników następuje wówczas, gdy moment elektromagnetyczny silnika działa w kierunku przeciwnym do kierunku prędkości obrotowej. Przy trójfazowym zasilaniu silnika indukcyjnego hamowanie występuje w dwóch zakresach prędkości: przy prędkości większej niż synchroniczna (hamowanie prądnicowe) i przy prędkości przeciwnej do kierunku wirowania pola magnetycznego (tzw. hamowanie przeciwprądem). Prócz tego ma zastosowanie hamowanie silników przy zasilaniu uzwojenia stojana prądem stałym (tzw. hamowanie dynamiczne). Rozpatrując pracę hamulcową silnika, trzeba zwrócić uwagę na zakresy prędkości obrotowych, przy których występuje hamowanie oraz na nachylenie charakterystyki hamulcowej silnika i urządzenia hamowanego. Okoliczności te wpływają na stabilność procesu hamowania, a przede wszystkim na jego ekonomiczność, gdyż energia mechaniczna hamowania, jaką pobiera silnik, może być jako energia elektryczna oddawana do sieci lub tracona w silniku.

5.5.1. Hamowanie prądnicowe (nadsynchroniczne)

Jeżeli wirnik silnika indukcyjnego jest napędzany zgodnie z kierunkiem wirowania pola magnetycznego, to osiągnie on prędkość większą od synchronicznej. Moment obrotowy silnika napędzanego jest wówczas przeciwny do kierunku prędkości, jest to więc moment hamujący.

Hamowanie prądnicowe może zachodzić np. przy opuszczaniu ciężaru lub gdy napędzana maszyna elektryczna pracuje jako silnik (np. w układzie Leonarda) i powoduje wzrost prędkości powyżej prędkości synchronicznej.

Jak wynika z charakterystyki mechanicznej maszyny indukcyjnej (rys. 5.41), regulacja prędkości obrotowej, np. przez włączenie rezystancji w obwód wirnika, powoduje nachylenie charakterystyki mechanicznej i wzrost prędkości, przy której następuje hamowanie danym momentem M_h.



Rys. 5.41. Charakterystyki mechaniczne silnika indukcyjnego przy hamowaniu prądnicowym

Charakterystyki mechaniczne na rys. 5.41 podano w układzie $n = f(M)$, gdyż tak jest wygodniej rozpatrywać zależność prędkości od momentu.

Hamowanie prądnicowe jest możliwe tylko przy prędkościach większych od prędkości synchronicznej, zmniejszenie prędkości hamowania mogłoby być uzyskane tylko przy zmniejszeniu częstotliwości zasilania.

Przy hamowaniu prądnicowym poślizg jest ujemny, a zatem — z zależności (5.53) i (5.61), obowiązujących w każdym zakresie prędkości $P_m = P_e(1-s)$; $\Delta P_{Cu2} = P_e s$ wynika, że moc mechaniczna jest większa od mocy pola wirującego o straty w miedzi wirnika. Energia mechaniczna pobrana przez silnik na wale, pomniejszona o straty w miedzi wirnika, zamienia się więc na energię pola magnetycznego i jest oddawana do stojana. Część tej energii zamienia się na ciepło w uzwojeniach i w rdzeniu stojana, reszta zostaje oddana do sieci w postaci energii elektrycznej. Hamowanie prądnicowe jest więc ekonomiczne.

Moc mechaniczna jest mniejsza od mocy hamowania P_h, występującej na sprzęgle o straty mechaniczne ΔP_{mech} i ewentualnie straty w rdzeniu wirnika.

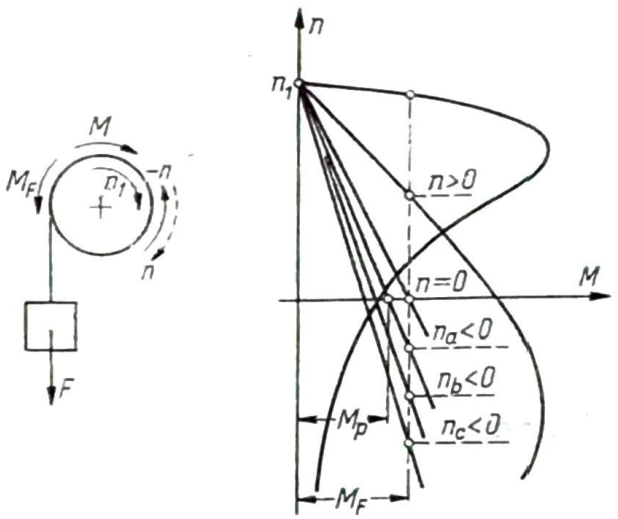
Obliczenie rezystancji, potrzebnej do uzyskania żądanej prędkości przy zadanym momencie hamowania, można przeprowadzić na podstawie związku wyrażającego stosunek poślizgów i rezystancji obwodu wirnika przy stałym momencie

$$\frac{R_2}{s} = \frac{R_2 + R_d}{s_h} \tag{5.184}$$

gdzie s jest poślizgiem na charakterystyce naturalnej przy założonej wartości momentu hamującego.

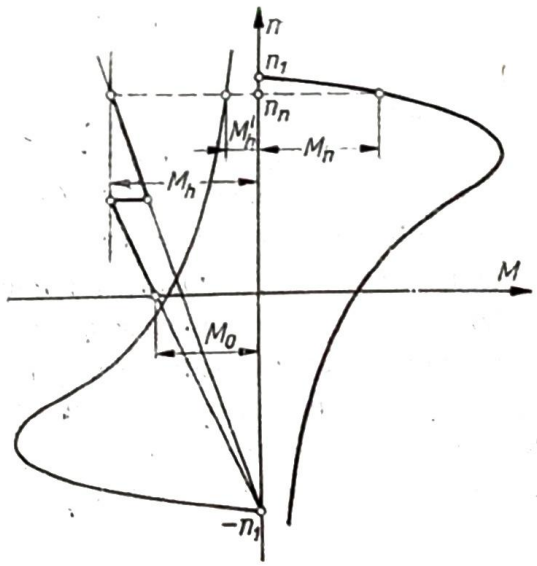
5.5.2. Hamowanie przeciwprądem (przez przeciwwłączenie)

Hamowanie przeciwprądem (zwane też hamowaniem przez przeciwwłączenie lub hamowaniem prądem sieci) następuje wówczas, gdy wirnik obraca się w kierunku przeciwnym do kierunku wirowania pola magnetycznego. Stan taki może istnieć np. wtedy, gdy początkowy moment rozruchowy silnika M_p przy podnoszeniu ciężaru (rys. 5.42) jest mniejszy od momentu obciążenia M_F na skutek włączenia dużej rezystancji w obwód wirnika.



Rys. 5.42. Hamowanie przeciwprądem przy opuszczaniu ciężaru

Prędkość silnika ustali się wówczas, gdy moment silnika i moment obciążenia będą sobie równe, co następuje przy ujemnej prędkości, czyli gdy wirnik obraca się w kierunku przeciwnym do kierunku prędkości pola i ciężar opada. Przez zmianę rezystancji R_d można zmieniać prędkość opuszczania ciężaru w szerokim zakresie prędkości n_a, n_b, n_c, utrzymywać ciężar nieruchomo ($n = 0$) lub podnosić ($n > 0$); stan ustalony występuje tam, gdzie odpowiednia charakterystyka mechaniczna przecina prostą momentu M_F w stabilnym punkcie pracy.



Rys. 5.43. Charakterystyki mechaniczne przy hamowaniu przeciwprądem mechanizmu jazdy suwnicy

Innym typowym przykładem pracy hamulcowej z przeciwwłączeniem jest hamowanie mechanizmu jazdy suwnicy. Silnik pracuje np. w warunkach znamionowych na charakterystyce naturalnej i trzeba zahamować mechanizm jazdy. Jeżeli przełączymy dwie fazy i przez to zmienimy kierunek wirowania pola, to punkt pracy maszyny przejdzie na drugą charakterystykę naturalną, o zmienionej co do znaku wartości prędkości synchronicznej (rys. 5.43). W tym stanie jednak moment hamujący M_h jest stosunkowo mały (gdyż poślizg wynosi niemal 2), a prąd jest bardzo duży, większy niż prąd zwarcia; jest to poza tym niestabilny stan pracy.

Włączając w obwód wirnika dużą rezystancję regulacyjną R_d zmniejszamy prąd, a zwiększamy moment hamujący do żądanej wartości M_h. Obliczenie rezystancji można przeprowadzić przy zastosowaniu wzoru (5.184).

Pod wpływem momentu hamującego prędkość zmniejsza się, jednocześnie nieco zmniejsza się moment silnika. Jeżeli hamowanie ma być szybkie, to po pewnym zmniejszeniu prędkości, momentu, a więc i prądu, można zmniejszyć rezystancję R_d i przez to zwiększyć moment hamujący do poprzedniej wartości M_h. Gdy mechanizm zatrzymuje się, nadal występuje moment silnika M_0, który działa w kierunku ujemnym do kierunku uprzedniej prędkości. W tym stanie pracy silnik powinien być odłączony od sieci.

5.5.3. Hamowanie dynamiczne

Hamowanie dynamiczne polega na tym, że uzwojenie stojana wyłącza się spod napięcia, a następnie zasila się je z sieci prądu stałego, wskutek czego powstaje stały strumień magnetyczny; w wirniku, wirującym w tym polu, indukują się napięcia i płyną prądy, które wytwarzają moment skierowany przeciwnie do kierunku prędkości. Wartość momentu zależy od wytworzonego pola, czyli od wartości prądu stałego, od prędkości obrotowej i od impedancji wirnika. Można więc regulować moment obciążenia, zmieniając wartość prądu stałego, zasilającego stojan lub włączając w obwód wirnika odpowiednią rezystancję R_d.

Przez hamowanie dynamiczne nie można doprowadzić urządzenia do całkowitego zatrzymania, gdyż przy zmniejszeniu prędkości napięcie indukowane w wirniku maleje i moment zmniejsza się. Można przyjąć, że przy rezystancji dodatkowej, kilkakrotnie większej od rezystancji wirnika, moment zależy liniowo od prędkości obrotowej.

Energia mechaniczna hamowania dynamicznego zamienia się całkowicie na ciepło w wirniku i połączonej z nim szeregowo rezystancji. Zasilanie prądem stałym musi się odbywać tak, aby przepływy zasilanych uzwojeń dodawały się do siebie, wytwarzając odpowiednio silny strumień. Źródłem prądu stałego jest z reguły odpowiedni układ prostowniczy, zasilany przez transformator obniżający napięcie sieci. Przy doborze napięcia zasilającego należy kierować się wartością znamionową prądu, a nie napięcia, gdyż przy przepływie prądu stałego istotna jest tylko wartość napięcia zasilania i rezystancji obwodu. Napięcie zasilające wynosi tylko kilka procent napięcia znamionowego silnika. Moc pobierana przez silnik przy hamowaniu dynamicznym jest znacznie mniejsza niż przy hamowaniu przeciwprądem.

5.6. SILNIKI INDUKCYJNE JEDNOFAZOWE I DWUFAZOWE

5.6.1. Silniki indukcyjne jednofazowe

Silnik indukcyjny jednofazowy ma wirnik o uzwojeniu klatkowym i stojan o uzwojeniu jednofazowym. Prąd przemienny, przepływający przez uzwojenie stojana wytwarza pole pulsujące. Z reguły zakładamy, że jest ono rozłożone na obwodzie w przybliżeniu sinusoidalnie oraz, że zmienia się sinusoidalnie w czasie.

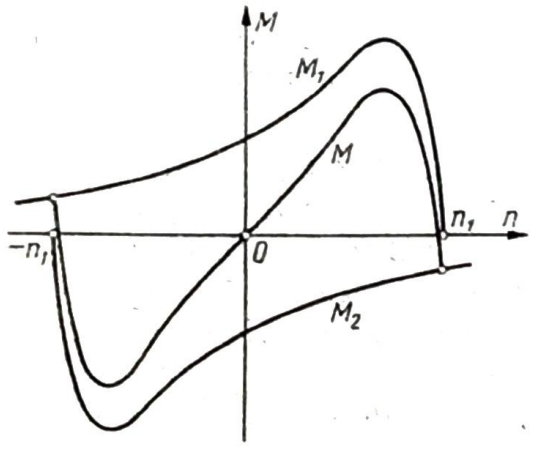
Przepływ uzwojenia jednofazowego można rozłożyć na dwa przepływy wirujące w przeciwne strony, o amplitudach stałych, równych połowie amplitudy przepływu pulsującego. Jeżeli wirnik wiruje w kierunku przyjętym za dodatni z prędkością n, to jego poślizg względem pola wirującego w tym samym kierunku (pola współbieżnego) wg (5.5) wynosi $s = \frac{n_1 - n}{n_1}$ natomiast poślizg liczony względem pola przeciwbieżnego, wirującego w przeciwnym kierunku (czyli w kierunku $-n_1$)

$$s_2 = \frac{-n_1 - n}{-n_1} = \frac{n_1 + n}{n_1}$$

Wynika stąd zależność między poślizgiem s_2 i s

$$s_2 = \frac{2n_1 - n_1 + n}{n_1} = 2 - s \tag{5.185}$$

Wirnik znajduje się pod działaniem dwóch pól, z których każde wytwarza własny moment obrotowy. Przy prędkości n pole współbieżne daje moment silnikowy, a pole przeciwbieżne moment hamujący. Jeżeli zastosujemy zasadę superpozycji momentów, to możemy otrzymać moment wypadkowy jako sumę momentów



Rys. 5.44. Momenty składowe i moment wypadkowy silnika indukcyjnego jednofazowego

od pola współbieżnego i przeciwbieżnego (rys. 5.44). Przy $n = 0$ pola wirują względem wirnika z jednakową prędkością i wytwarzają momenty równe lecz działające w przeciwnych kierunkach; moment wypadkowy jest zatem równy zeru. Przy wirowaniu z prędkością n przyjętą za dodatnią, pole współbieżne daje moment M_1, a pole przeciwbieżne moment M_2, przy czym oba momenty osiągają wartości równe zeru

przy prędkościach odpowiadających prędkościom synchronicznym tych pól. Momenty M_1 i M_2 mają przebieg podobny jak w silnikach indukcyjnych trójfazowych.

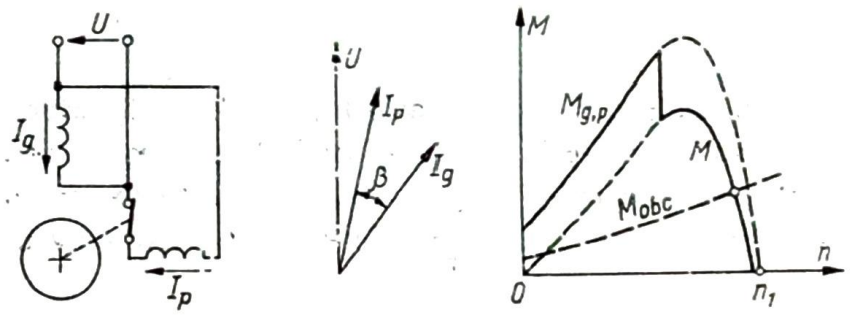
Z przebiegu momentu wypadkowego wynika, że początkowy moment rozruchowy jest równy zeru, silnik więc nie dokona rozruchu nawet w stanie jałowym. Gdy jednak nada się silnikowi pewną początkową prędkość w dowolnym kierunku, to osiągnie on prędkość podsynchroniczną, jeżeli tylko przy tej początkowej prędkości moment silnika jest większy od momentu obciążenia.

Przy prędkości bliskiej synchronicznej pole przeciwbieżne wiruje względem wirnika z prędkością

$$n_2 = n_1(2-s) \tag{5.186}$$

a zatem indukuje napięcie i prądy o częstotliwości prawie dwukrotnie większej od częstotliwości napięcia zasilającego. Wskutek tego powstają znaczne straty w uzwojeniach i w rdzeniu wirnika, silnik ma więc małą sprawność.

Brak początkowego momentu rozruchowego jest podstawową wadą silnika jednofazowego. Dla wytworzenia takiego momentu trzeba, aby przy rozruchu pole nie było pulsujące, lecz wirujące; może ono mieć składową pulsującą i składową wirującą, co można też interpretować jako dwa pola wirujące, ale o niejednakowych amplitudach. Wytworzone wówczas momenty początkowe nie są sobie równe i silnik samodzielnie dokonuje rozruchu.

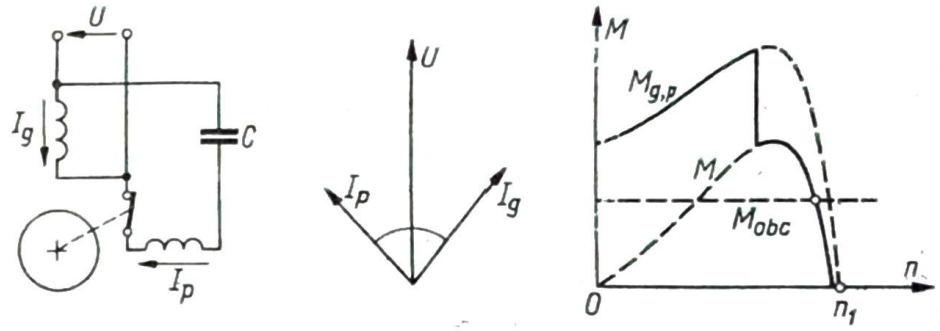


Rys. 5.45. Układ połączeń, wykres wskazowy prądów i wykres momentów przy rozruchu silnika indukcyjnego jednofazowego z uzwojeniem rozruchowym rezystancyjnym

Pole kołowe lub eliptyczne można wytworzyć przez odpowiednie zasilanie prądem uzwojenia rozruchowego, umieszczonego w stojanie, ale przesuniętego względem głównego uzwojenia o kąt elektryczny $\pi/2$ (rys. 5.45). Uzwojenie to (zwane również *fazą rozruchową*) jest zasilane z tej samej sieci jednofazowej, lecz prąd uzwojenia głównego I_g i prąd uzwojenia rozruchowego (pomocniczego) I_p muszą być przesunięte w fazie o pewien kąt β. Najczęściej to przesunięcie fazowe uzyskuje się w ten sposób, że uzwojenie rozruchowe jest wykonane z cieńszego drutu, dzięki czemu ma większą rezystancję niż uzwojenie główne, wobec czego kąt przesunięcia fazowego między napięciem i prądem jest dla uzwojenia głównego większy niż dla rozruchowego.

Po dokonaniu rozruchu należy uzwojenie rozruchowe rozewrzeć, gdyż z reguły jest ono obliczone na krótkotrwałe obciążenie. Zwykle dokonuje się tego za pomocą osadzonego na wale silnika wyłącznika odśrodkowego, którego styki

rozwierają się przy prędkości wynoszącej ok. 0,7 prędkości znamionowej. Po przerwaniu obwodu uzwojenia rozruchowego silnik przechodzi na charakterystykę mechaniczną, odpowiadającą zasilaniu jednofazowemu.

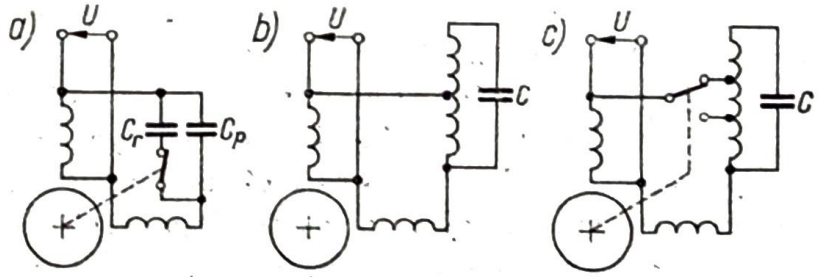


Rys. 5.46. Układ połączeń, wykres wskazowy prądów i wykres momentów przy rozruchu silnika indukcyjnego jednofazowego z kondensatorową fazą rozruchową

Dla uzyskania większej wartości momentu obrotowego można w obwód uzwojenia rozruchowego włączyć kondensator (rys. 5.46). Otrzymuje się wówczas znacznie większe przesunięcie fazowe między prądami obu uzwojeń; przy odpowiednim doborze uzwojeń i pojemności kondensatora można uzyskać przesunięcie fazowe o kąt $\pi/2$ i równość przepływów, a zatem spełnić warunek pola kołowego.

Przy eksploatacji silników z kondensatorem połączonym szeregowo z uzwojeniem rozruchowym należy liczyć się z tym, że przy włączaniu silnika pojawia się na kondensatorze napięcie, którego wartość chwilowa może znacznie przekroczyć napięcie znamionowe. Ze względu na koszt kondensatora w urządzeniach powszechnego użytku rzadko stosuje się tego rodzaju układ, mimo dogodnych własności rozruchowych silnika, widocznych z przebiegu charakterystyki na rys. 5.46.

W niektórych silnikach uzwojenie główne i uzwojenie pomocnicze z włączonym szeregowo kondensatorem są włączone zarówno przy rozruchu jak podczas pracy. Silnik taki nazywa się silnikiem indukcyjnym z uzwojeniem pomocniczym i kondensatorem pracy. Można tak dobrać kondensator, aby w warunkach znamionowych pole było kołowe, dzięki czemu poprawia się sprawność i cichobieżność silnika. Jednak jeżeli przy prędkości znamionowej pole jest kołowe, to przy rozruchu jest eliptyczne i moment nie jest duży. Dla uzyskania pola kołowego zarówno przy rozruchu, jak przy pracy znamionowej można połączyć równolegle

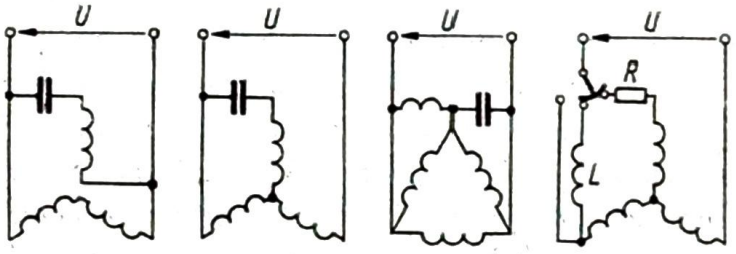


Rys. 5.47. Silnik indukcyjny jednofazowy z kondensatorową fazą rozruchową: a) z kondensatorem rozruchowym i roboczym, b) z autotransformatorem podwyższającym napięcie na kondensatorze, c) z przełączalnym uzwojeniem autotransformatora podwyższającego

dodatkowy kondensator rozruchowy (rys. 5.47a). Po osiągnięciu przez silnik określonej prędkości, obwód kondensatora rozruchowego zostaje rozwarty i pozostaje włączony tylko kondensator roboczy. Kondensatory rozruchowe są budowane jako elektrolityczne (o dużej pojemności) natomiast kondensatory pracy jako zwykłe z izolacją papierową (o małej pojemności).

Kondensatory rozruchowe muszą mieć pojemność od kilkudziesięciu do kilkuset mikrofaradów, a co za tym idzie, są one dość duże i kosztowne. Można zmniejszyć pojemność, a więc ciężar i koszt kondensatora, jeżeli podwyższy się jego napięcie np. przy użyciu autotransformatora (rys. 5.47b). Pojemność kondensatora przeliczona na stronę uzwojenia pomocniczego jest proporcjonalna do kwadratu przekładni autotransformatora, a zatem dla danego silnika wystarczy kondensator o znacznie mniejszej pojemności, lecz o wyższym napięciu. Zastosowanie autotransformatora z zaczepami umożliwia zmianę przekładni, a więc zmianę obliczeniowej pojemności kondensatora (rys. 5.47c), dzięki czemu jeden kondensator przy odpowiednim nastawieniu przełącznika może dać żądany moment rozruchowy i pole kołowe przy prędkości znamionowej. Rozwiązanie takie spotyka się jednak bardzo rzadko.

Zwykłe, symetrycznie zbudowane silniki trójfazowe można włączyć do pracy w sieci jednofazowej, lecz dla uzyskania momentu rozruchowego trzeba stosować odpowiednie układy połączeń, zawierające dodatkowe elementy R, L lub C

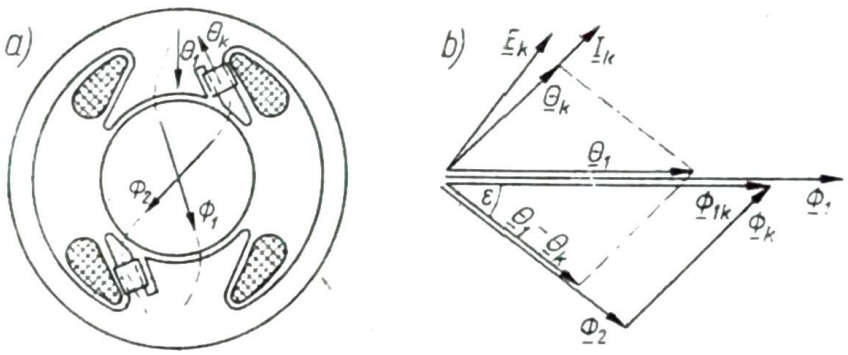


Rys. 5.48. Przykłady układów połączeń silników indukcyjnych trójfazowych przy zasilaniu jednofazowym

(rys. 5.48). Moc silnika trójfazowego jest przy zasilaniu jednofazowym zawsze mniejsza niż przy zasilaniu trójfazowym i wynosi od 0,55 do 0,70 mocy znamionowej silnika trójfazowego.

Do często stosowanych jednofazowych silników indukcyjnych należą silniki ze zwartym uzwojeniem pomocniczym. Uzwojenie stojana jest umieszczone na wydatnych biegunach, wirnik ma budowę klatkową.

Każdy biegun stojana jest podzielony na dwie nierówne części (rys. 5.49), z których mniejsza jest objęta zwartym pierścieniem miedzianym. Pierścień ten spełnia rolę uzwojenia pomocniczego. Przez główną część bieguna przechodzi strumień Φ_1, wytworzony przez przepływ uzwojeń stojana Θ_1. Przez część nabiegunnika objętą pierścieniem przechodzi strumień Φ_2, proporcjonalny do geometrycznej różnicy przepływu stojana Θ_1 i zwoju zwartego Θ_k. Przepływ Θ_k, jest wytworzony przez prąd I_k, wywołany napięciem E_k indukowanym przez strumień Φ_2 (rys. 5.49b). Ponieważ strumienie Φ_1 i Φ_2 są przesunięte względem siebie w fazie o kąt ε, dają



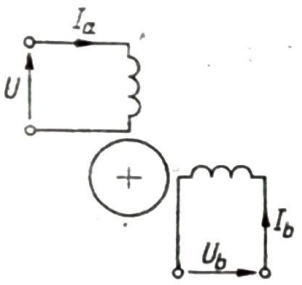
Rys. 5.49. Silnik indukcyjny ze zwartym uzwojeniem pomocniczym: a) zasada budowy silnika; b) wykres wskazowy strumieni i przepływów

wypadkowe pole magnetyczne eliptyczne, które wytwarza moment rozruchowy. Początkowy moment rozruchowy silnika ze zwartym uzwojeniem pomocniczym jest zwykle mały, mniejszy od momentu znamionowego, sprawność również mała (rzędu 0,2—0,3).

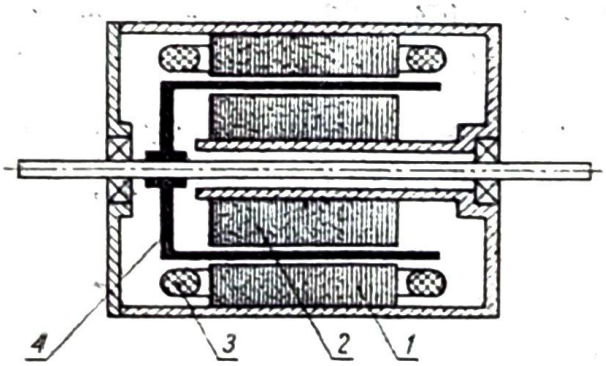
Silniki ze zwartym uzwojeniem pomocniczym mają tylko jeden, określony konstrukcją kierunek wirowania. Niektóre silniki mają na każdym nabiegunniku po dwa lub trzy pierścienie, których zadaniem jest poprawa własności rozruchowych, a także specjalne boczniki magnetyczne — dla zmniejszenia prądu magnesującego.

5.6.2. Silniki indukcyjne dwufazowe; równania podstawowe

Silniki indukcyjne dwufazowe są stosowane jako tzw. silniki wykonawcze w układach automatycznego sterowania i regulacji. Dwa uzwojenia stojana są na obwodzie przesunięte względem siebie o kąt elektryczny $\pi/2$ (rys. 5.50). Jedno z nich, zwane uzwojeniem sterowania, jest zasilane tylko wówczas, gdy silnik ma się obracać, drugie, stale zasilane, jest uzwojeniem wzbudzenia.



Rys. 5.50. Układ silnika indukcyjnego dwufazowego



Rys. 5.51. Zasada budowy silnika indukcyjnego kubkowego
1 — stojan zewnętrzny, *2* — stojan wewnętrzny, *3* — uzwojenie, *4* — wirnik

Wirnik silnika wykonawczego może być wykonany jako klatkowy, często jednak stosuje się budowę *kubkową* (*puszkową*); silnik taki ma nieruchomy stojan zewnętrzny i wewnętrzny, a wirnik jest zbudowany w postaci cienkościennego cylindra (rys. 5.51) i wiruje w szczelinie powietrznej między stojanem wewnętrznym

i zewnętrznym. Ze względu na wymaganą rezystancję wirnika kubek jest wykonany, najczęściej z mosiądzu, brązu lub aluminium z odpowiednimi dodatkami stopowymi (np. krzemu lub fosforu).

Dla uzyskania momentu rozruchowego konieczne jest przesunięcie w fazie prądów sterującego i wzbudzającego. W tym celu stosuje się różne sposoby zasilania silnika:

a) zasilanie napięciami U_a i U_b przesuniętymi w fazie o kąt $\pi/2$ (sterowanie amplitudowe);

b) zasilanie napięciami o stałych amplitudach, lecz ze zmianą kąta przesunięcia fazowego w zakresie od 0 do $\pi/2$ (sterowanie fazowe);

c) zasilanie obu uzwojeń z sieci jednofazowej z regulacją amplitudy napięcia sterującego, przy czym w obwód wzbudzenia włączony jest kondensator (sterowanie amplitudowo-fazowe).

Pole magnetyczne wytworzone przez prądy sterujący i wzbudzający może być pulsujące, kołowe lub w ogólnym przypadku eliptyczne.

Analizę własności ruchowych silnika dwufazowego wygodnie jest przeprowadzić metodą składowych symetrycznych. Przyjęto oznaczenie *1* i *2* dla składowej zgodnej i przeciwnej kolejności faz, *a* i *b* dla obwodów sterowania i wzbudzenia oraz *s* i *r* dla stojana i wirnika.

Dowolny dwufazowy niesymetryczny układ prądów I_a i I_b można rozłożyć na dwa układy symetryczne: współbieżny (I_{a1}, I_{b1}) i przeciwbieżny (I_{a2}, I_{b2}). Aby układ symetryczny dawał pole kołowe konieczna jest równość przepływów. Wprowadzimy zatem tak przeliczony prąd I_b, aby był spełniony ten warunek. Otrzymujemy wówczas

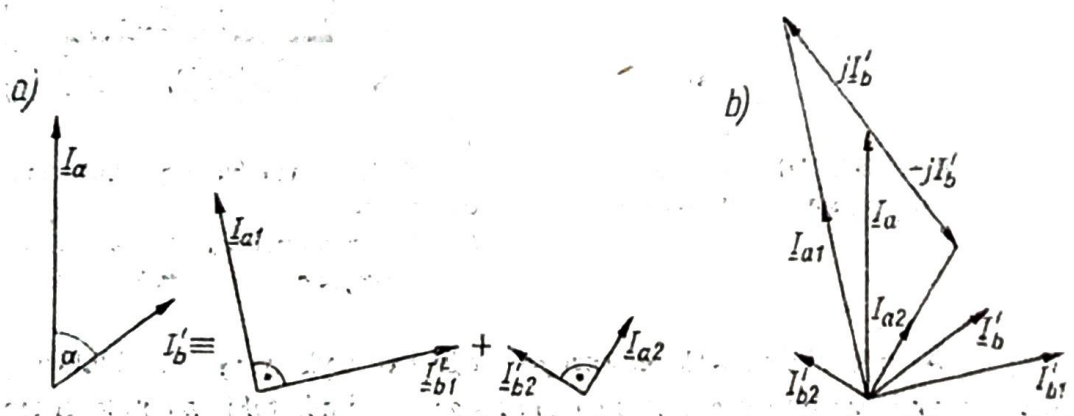
$$I'_b = \frac{w_b k_{ub}}{w_a k_{ua}} I_b = \frac{1}{k} I_b \tag{5.187}$$

Podobnie przeliczymy na stronę sterowania napięcie wzbudzenia

$$U_b = kU_b \tag{5.188}$$

oraz wszystkie reaktancje i rezystancje obwodu wzbudzenia

$$R'_b = k^2 R_b; \qquad X'_b = k^2 X_b; \qquad Z'_c = k^2 Z_c \tag{5.189}$$



Rys. 5.52. Składowe symetryczne układu dwufazowego: a) związek między prądami fazowymi i składowymi symetrycznymi; b) geometryczne wyznaczenie składowych symetrycznych

Zasady przeliczania parametrów są takie same, jak dla transformatorów i silników indukcyjnych trójfazowych.

Rozkładając na składowe symetryczne dowolny układ prądów I_a i I'_b (rys. 5.52a) otrzymujemy związki

$$\underline{I}_{a1} = \mathrm{j}\underline{I}'_{b1} \tag{5.190}$$

$$\underline{I}_{a2} = -\mathrm{j}\underline{I}'_{b2} \tag{5.191}$$

$$\underline{I}_a = \underline{I}_{a1} + \underline{I}_{a2} \tag{5.192}$$

$$\underline{I}'_b = \underline{I}'_{b1} + \underline{I}'_{b2} \tag{5.193}$$

Stąd prądy składowe symetryczne uzwojenia sterowania wyrażają się wzorami

$$\underline{I}_{a1} = \frac{1}{2}(\underline{I}_a + \mathrm{j}\underline{I}'_b) \tag{5.194}$$

$$\underline{I}_{a2} = \frac{1}{2}(\underline{I}_a - \mathrm{j}\underline{I}'_b) \tag{5.195}$$

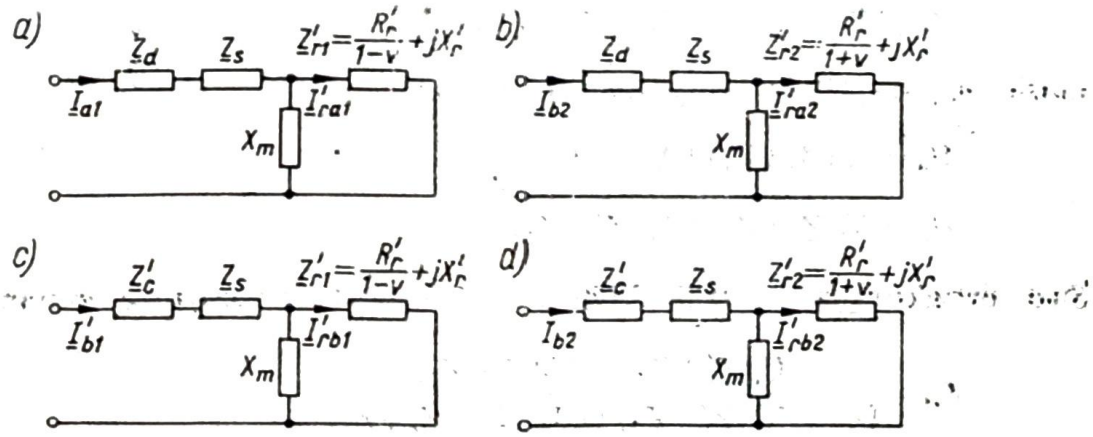
skąd wynika geometryczna metoda wyznaczania prądów składowych symetrycznych (rys. 5.52b).

Rozpatrzmy ogólny przypadek, gdy silnik z włączoną impedancją Z_c w obwód wzbudzenia i Z_d w obwód sterowania, jest zasilany dowolnym układem napięć U_a i U_b.

Jeżeli przez v oznaczymy prędkość silnika odniesioną do prędkości pola współbieżnego, którą przyjmiemy jako dodatnią, to poślizg wirnika względem obu pól składowych wyrażą zależności

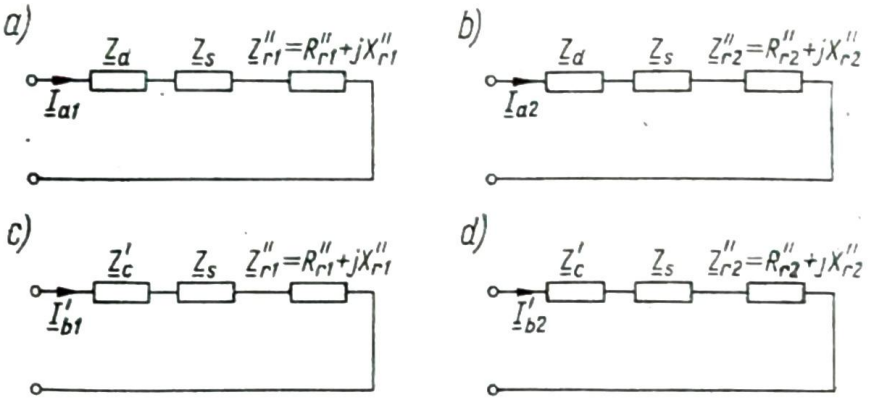
$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = 1 - \frac{n}{n_1} = 1 - v \tag{5.196}$$

$$s_2 = \frac{-n_1 - n}{-n_1} = 1 + \frac{n}{n_1} = 1 + v \tag{5.197}$$



Rys. 5.53. Układy zastępcze silnika indukcyjnego dwufazowego: a), b) obwód sterowania dla składowych współbieżnych i przeciwbieżnych, c), d) obwód wzbudzenia dla składowych współbieżnych i przeciwbieżnych

Dla wszystkich czterech prądów $\underline{I}_{a1}$, $\underline{I}_{a2}$, $\underline{I}'_{b1}$, $\underline{I}'_{b2}$ można narysować odrębne układy zastępcze (rys. 5.53), które różnią się między sobą tym, że w obwód wzbudzenia jest włączona impedancja Z'_c, a w obwód sterowania impedancja Z_d oraz że rezystancja wirnika, przeliczona na stronę sterowania, wynosi dla prądów współbieżnych $\frac{R'_r}{1-v}$, a dla prądów przeciwbieżnych $\frac{R'_r}{1+v}$.



Rys. 5.54. Układy zastępcze silnika indukcyjnego dwufazowego z reaktancją X_m w obwodzie wirnika: a), b), c), d) jak na rys. 5.53

Jeżeli obliczymy impedancję zastępczą reaktancji X_m i odpowiedniej impedancji wirnika, to otrzymamy dwójniki (rys. 5.54), w których elementy R''_{r1} i X''_{r1} wyrażą się wzorami

$$R''_{r1} = \frac{X_m^2 R'_r(1-v)}{R'^2_r + (X_m + X'_r)^2 (1-v)^2} \tag{5.198}$$

$$X''_{r1} = \frac{X_m R'^2_r + X_m X'_r (X_m + X'_r)(1-v)^2}{R'^2_r + (X_m + X'_r)^2 (1-v)^2} \tag{5.199}$$

odpowiednio R''_{r2} i X''_{r2}, gdzie zamiast $(1-v)$ występuje czynnik $(1+v)$.

Oznaczając odpowiednio

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_s + \underline{Z}''_{r1}; \qquad \underline{Z}_2 = \underline{Z}_s + \underline{Z}''_{r2}$$

można napisać bilans napięć dla obu obwodów

$$\underline{U}_a = \underline{I}_{a1}(\underline{Z}_d + \underline{Z}_1) + \underline{I}_{a2}(\underline{Z}_d + \underline{Z}_2) \tag{5.200}$$

$$\underline{U}'_b = \underline{I}'_{b1}(\underline{Z}'_c + \underline{Z}_1) + \underline{I}'_{b2}(\underline{Z}'_c + \underline{Z}_2) \tag{5.201}$$

Stąd, uwzględniając związki (5.190) i (5.191), prądy wyrażają się wzorami

$$\underline{I}_{a1} = \frac{\underline{U}_a(\underline{Z}'_c + \underline{Z}_2) + \mathrm{j}\,\underline{U}'_b(\underline{Z}_d + \underline{Z}_2)}{(\underline{Z}_d + \underline{Z}_1)(\underline{Z}'_c + \underline{Z}_2) + (\underline{Z}_d + \underline{Z}_2)(\underline{Z}'_c + \underline{Z}_1)} \tag{5.202}$$

$$\underline{I}_{a2} = \frac{\underline{U}_a(\underline{Z}'_c + \underline{Z}_1) - \mathrm{j}\,\underline{U}'_b(\underline{Z}_d + \underline{Z}_1)}{(\underline{Z}_d + \underline{Z}_1)(\underline{Z}'_c + \underline{Z}_2) + (\underline{Z}_d + \underline{Z}_2)(\underline{Z}'_c + \underline{Z}_1)} \tag{5.203}$$

Moc pola wirującego jest różnicą mocy pól współbieżnego i przeciwbieżnego. Zgodnie z teorią maszyn indukcyjnych można dla pełnych układów zastępczych napisać

$$P_e = P_{e1} - P_{e2} = I'^2_{ra1}\frac{R'_r}{1-v} + I'^2_{rb1}\frac{R'_r}{1-v} - I'^2_{ra2}\frac{R'_r}{1+v} - I'^2_{rb2}\frac{R'_r}{1+v} \tag{5.204}$$

Ponieważ jednak prądy $\underline{I}'_{ra1}$ i $\underline{I}'_{rb1}$, a także $\underline{I}'_{ra2}$ i $\underline{I}'_{rb2}$ mają odpowiednio równe amplitudy, więc

$$P_e = 2I'^2_{ra1}\frac{R'_r}{1-v} - 2I'^2_{ra2}\frac{R'_r}{1+v} \tag{5.205}$$

Wygodniej jest wyrazić moc przez prądy stojana, określone wzorami (5.202) i (5.203). Ponieważ do obwodu wirnika została włączona tylko reaktancja, więc moc wydzielona np. w elemencie $\frac{R'_r}{1-v}$ na rys. 5.53a jest równa mocy wydzielonej w elemencie R''_{r1} na rys. 5.54a. Można więc zapisać

$$P_e = 2I^2_{a1}R''_{r1} - 2I^2_{a2}R''_{r2} \tag{5.206}$$

Moment obrotowy wyraża wg (5.49) $M = \frac{P_e}{\omega_1} = 9{,}55\frac{P_e}{n_1}$.

Wyprowadzone zależności umożliwiają określenie momentu i prądów w funkcji prędkości dla dowolnego sposobu zasilania silnika. Np. dla sterowania amplitudowego należy w odpowiednich wzorach podstawić $\underline{Z}'_c = 0$, $\underline{Z}_d = 0$, $\underline{U}_a = \mathrm{j}\alpha_e \underline{U}'_b$, gdzie α_e jest to tzw. współczynnik sygnału. Dla sterowania fazowego należy podstawić $\underline{Z}_d = \underline{Z}_c = 0$, $\underline{U}_a = \underline{U}_b e^{\mathrm{j}\beta}$; dla sterowania amplitudowo-fazowego podstawiamy $\underline{Z}_d = 0$, $\underline{U}_a = \alpha_e \underline{U}'_b$.

5.6.3. Charakterystyka mechaniczna i regulacyjna silnika indukcyjnego dwufazowego

Rozpatrzymy podstawowe własności ruchowe silnika zasilanego metodą sterowania amplitudowego. Ze względu na złożoną postać wyrażeń określających prądy i impedancje, analizuje się zwykle własności ruchowe tzw. *silnika idealnego*, gdzie pomija się wszystkie elementy układu zastępczego, oprócz rezystancji wirnika.

Przyjmując zatem $X_m = \infty$, $\underline{Z}_s = 0$, $X_r = 0$, $\underline{Z}'_c = 0$, $\underline{Z}_d = 0$, $\underline{U}_a = \mathrm{j}\alpha_e \underline{U}'_b$, otrzymujemy

$$\underline{Z}_1 = R''_{r1} = \frac{R'_r}{1-v}$$

$$\underline{Z}_2 = R''_{r2} = \frac{R'_r}{1+v} \tag{5.207}$$

$$\underline{I}_{a1} = \mathrm{j}\frac{\underline{U}'_b(1+\alpha_e)}{2\underline{Z}_1} = \mathrm{j}\frac{\underline{U}'_b}{2R'_r}(1-v)(1+\alpha_e) \tag{5.208}$$

$$\underline{I}_{a2} = -\mathrm{j}\frac{\underline{U}'_b(1-\alpha_e)}{2\underline{Z}_2} = -\mathrm{j}\frac{\underline{U}'_b}{2R'_r}(1+v)(1-\alpha_e) \tag{5.209}$$

stąd zaś, na podstawie (5.206), moment obrotowy wyniesie

$$M = \frac{U_b'^2}{\omega_1 R_r'} [2\alpha_e - (1+\alpha_e^2) v] \tag{5.210}$$

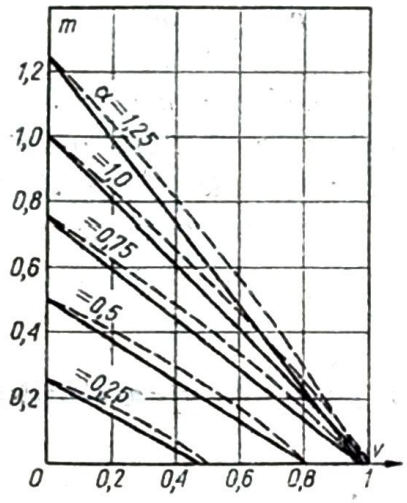
Wyraźmy moment w wartościach względnych, przyjmując jako jednostkę odniesienia moment przy $v = 0$ i $\alpha_e = 1$, a więc dla zwarcia przy polu kołowym

$$M_{k0} = \frac{2U_b'^2}{\omega_1 R_r'} \tag{5.211}$$

stąd moment względny wynosi

$$m = \frac{M}{M_{k0}} = \alpha_e - \frac{1+\alpha_e^2}{2} v \tag{5.212}$$

Podstawiając kolejno wartości $\alpha_e = 0{,}25$, $\alpha_e = 0{,}5$ itd., otrzymujemy charakterystyki mechaniczne przedstawione na rys. 5.55.



Rys. 5.55. Charakterystyki mechaniczne silnika indukcyjnego dwufazowego przy sterowaniu amplitudowym; linie ciągłe — silnik idealny, linie przerywane — silnik rzeczywisty

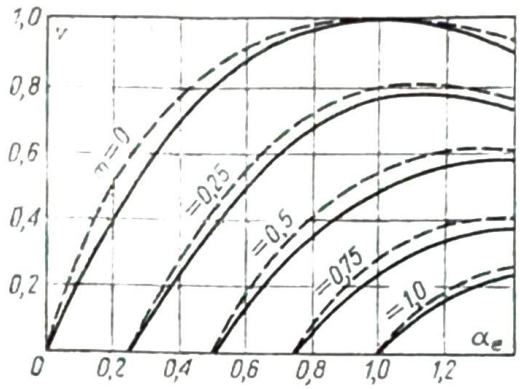
Z (5.212) widać, że początkowy moment rozruchowy jest proporcjonalny do współczynnika sygnału

$$m_k = \alpha_e \tag{5.213}$$

Charakterystyką regulacyjną silnika dwufazowego jest zależność prędkości od współczynnika sygnału. Z (5.212) można dla silnika idealnego o sterowaniu amplitudowym napisać zależność

$$v = \frac{2(\alpha_e - m)}{1+\alpha_e^2} \tag{5.214}$$

Przy różnych momentach obciążenia ($m = 0$, $m = 0{,}25$ itd.) otrzymujemy rodzinę charakterystyk regulacyjnych (rys. 5.56) które stanowią podstawowe zależności przy rozpatrywaniu silnika dwufazowego jako elementu automatyki (rozdz. 5.6.7).



Rys. 5.56. Charakterystyki regulacyjne silnika indukcyjnego dwufazowego przy sterowaniu amplitudowym; linie ciągłe — silnik idealny, linie przerywane — silnik rzeczywisty

Ze wzoru (5.214) widać, że prędkość idealnego stanu jałowego jest funkcją współczynnika sygnału, gdyż wyraża się związkiem

$$v_0 = \frac{2\alpha_e}{1+\alpha_e^2} \tag{5.215}$$

Silnik więc osiąga teoretycznie prędkość synchroniczną przy $m = 0$ tylko dla warunku pola kołowego, a więc dla $\alpha_e = 1$.

Na podstawie wyprowadzonych wzorów można określić różne własności ruchowe silnika przy zadanym sposobie sterowania (zależność prądów oraz mocy sterowania i wzbudzenia od prędkości, napięcia i momentu).

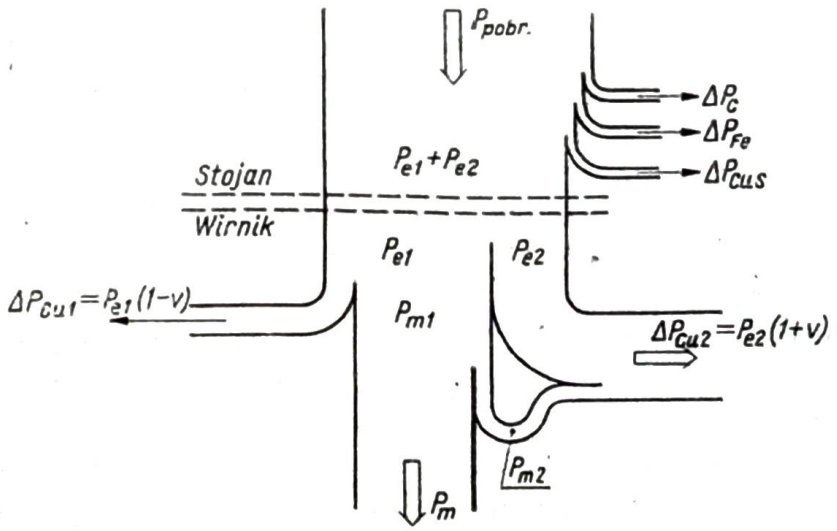
Charakterystyki silnika rzeczywistego zwykle mało się różnią od charakterystyk silnika idealnego z rys. 5.55 i 5.56.

5.6.4. Bilans energetyczny silnika indukcyjnego dwufazowego

Moc pobrana przez silnik jest częściowo tracona w rdzeniu i uzwojeniach stojana; do wirnika, za pośrednictwem dwóch pól wirujących, przechodzą moce P_{e1} i P_{e2}. Każde z pól wirujących wytwarza własne prądy wirnika dające straty

$$\Delta P_{Cu1} = P_{e1}(1-v) \tag{5.216}$$

$$\Delta P_{Cu2} = P_{e2}(1+v) \tag{5.217}$$



Rys. 5.57. Bilans energetyczny silnika indukcyjnego dwufazowego

Moce mechaniczne wynikające z działania obu pól wynoszą

$$P_{m1} = P_{e1} - P_{e1}(1-v) = P_{e1}\, v \tag{5.218}$$

$$P_{m2} = P_{e2} - P_{e2}(1+v) = -P_{e2}\, v \tag{5.219}$$

Moc mechaniczna wytworzona przez pole przeciwbieżne jest ujemna dla dodatnich wartości v, pole przeciwbieżne wytwarza zatem moment hamujący. Całkowita moc mechaniczna wynosi więc

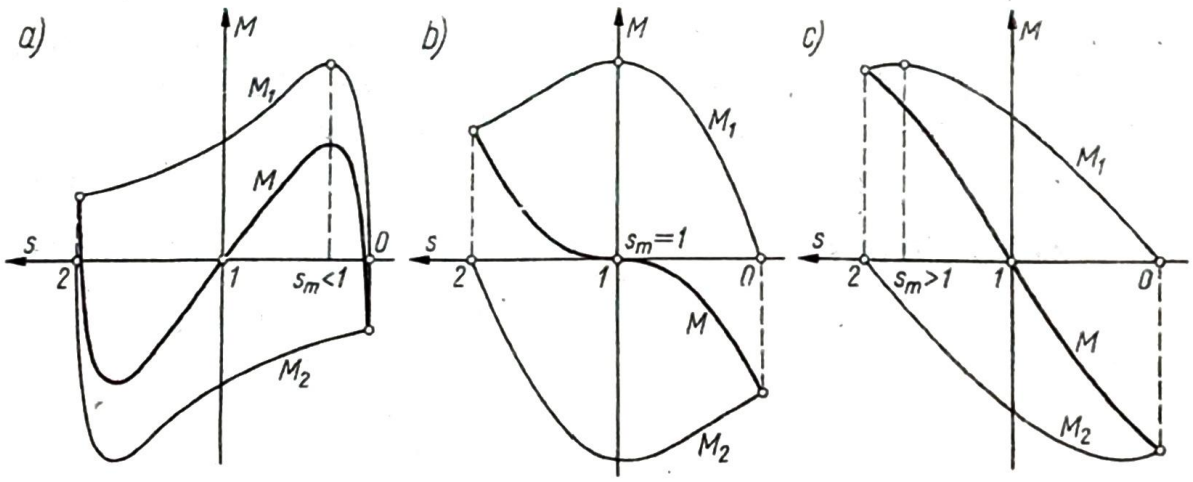
$$P_m = P_{m1} + P_{m2} = (P_{e1} - P_{e2})\, v = P_e\, v \tag{5.220}$$

gdzie P_e jest — jak to przyjęto w (5.204) — różnicą mocy pól współbieżnego i przeciwbieżnego.

Bilans rozpływu mocy silnika indukcyjnego dwufazowego przedstawiono na rys. 5.57. Przy pracy silnikowej ($v > 0$) straty w obwodzie elektrycznym wirnika są większe niż moc pola wirującego przeciwbieżnego, co wynika ze wzoru (5.217).

5.6.5. Kryteria samohamowności silnika indukcyjnego dwufazowego

Jeżeli uzwojenie sterowania jest rozwarte lub napięcie sterujące jest równe zeru, to żeby silnik dwufazowy wykonawczy nie był pozbawiony sterowalności, musi on przy dowolnej prędkości obrotowej zatrzymać się nie tylko na skutek działania momentu obciążenia, ale przede wszystkim na skutek działania własnego elektromagnetycznego momentu hamującego. Właściwość tę nazywa się samohamownością silnika.



Rys. 5.58. Charakterystyki mechaniczne silnika indukcyjnego dwufazowego przy zasilaniu jednofazowym: a) przy $s_m < 1$, b) przy $s_m = 1$, c) przy $s_m > 1$

Warunkiem wystąpienia samohamowności jest odpowiednio dobrana rezystancja wirnika. Przy małej rezystancji wirnika momenty składowe od pól wirujących przy zasilaniu jednofazowym dają łącznie moment silnikowy (rys. 5.58a). Taki przebieg charakterystyki jest niedopuszczalny w silniku dwufazowym. Zwiększenie rezystancji powoduje zwiększenie poślizgu krytycznego przebiegów obu momentów składowych. Jeżeli $s_m = 1$, to krzywa momentu wypadkowego jest styczna

do osi prędkości w punkcie $v = 0$ (rys. 5.58b), dla $s_m > 1$ otrzymuje się moment hamujący zależny w przybliżeniu liniowo od prędkości (rys. 5.58c). Warunkiem samohamowności jest więc $s_m \geqslant 1$.

Jeżeli wyrażenie na moment obrotowy silnika przyrównać do zera, to otrzyma się:

w przypadku jak na rys. 5.58a — jeden pierwiastek równy zeru i dwa pierwiastki rzeczywiste, różniące się tylko znakiem;

w przypadku jak na rys. 5.58b — trzy pierwiastki rzeczywiste równe zeru;

w przypadku jak na rys. 5.58c — jeden pierwiastek rzeczywisty równy zeru.

Najdogodniej jest rozważyć przypadek ogólny, gdy obwód sterowania jest zwarty przez impedancję Z_d. Wówczas przy $Z_d = 0$ otrzymamy zwarcie uzwojenia sterowania ($U_a = 0$), a przy $Z_d = \infty$ rozwarcie tego obwodu ($I_a = 0$).

Jeżeli moment ma być równy zeru, to uwzględniając wzór (5.206) można napisać

$$I_{a1}^2 R''_{r1} = I_{a2}^2 R''_{r2} \tag{5.221}$$

Korzystając z zależności (5.202) i (5.203), otrzymujemy

$$|(\underline{Z}_d + \underline{Z}_2)|^2 R''_{r1} = |(\underline{Z}_d + \underline{Z}_1)|^2 R''_{r2} \tag{5.222}$$

Podstawiając za $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$, R''_{r1} i R''_{r2} odpowiednie wyrażenia, wynikające z układu zastępczego i (5.198), otrzymujemy

$$av^3 + bv = 0 \tag{5.223}$$

gdzie wielkości a i b są funkcjami parametrów układu zastępczego. Z (5.223) wynika, że warunek potrójnego pierwiastka równego zeru występuje tylko wówczas, gdy $b = 0$, a to prowadzi do wyrażenia

$$R'_r \geqslant \sqrt{\frac{(R_d + R_s)^2 (X_m + X'_r)^2 + [(X_d + X_s)(X_m + X'_r) + X_m X'_r]^2}{(R_d + R_s)^2 + (X_d + X_s + X_m)^2}} \tag{5.224}$$

Z powyższego warunku samohamowności można otrzymać wartości rezystancji dla rozwartego obwodu sterowania podstawiając $R_d = \infty$ lub $X_d = \infty$, a także dla zwartego obwodu sterowania, gdy $R_d = 0$ i $X_d = 0$.

5.6.6. Dobór kondensatora do silnika dwufazowego

Przy sterowaniu amplitudowo-fazowym można tak dobrać współczynnik sygnału i pojemność kondensatora włączonego w obwód uzwojenia wzbudzenia, że otrzyma się pole kołowe przy dowolnej prędkości. Warunkiem pola kołowego jest, aby prąd przeciwnej kolejności faz był równy zeru. Z (5.203) otrzymuje się dla $\underline{Z}_d = 0$ i $\underline{U}_a = \alpha_e \underline{U}'_b$ warunek

$$\alpha_e(\underline{Z}'_c + \underline{Z}_1) = \mathrm{j}\underline{Z}_2 \tag{5.225}$$

Podstawiając: $\underline{Z}'_c = R'_c - \mathrm{j}X'_c$; $\underline{Z}_1 = R_1 = \mathrm{j}X_1$; $\underline{Z}_2 = R_2 + \mathrm{j}X_2$, otrzymujemy

$$\alpha_e(R'_c + R_1) + \mathrm{j}\alpha_e(-X'_c + X_1) = \mathrm{j}R_2 - X_2 \tag{5.226}$$

rozdzielając część rzeczywistą i część urojoną

$$\alpha_e(R_c'+R_1)+X_2=0 \tag{5.227}$$

$$\alpha_e(X_1-X_c')-R_2=0 \tag{5.228}$$

Przy $R_c'=0$ otrzymujemy

$$\alpha_e=-\frac{X_2}{R_1} \tag{5.229}$$

$$X_c'=X_1+\frac{R_1R_2}{X_2} \tag{5.230}$$

5.6.7. Silnik dwufazowy jako element automatyki

Dla określenia transmitancji silnika dwufazowego, stosowanego w automatyce jako silnik wykonawczy, można uprościć charakterystykę mechaniczną przyjmując, że jej nachylenie jest stałe, niezależne od napięcia sterującego. Moment względny będzie więc wg (5.212)

$$m=\alpha_e-\frac{1+\alpha_e^2}{2}v\approx\alpha_e-\frac{1}{c}v \tag{5.231}$$

Ponieważ moment silnika pracującego w stanie jałowym wyraża się zależnością

$$M=J\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} \tag{5.232}$$

więc

$$m=\frac{J\omega_0}{M_{k0}}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \tag{5.233}$$

a zatem

$$\alpha_e-\frac{1}{c}v=\frac{J\omega_0}{M_{k0}}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \tag{5.234}$$

Po uporządkowaniu i przejściu do funkcji operatorowych otrzymuje się

$$\frac{cJ\omega_0}{M_{k0}}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}+v=c\alpha_e \tag{5.235}$$

$$(1+sT)v(s)=c\alpha_e(s) \tag{5.236}$$

Transmitancja silnika zatem wyraża się wzorem

$$G(s)=\frac{v(s)}{\alpha_e(s)}=\frac{c}{1+sT} \tag{5.237}$$

gdzie

$$T=\frac{cJ\omega_0}{M_{k0}} \tag{5.238}$$

i jest elektromechaniczną stałą czasową silnika.

Jeżeli wielkością wyjściową nie jest prędkość obrotowa, lecz kąt obrotu wirnika φ, to z zależności

$$\varphi = \int_0^t \omega \, dt = \omega_0 \int_0^t v \, dt \tag{5.239}$$

po przejściu na funkcję operatorową, otrzymujemy

$$\varphi(s) = \frac{\omega_0}{s} v(s) \tag{5.240}$$

i podstawiając w (5.237) mamy

$$G(s) = \frac{\varphi(s)}{\alpha_e(s)} = \frac{c\omega_0}{s(1+sT)} \tag{5.241}$$

Indukcyjny silnik wykonawczy przy wymienionych założeniach upraszczających jest: członem aperiodycznym, gdy wielkością wyjściową jest prędkość; szeregowym układem członu całkującego i aperiodycznego, gdy wielkością wyjściową jest kąt obrotu.

Stałą czasową T przyjmuje się zwykle jako czas, po którym silnik wykonawczy idealny, o danym momencie rozruchowym, osiągnie połowę prędkości znamionowej. Przy takim założeniu, podstawiając za c wyrażenie wynikające ze wzoru (5.231) otrzymuje się

$$T_i = T \ln 2 = \ln 2 \frac{2J\omega_0}{(1+\alpha_e^2)M_{k0}} = 1{,}38 \frac{J\omega_0}{(1+\alpha_e^2)M_{k0}} = 0{,}145 \frac{Jn_1}{(1+\alpha_e^2)M_{k0}} \tag{5.242}$$

5.7. SPECJALNE ZASTOSOWANIA MASZYN INDUKCYJNYCH

5.7.1. Prądnica indukcyjna

Przy prędkości wyższej od synchronicznej maszyna indukcyjna jest prądnicą. Maszyna pobiera na wale moc mechaniczną, a oddaje do sieci moc elektryczną. Do wytworzenia pola wirującego potrzebny jest pobór z sieci prądu biernego indukcyjnego I_μ. Prąd ten może być dostarczony przez prądnice synchroniczne, zasilające sieć, do której jest przyłączona prądnica indukcyjna. Prąd indukcyjny może być też dostarczony przez kondensatory włączone do tej sieci. Taki układ prądnicy z baterią kondensatorów nazywa się układem samowzbudnym. Warunkiem samowzbudzenia się prądnicy jest istnienie magnetyzmu szczątkowego, można też włączyć prądnicę na krótko pod napięcie w celu wytworzenia strumienia.

Prądnica indukcyjna może pracować przy różnych prędkościach obrotowych, a więc przy różnych poślizgach, oddając do sieci moc odpowiednią do prędkości. Jest to pewna zaleta w porównaniu z prądnicą synchroniczną, która ma stałą prędkość obrotową. Również przyłączanie prądnicy indukcyjnej do sieci jest prostsze, gdyż nie wymaga żadnych urządzeń synchronizacyjnych, a włączenie odbywa się bezpośrednio przy prędkości zbliżonej do synchronicznej. Prądnice indukcyjne samowzbudne są stosowane bardzo rzadko, pracują niekiedy w elektrowniach wodnych.

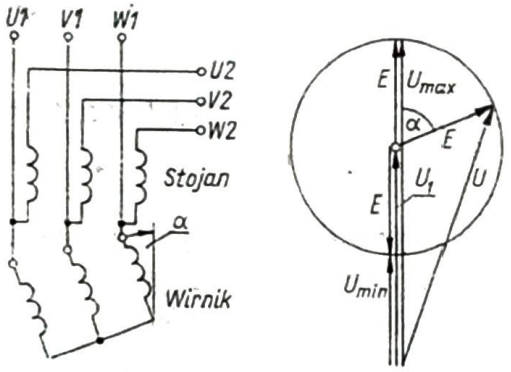
5.7.2. Silnik indukcyjny synchronizowany

Silnik indukcyjny pierścieniowy może pracować jako silnik synchroniczny, jeżeli po uruchomieniu go zasili się obwód wirnika prądem stałym. Silnik taki przy odpowiednim doborze prądu wzbudzającego pobiera moc elektryczną przy współczynniku mocy zbliżonym do jedności, dając w ten sposób możliwość poprawy współczynnika mocy sieci zasilającej. Silniki indukcyjne synchronizowane mają ograniczone zastosowanie ze względu na małą przeciążalność, spowodowaną przez małą szczelinę powietrzną. Ich własności ruchowe są znacznie gorsze niż silników synchronicznych jawnobiegunowych.

5.7.3. Indukcyjny regulator napięcia

Do regulacji napięcia w układzie trójfazowym może być wykorzystany silnik indukcyjny pierścieniowy, którego wirnik ma urządzenie do ustawiania go nieruchomo w dowolnym położeniu. Jeżeli uzwojenie wirnika jest włączone do sieci przez pierścienie ślizgowe, to wytworzone przez prąd wirnika pole wirujące indukuje w stojanie napięcie, którego faza zależy od położenia uzwojeń wirnika względem uzwojeń stojana.

Gdy uzwojenie stojana jest zasilane przez napięcie sieci, to na końcówkach uzwojenia występuje napięcie, które jest geometryczną sumą napięcia sieci U_1 i napięcia indukowanego E (rys. 5.59).



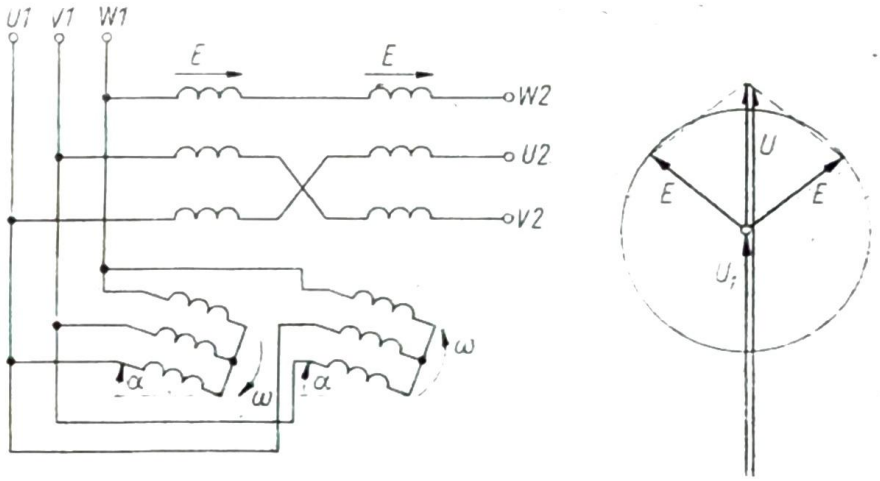
Rys. 5.59. Trójfazowy regulator napięcia: układ połączeń i wykres wskazowy napięć

Indukowane w stojanie napięcie E ma stałą wartość skuteczną, a jedynie jego faza względem napięcia U_1 zależy od położenia wirnika. W zgodnym położeniu osi uzwojeń stojana i wirnika napięcie robocze na zaciskach U_2, V_2, W_2 jest algebraiczną sumą napięć $U_{max} = U + E$.

Po obrocie wirnika o kąt π (elektryczny) napięcie robocze jest algebraiczną różnicą napięć $U_{min} = U_1 - E$.

W dowolnym położeniu pośrednim napięcie robocze jest przesunięte w fazie względem napięcia U_1.

Zwykle buduje się indukcyjne regulatory napięcia tak, aby napięcie robocze było w fazie z napięciem sieci U_1. Stan ten uzyskuje się przez odpowiednie połączenie dwóch układów (rys. 5.60), których wirniki są zasilane wprost z sieci i wytwarzają pola wirujące względem stojanów w przeciwne strony. Jeżeli sprzężone mechanicznie



Rys. 5.60. Trójfazowy regulator napięcia w układzie podwójnym: układ połączeń i wykres wskazowy napięć

ze sobą wirniki obrócą się o pewien kąt, to w jednym stojanie napięcie indukowane przesunie się w fazie w przód, a w drugim wstecz względem napięcia sieci. Suma geometryczna napięcia sieci i dwóch napięć indukowanych w stojanach jest zawsze w fazie z napięciem sieci.

Indukcyjne regulatory napięcia, zwane też transformatorami obrotowymi, dają płynną regulację napięcia. Ponieważ wirniki mają ograniczony kąt obrotu, nie muszą być zasilane przez pierścienie ślizgowe, lecz przy użyciu odpowiednio ułożonych giętkich przewodów.

Regulatory indukcyjne mają znacznie gorsze warunki chłodzenia niż zwykłe silniki indukcyjne, gdyż są nieruchome i dlatego są często wyposażone w chłodzenie olejowe. Aby ułatwić przepływ oleju w szczelinie powietrznej regulatory są budowane w ten sposób, że wał jest umieszczony pionowo.

Regulatory takie mają zastosowanie w laboratoriach. Należy liczyć się z tym, że prądy płynące w uzwojeniach przy obciążeniu obwodu roboczego, wytwarzają dość znaczne momenty obrotowe, zatem przekładnia do obracania wirnika musi być wykonana jako ślimakowa.

Jeżeli potrzebna jest regulacja napięcia w obwodzie jednofazowym to może być do tego celu użyty regulator wykonany jak silnik indukcyjny, lecz z zasilaniem jednofazowym. W uzwojeniu znajdującym się w wytworzonym polu pulsującym indukuje się napięcie, którego faza jest stała w zakresie obrotu o kąt elektryczny $\alpha = \pm\pi/2$, a wartość skuteczna proporcjonalna do $\cos\alpha$.

5.7.4. Przesuwnik fazowy

Jeżeli przy nieruchomym wirniku zasilamy z sieci stojan maszyny indukcyjnej to w uzwojeniach wirnika indukuje się napięcie trójfazowe którego faza względem napięcia sieci zależy od kąta ustawienia wirnika. Wartość skuteczna napięcia wirnika jest stała. Przesuwniki fazowe są stosowane np. w laboratoriach przy cechowaniu liczników i watomierzy.

5.7.5. Sprzęgła elektromagnetyczne

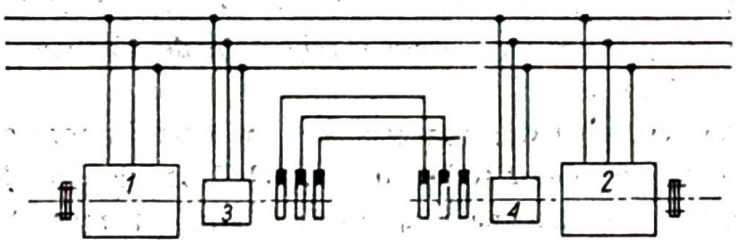
Sprzęgła elektromagnetyczne są stosowane do łączenia silników z napędzanymi maszynami. Rozruchu i regulacji prędkości maszyny roboczej można dokonać przy stałej (lub prawie stałej) prędkości silnika.

Sprzęgła elektromagnetyczne, zwane poślizgowymi, działają na tej samej zasadzie co maszyny indukcyjne. Na wale od strony silnika napędowego osadzona jest część sprzęgła mająca wydatne bieguny magnetyczne o uzwojeniach zasilanych prądem stałym (prądem wzbudzającym). Przy wirowaniu tej części sprzęgła powstaje wirujące pole magnetyczne, w którym znajduje się druga część sprzęgła, zmontowana na wale maszyny napędzanej. Ta druga część sprzęgła ma uzwojenie klatkowe lub dwuklatkowe, jak w wirniku maszyny indukcyjnej. Przez włączanie i wyłączanie prądu stałego uzyskuje się sprzęganie i rozprzęganie silnika i maszyny napędzanej. Charakterystyka mechaniczna sprzęgła poślizgowego jest podobna do charakterystyki silnika indukcyjnego, jej przebieg zależy od kształtu klatki i wartości prądu wzbudzającego. Normalne sprzęgło pracuje przy poślizgu wynoszącym ok. 0,01 do 0,02. Dobór prądu wzbudzającego umożliwia uzyskanie odpowiedniej wartości momentu maksymalnego, który stanowi granicę przenoszonego momentu obciążenia i przez to zabezpiecza silnik przed przeciążeniem.

Poza sprzęgłami poślizgowymi o zasadzie działania najbardziej podobnej do zasady działania maszyn indukcyjnych istnieje szereg innych typów sprzęgieł elektromagnetycznych (np. proszkowe, histerezowe).

5.7.6. Wał elektryczny

Stosowanie w przemyśle silników indukcyjnych wymaga niekiedy zapewnienia dokładnej współbieżności dwu lub większej liczby wałów silników, nie połączonych ze sobą mechanicznie (np. w napędzie dużych suwnic, zasuw na zaporach wodnych). Cel ten można osiągnąć stosując tzw. *wał elektryczny*.



Rys. 5.61. Schemat układu wału elektrycznego

Jeżeli silniki *1* i *2* na rys. 5.61 pracują współbieżnie, to każdy z nich jest sprzęgnięty z dodatkowym silnikiem *3* i *4*, włączonym również do sieci. Połączone ze sobą wirniki silników *3* i *4* muszą mieć jednakowe napięcia fazowe. Przy identycznej prędkości obrotowej napięcia te kompensują się, w obwodzie wirników silników *3* i *4* nie płynie więc żaden prąd i silniki te nie dają żadnego momentu obrotowego. Jeżeli jednak np. silnik *1* nieco zwolni (zostanie silniej zahamowany), to zmieni się faza napięć wirników *3* i *4*, popłynie w tym obwodzie prąd, który wytwarza do-

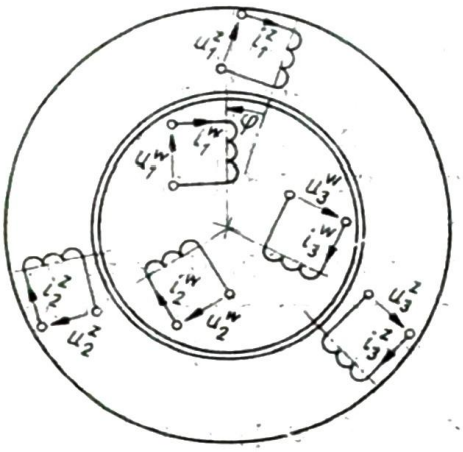
datkowy moment — napędzający w silniku *3*, a hamujący w silniku *4*. Silnik *2* zostanie więc dodatkowo obciążony, a silnik *1* odciążony i obydwa pracują nadal współbieżnie.

Zwykle dla uzyskania dużej dokładności pracy układu korzystna jest praca silników *3* i *4* przy dużych napięciach wirników, co osiąga się w ten sposób, że wirniki wirują w kierunku przeciwnym niż pole magnetyczne ($s > 1$).

5.8. ZARYS OGÓLNEJ TEORII MASZYN INDUKCYJNYCH

5.8.1. Podstawowe równania napięć i momentów

Maszyna indukcyjna może być opisana ogólnymi równaniami, wywodzącymi się z teorii elektromechanicznych przetworników energii. Równania te w najogólniejszym przypadku mogą obejmować zagadnienia niesymetrii budowy obwodu magnetycznego i elektrycznego oraz dowolny sposób zasilania maszyny. Dla uproszczenia zostanie przedstawiony w zarysie opis maszyny indukcyjnej, zbudowanej symetrycznie, o trzech uzwojeniach stojana i trzech wirnika (rys. 5.62).



Rys. 5.62. Model maszyny indukcyjnej

Dla tego typu przetwornika, mającego tylko jeden stopień swobody w ruchu mechanicznym, można na podstawie tabl. 2.3 zapisać:

— koenergię kinetyczną

$$W_k^* = \frac{1}{2} J\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}\mathbf{i}^T\mathbf{L}\mathbf{i} \tag{5.243}$$

— funkcję koenergii dyssypacji

$$W_d^* = \frac{1}{2}\int_0^t D\dot{\phi}^2\,\mathrm{d}t + \frac{1}{2}\int_0^t \mathbf{i}^T\mathbf{R}\mathbf{i}\,\mathrm{d}t \tag{5.244}$$

— energię zasilania

$$W_z = \int_0^t m\dot{\phi}\,\mathrm{d}t + \int_0^t \mathbf{i}^T\mathbf{u}\,\mathrm{d}t \tag{5.245}$$

Ponieważ uzwojenia wirnika obracają się względem uzwojeń stojana, indukcyjności wzajemne dotyczące każdych dwóch uzwojeń, z których jedno należy do stojana a drugie do wirnika, występujące w macierzy **L** są funkcjami kąta φ.

Na podstawie równań Eulera-Lagrange'a dla współrzędnych elektrycznych otrzymujemy równanie macierzowe napięć wg (2.68) $\mathbf{u}=\mathbf{Ri}+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathbf{Li})$.

Oznaczając wielkości dotyczące stojana (strony zasilanej) wskaźnikiem z, a dotyczące wirnika wskaźnikiem w, możemy to równanie napisać w postaci szczegółowej

$$\begin{bmatrix} u_1^z \\ u_2^z \\ u_3^z \\ \hdashline u_1^w \\ u_2^w \\ u_3^w \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc:ccc} R^z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R^z & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R^z & 0 & 0 & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & R^w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R^w & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R^w \end{array}\right] \begin{bmatrix} i_1^z \\ i_2^z \\ i_3^z \\ \hdashline i_1^w \\ i_2^w \\ i_3^w \end{bmatrix} +$$

$$+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\left[\begin{array}{ccc:ccc} L_{11}^{zz} & M_{12}^{zz} & M_{13}^{zz} & M_{11}^{zw} & M_{12}^{zw} & M_{13}^{zw} \\ M_{21}^{zz} & L_{22}^{zz} & M_{23}^{zz} & M_{21}^{zw} & M_{22}^{zw} & M_{23}^{zw} \\ M_{31}^{zz} & M_{32}^{zz} & L_{33}^{zz} & M_{31}^{zw} & M_{32}^{zw} & M_{33}^{zw} \\ \hdashline M_{11}^{wz} & M_{12}^{wz} & M_{13}^{wz} & L_{11}^{ww} & M_{12}^{ww} & M_{13}^{ww} \\ M_{21}^{wz} & M_{22}^{wz} & M_{23}^{wz} & M_{21}^{ww} & L_{22}^{ww} & M_{23}^{ww} \\ M_{31}^{wz} & M_{32}^{wz} & M_{33}^{wz} & M_{31}^{ww} & M_{32}^{ww} & L_{33}^{ww} \end{array}\right] \begin{bmatrix} i_1^z \\ i_2^z \\ i_3^z \\ \hdashline i_1^w \\ i_2^w \\ i_3^w \end{bmatrix}\right] \tag{5.246}$$

Grupując elementy w sposób zaznaczony liniami kreskowanymi i wprowadzając oznaczenia dla poszczególnych macierzy, możemy zapisać równania napięć w dogodnej dla dalszych rozważań postaci hipermacierzowej

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}^z \\ \mathbf{u}^w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}^z & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}^w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}^z \\ \mathbf{i}^w \end{bmatrix} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left\{\begin{bmatrix} \mathbf{M}^z & \mathbf{M}^{zw}(\varphi) \\ \mathbf{M}^{wz}(\varphi) & \mathbf{M}^w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}^z \\ \mathbf{i}^w \end{bmatrix}\right\} \tag{5.247}$$

W macierzy indukcyjności zaznaczono, że dwie z nich są funkcjami kąta φ (rys. 5.62), a dwie nie zależą od wartości tego kąta, czyli od położenia wirnika, co znajduje wyraz we wzorach (5.251)—(5.254).

Z równania Eulera-Lagrange'a dla współrzędnej mechanicznej otrzymujemy równanie momentów

$$m = J\ddot{\varphi} + D\dot{\varphi} - \frac{1}{2}\mathbf{i}^T \frac{\partial}{\partial \varphi}(\mathbf{L})\mathbf{i} \tag{5.248}$$

gdzie

$$m_e = -\frac{1}{2}\mathbf{i}^T \frac{\partial}{\partial \varphi}(\mathbf{L})\mathbf{i} \tag{5.249}$$

jest to moment elektromagnetyczny.

Stosując oznaczenia jak we wzorze (5.247), napiszemy wyrażenie na moment elektromagnetyczny w postaci

$$m_e = -\frac{1}{2}[\mathbf{i}^{z\,T}, \mathbf{i}^{w\,T}] \frac{\partial}{\partial \varphi} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{M}^z & \mathbf{M}^{zw}(\varphi) \\ \mathbf{M}^{wz}(\varphi) & \mathbf{M}^w \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \mathbf{i}^z \\ \mathbf{i}^w \end{bmatrix} \tag{5.250}$$

Równania napięć i wyrażenie na moment tworzą układ równań różniczkowych, opisujących w pełny sposób rozważaną maszynę. Równania te są jednak trudne do praktycznego stosowania ze względu na złożone powiązania między prądami i napięciami wszystkich uzwojeń, co przejawia się w pełnej postaci macierzy indukcyjności. Przez odpowiednio dobraną transformację współrzędnych można te równania doprowadzić do prostszej, bardziej dogodnej postaci. Celowe jest tu także takie przekształcenie równań, aby w miejsce pełnych macierzy indukcyjności otrzymać macierze diagonalne.

5.8.2. Przekształcenie równań napięć

Występujące w macierzach $\mathbf{M}^z$ i $\mathbf{M}^w$ indukcyjności własne L są odpowiednio sumami indukcyjności własnych L_μ od strumieni głównych i indukcyjności L_s od strumieni rozproszonych. Indukcyjności wzajemne występujące w tych macierzach wynikają z symetrycznego rozmieszczenia uzwojeń na obwodzie maszyny. Macierze te można zapisać w postaci

$$\mathbf{M}^z = \begin{bmatrix} L_\mu^z + L_s^z & L_\mu^z \cos\frac{2}{3}\pi & L_\mu^z \cos\frac{4}{3}\pi \\ L_\mu^z \cos\frac{4}{3}\pi & L_\mu^z + L_s^z & L_\mu^z \cos\frac{2}{3}\pi \\ L_\mu^z \cos\frac{2}{3}\pi & L_\mu^z \cos\frac{4}{3}\pi & L_\mu^z + L_s^z \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} L_s^z & 0 & 0 \\ 0 & L_s^z & \\ 0 & 0 & L_s^z \end{bmatrix} + \frac{1}{2} L_\mu^z \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \tag{5.251}$$

$$\mathbf{M}^w = \begin{bmatrix} L_\mu^w + L_s^w & L_\mu^w \cos\frac{2}{3}\pi & L_\mu^w \cos\frac{4}{3}\pi \\ L_\mu^w \cos\frac{4}{3}\pi & L_\mu^w + L_s^w & L_\mu^w \cos\frac{2}{3}\pi \\ L_\mu^w \cos\frac{2}{3}\pi & L_\mu^w \cos\frac{4}{3}\pi & L_\mu^w + L_s^w \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} L_s^w & 0 & 0 \\ 0 & L_s^w & 0 \\ 0 & 0 & L_s^w \end{bmatrix} + \frac{1}{2} L_\mu^w \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \tag{5.252}$$

Macierze $\mathbf{M}^{zw}(\varphi)$ i $\mathbf{M}^{wz}(\varphi)$ są określone związkami

$$\mathbf{M}^{zw}(\varphi)=\begin{bmatrix} M\cos\varphi & M\cos\left(\varphi+\frac{2}{3}\pi\right) & M\cos\left(\varphi+\frac{4}{3}\pi\right) \\ M\cos\left(\varphi+\frac{4}{3}\pi\right) & M\cos\varphi & M\cos\left(\varphi+\frac{2}{3}\pi\right) \\ M\cos\left(\varphi+\frac{2}{3}\pi\right) & M\cos\left(\varphi+\frac{4}{3}\pi\right) & M\cos\varphi \end{bmatrix}=$$

$$=M\begin{bmatrix} \cos\varphi & \cos\left(\varphi+\frac{2}{3}\pi\right) & \cos\left(\varphi+\frac{4}{3}\pi\right) \\ \cos\left(\varphi+\frac{4}{3}\pi\right) & \cos\varphi & \cos\left(\varphi+\frac{2}{3}\pi\right) \\ \cos\left(\varphi+\frac{2}{3}\pi\right) & \cos\left(\varphi+\frac{4}{3}\pi\right) & \cos\varphi \end{bmatrix} \tag{5.253}$$

$$\mathbf{M}^{wz}(\varphi)=\begin{bmatrix} M\cos(2\pi-\varphi) & M\cos\left(\frac{2}{3}\pi-\varphi\right) & M\cos\left(\frac{4}{3}\pi-\varphi\right) \\ M\cos\left(\frac{4}{3}\pi-\varphi\right) & M\cos(2\pi-\varphi) & M\cos\left(\frac{2}{3}\pi-\varphi\right) \\ M\cos\left(\frac{2}{3}\pi-\varphi\right) & M\cos\left(\frac{4}{3}\pi-\varphi\right) & M\cos(2\pi-\varphi) \end{bmatrix}=$$

$$=M\begin{bmatrix} \cos\varphi & \cos\left(\varphi+\frac{4}{3}\pi\right) & \cos\left(\varphi+\frac{2}{3}\pi\right) \\ \cos\left(\varphi+\frac{2}{3}\pi\right) & \cos\varphi & \cos\left(\varphi+\frac{4}{3}\pi\right) \\ \cos\left(\varphi+\frac{4}{3}\pi\right) & \cos\left(\varphi+\frac{2}{3}\pi\right) & \cos\varphi \end{bmatrix} \tag{5.254}$$

Dla dokonania diagonalizacji macierzy indukcyjności wyliczamy wartości własne macierzy występujące w ostatnich składnikach wzorów (5.251) i (2.252). Wartości te wynoszą $\lambda_1=0$, $\lambda_2=\lambda_3=3$, macierz zaś wektorów własnych i macierz do niej odwrotna, spełniające jednocześnie warunek niezmienniczości mocy, mają postać taką samą jak dla transformatorów trójfazowych (p. 3.8.3)

$$\mathbf{S}=\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix};\qquad \mathbf{S}^{-1}=\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \tag{5.255}$$

Mnożąc lewostronnie wektory prądów i napięć przez macierz transformacji **S**, otrzymujemy nowe wektory prądów i napięć, wyrażone — jak uprzednio — we współrzędnych 0, 1, 2.

Jeżeli macierz liczbową we wzorach (5.251) i (5.252) pomnożymy lewostronnie przez S i prawostronnie przez $\mathbf{S}^{-1}$, to otrzymujemy macierz diagonalną

$$\mathbf{S}\begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}\mathbf{S}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \tag{5.256}$$

Dokonajmy teraz odpowiednich przekształceń macierzy $\mathbf{M}^{zw}(\varphi)$ i $\mathbf{M}^{wz}(\varphi)$. Wyraźmy występujące w nich funkcje trygonometryczne przez funkcje wykładnicze o argumencie zespolonym

$$\cos\varphi = \frac{1}{2}(e^{j\varphi} - e^{-j\varphi}) \tag{5.257}$$

$$\cos\left(\varphi + \frac{2}{3}\pi\right) = \frac{1}{2}(a\,e^{j\varphi} + a^2\,e^{-j\varphi}) \tag{5.258}$$

$$\cos\left(\varphi + \frac{4}{3}\pi\right) = \frac{1}{2}(a^2\,e^{j\varphi} + a\,e^{-j\varphi}) \tag{5.259}$$

Po podstawieniu we wzorach (5.253) i (2.254) można je doprowadzić do postaci

$$\mathbf{M}^{zw}(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}\frac{3}{2}M\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{j\varphi} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-j\varphi} \end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \tag{5.260}$$

$$\mathbf{M}^{wz}(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}\frac{3}{2}M\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-j\varphi} & 0 \\ 0 & 0 & e^{j\varphi} \end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \tag{5.261}$$

Ponieważ pierwsze składniki mnożenia za znakiem równości są macierzami $\mathbf{S}^{-1}$, ostatnie zaś macierzami S, więc po pomnożeniu macierzy $M^{zw}(\varphi)$ i $M^{wz}(\varphi)$ lewostronnie przez S a prawostronnie przez $\mathbf{S}^{-1}$ otrzymujemy

$$\mathbf{S}\mathbf{M}^{zw}(\varphi)\mathbf{S}^{-1} = \frac{3}{2}M\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{j\varphi} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-j\varphi} \end{bmatrix} \tag{5.262}$$

$$\mathbf{S}\mathbf{M}^{wz}(\varphi)\mathbf{S}^{-1} = \frac{3}{2}M\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-j\varphi} & 0 \\ 0 & 0 & e^{j\varphi} \end{bmatrix} \tag{5.263}$$

Napiszmy oddzielnie równania napięć stojana i wirnika ze wzoru (5.247), mnożąc je lewostronnie przez S i dopisując macierze jednostkowe $\mathbf{E}=\mathbf{S}^{-1}\mathbf{S}$ za macierzami M

$$\mathbf{Su}^z = \mathbf{R}^z\mathbf{Si}^z + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathbf{SM}^z\mathbf{S}^{-1}\mathbf{Si}^z) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathbf{SM}^{zw}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{Si}^w) \tag{5.264}$$

$$\mathbf{Su}^w = \mathbf{R}^2\mathbf{Si}^w + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathbf{SM}^{wz}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{Si}^z) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathbf{SM}^w\mathbf{S}^{-1}\mathbf{Si}^w) \tag{5.265}$$

W macierzach $\mathbf{M}^z$ i $\mathbf{M}^w$ wyłączymy macierze indukcyjności rozproszeń L_s^z i L_s^w, podobnie jak we wzorach (5.251) i (5.252). Poza tym wyrazimy L_μ^w i M przez L_μ^z, którą oznaczymy przez L_μ. Ponieważ indukcyjności wyrażają się przez liczbę zwojów, współczynniki uzwojeń i wspólną dla wszystkich permeancję, otrzymujemy

$$L_\mu^z = z_z^2 k_{uz}^2 \Lambda = L_\mu \tag{5.266}$$

$$L_\mu^w = z_w^2 k_{uw}^2 \Lambda = \frac{z_w^2 k_{uw}^2}{z_z^2 k_{uz}^2} z_z^2 k_{uz}^2 \Lambda = \vartheta^2 L_\mu \tag{5.267}$$

$$M = z_w k_{uw} z_z k_{uz} \Lambda = \frac{z_w k_{uw}}{z_z k_{uz}} z_z^2 k_{uz}^2 \Lambda = \vartheta L_\mu \tag{5.268}$$

Po podstawieniu związków (5.256), (5.262) i (5.263) oraz (5.266), (5.267) i (5.268) w równaniach (5.264) i (5.265) i wprowadzeniu wielkości dotyczących wirnika (indukcyjności rozproszeń, napięć i prądów), przeliczonych na stronę stojana, otrzymujemy równania napięć we współrzędnych 0, 1, 2

$$\begin{bmatrix} u_{(0)}^z \\ u_{(1)}^z \\ u_{(2)}^z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R^z & 0 & 0 \\ 0 & R^z & 0 \\ 0 & 0 & R^z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{(0)}^z \\ i_{(1)}^z \\ i_{(2)}^z \end{bmatrix} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} L_s^z & 0 & 0 \\ 0 & L_s^z & 0 \\ 0 & 0 & L_s^z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{(0)}^z \\ i_{(1)}^z \\ i_{(2)}^z \end{bmatrix} +$$
$$+ \frac{3}{2} L_\mu \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{(0)}^z \\ i_{(1)}^z \\ i_{(2)}^z \end{bmatrix} \right) + \frac{3}{2} L_\mu \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi} & 0 \\ 0 & 0 & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{(0)}^{\prime w} \\ i_{(1)}^{\prime w} \\ i_{(2)}^{\prime w} \end{bmatrix} \right) \tag{5.269}$$

$$\begin{bmatrix} u_{(0)}^{\prime w} \\ u_{(1)}^{\prime w} \\ u_{(2)}^{\prime w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R^{\prime w} & 0 & 0 \\ 0 & R^{\prime w} & 0 \\ 0 & 0 & R^{\prime w} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{(0)}^{\prime w} \\ i_{(1)}^{\prime w} \\ i_{(2)}^{\prime w} \end{bmatrix} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(\begin{bmatrix} L_s^{\prime w} & 0 & 0 \\ 0 & L_s^{\prime w} & 0 \\ 0 & 0 & L_s^{\prime w} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{(0)}^{\prime w} \\ i_{(1)}^{\prime w} \\ i_{(2)}^{\prime w} \end{bmatrix} \right) +$$
$$+ \frac{3}{2} L_\mu \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{(0)}^{\prime w} \\ i_{(1)}^{\prime w} \\ i_{(2)}^{\prime w} \end{bmatrix} \right) + \frac{3}{2} L_\mu \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi} & 0 \\ 0 & 0 & \mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{(0)}^z \\ i_{(1)}^z \\ i_{(2)}^z \end{bmatrix} \right) \tag{5.270}$$

Dzięki diagonalizacji macierzy otrzymaliśmy układ równań napięć znacznie prostszy, gdyż w każdym z sześciu równań występują tylko te same składowe napięć i prądów. Ten układ równań dla dowolnego przebiegu prędkości jest układem nieliniowym. Jeżeli założymy, że prędkość kątowa jest stała ($\omega = \text{const}$, $\varphi = \omega t$), to układ staje się liniowym, co umożliwia stosowanie rachunku operatorowego.

Przyjmując dla uproszczenia zerowe warunki początkowe oraz stosując znane z rachunku operatorów (przekształcenia Laplace'a) twierdzenie o przesunięciu w płaszczyźnie zespolonej

$$\mathscr{L}\{e^{-j\omega t}f(t)\} = F(s+j\omega) \tag{5.271}$$

możemy napisać równania operatorowe napięć

$$u^{z}_{(0)}(s) = (R^{z}+sL^{z}_{s})\,i^{z}_{(0)}(s) \tag{5.272}$$

$$u^{z}_{(1)}(s) = \left(R^{z}+sL^{z}_{s}+\frac{3}{2}sL_{\mu}\right)i^{z}_{(1)}(s)+\frac{3}{2}L_{\mu}si'^{w}_{(1)}(s-j\omega) \tag{5.273}$$

$$u^{z}_{(2)}(s) = \left(R^{z}+sL^{z}_{s}+\frac{3}{2}sL_{\mu}\right)i^{z}_{(2)}(s)+\frac{3}{2}L_{\mu}si'^{w}_{(2)}(s+j\omega) \tag{5.274}$$

$$u'^{w}_{(0)}(s) = (R'^{w}+sL'^{w}_{s})\,i'^{w}_{(0)}(s) \tag{5.275}$$

$$u'^{w}_{(1)}(s) = \left(R'^{w}+sL'^{w}_{s}+\frac{3}{2}sL_{\mu}\right)i'^{w}_{(1)}(s)+\frac{3}{2}L_{\mu}si^{z}_{(1)}(s+j\omega) \tag{5.276}$$

$$u'^{w}_{2}(s) = \left(R'^{w}+sL'^{w}_{s}+\frac{3}{2}sL_{\mu}\right)i'^{w}_{(2)}(s)+\frac{3}{2}L_{\mu}si^{z}_{(2)}(s-j\omega) \tag{5.277}$$

W powyższym układzie równań łatwo zauważyć, że pierwsze z nich (5.272) i czwarte (5.275) nie są powiązane z pozostałymi. Prądy $i^{z}_{(0)}$ i $i'^{w}_{(0)}$ można więc obliczyć bezpośrednio, znając napięcia $u^{z}_{(0)}$ i $u'^{w}_{(0)}$.

Zwykle interesują nas prądy stojana przy zwartym obwodzie wirnika. W tym przypadku można napisać $u'^{w}_{(0)}=0$, $u'^{w}_{(1)}=0$, $u'^{w}_{(2)}=0$. Aby określić związek między prądem $i^{z}_{(1)}$ a napięciem $u^{z}_{(1)}$, wyliczamy z równania (5.276) prąd wirnika $i'^{w}_{(1)}(s)$ i podstawiamy w równaniu (5.273). Stosując przesunięcie w płaszczyźnie zespolonej o $-j\omega$ otrzymujemy z równania (5.276)

$$0 = \left\{R'^{w}+(s-j\omega)L'^{w}_{s}+(s-j\omega)\frac{3}{2}L_{\mu}\right\}i'^{w}_{(1)}(s-j\omega)+\frac{3}{2}L_{\mu}(s-j\omega)\,i^{z}_{(1)}(s) \tag{5.278}$$

stąd zaś

$$i'^{w}_{(1)}(s-j\omega) = -\frac{(s-j\omega)\frac{3}{2}L_{\mu}}{R'^{w}+(s-j\omega)\left(L'^{w}_{s}+\frac{3}{2}L_{\mu}\right)}\,i^{z}_{(1)}(s). \tag{5.279}$$

a podstawiając (5.279) w (5.273), otrzymujemy

$$u^{z}_{(1)}(s) = \left\{R^{z}+sL^{z}_{s}+\frac{\frac{3}{2}sL_{\mu}\left(R'^{w}\frac{s}{s-j\omega}+sL'^{w}_{s}\right)}{\frac{3}{2}sL_{\mu}+R'^{w}\frac{s}{s-j\omega}+sL'^{w}_{s}}\right\}i^{z}_{(1)}(s) = \underline{Z}_{(1)}(s)\,i^{z}_{(1)}(s) \tag{5.280}$$

W podobny sposób otrzymujemy zależność napięcia $u^{z}_{(2)}(s)$ od prądu $i^{z}_{(2)}(s)$, przy czym ze względu na występujące w równaniach napięć znaki przy j otrzymamy w wyniku obliczeń wyrażenie sprzężone z (5.280)

$$u^{z}_{(2)}(s) = \left\{ R^{z} + sL^{z}_{s} + \frac{\frac{3}{2} sL_{\mu}\left(R'^{w} \frac{s}{s+j\omega} + sL'^{w}_{s} \right)}{\frac{3}{2} sL_{\mu} + R'^{w} \frac{s}{s+j\omega} + sL'^{w}_{s}} \right\} i^{z}_{(2)}(s) = \underline{Z}_{(2)}(s)\, i^{z}_{(2)}(s) \quad (5.281)$$

Równania napięć można więc zapisać krótko w postaci

$$\begin{bmatrix} u^{z}_{(0)}(s) \\ u^{z}_{(1)}(s) \\ u^{z}_{(2)}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{(0)}(s) & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{(1)}(s) & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_{(2)}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i^{z}_{(0)}(s) \\ i^{z}_{(1)}(s) \\ i^{z}_{(2)}(s) \end{bmatrix} \quad (5.282)$$

gdzie impedancja operatorowa $\underline{Z}_{(0)}(s)$ wynika ze wzoru (5.272), a impedancje $\underline{Z}_{(1)}(s)$ i $\underline{Z}_{(2)}(s)$, wzajemnie ze sobą sprzężone, określone są związkami (5.280) i (5.281).

5.8.3. Moment obrotowy

Na podstawie wzorów (5.250), (5.251) i (5.252) możemy wyrazić moment obrotowy w postaci

$$m_e = -\frac{1}{2} [\mathbf{i}^{zT}, \mathbf{i}^{wT}] \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \frac{\partial}{\partial \varphi} \mathbf{M}^{zw}(\varphi) \\ \frac{\partial}{\partial \varphi} \mathbf{M}^{wz}(\varphi) & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}^{z} \\ \mathbf{i}^{w} \end{bmatrix} \quad (5.283)$$

skąd po wykonaniu mnożenia

$$m_e = -\frac{1}{2} \left[\mathbf{i}^{zT} \frac{\partial}{\partial \varphi} \mathbf{M}^{zw}(\varphi) \mathbf{i}^{w} + \mathbf{i}^{wT} \frac{\partial}{\partial \varphi} \mathbf{M}^{wz}(\varphi) \mathbf{i}^{z} \right] \quad (5.284)$$

Ponieważ ze wzorów (5.253) i (5.254) wynika równość

$$M^{zw}(\varphi) = M^{wzT}(\varphi) \quad (5.285)$$

więc oba składniki w nawiasie są jednakowe, stąd

$$m_e = -\mathbf{i}^{zT} \frac{\partial}{\partial \varphi} \mathbf{M}^{zw}(\varphi) \mathbf{i}^{w} \quad (5.286)$$

Dla wyrażenia momentu przez prądy składowe 0, 1, 2 wprowadzamy dodatkowo macierze jednostkowe

$$m_e = -\mathbf{i}^{zT} \mathbf{S}^{-1} \mathbf{S} \frac{\partial}{\partial \varphi} \mathbf{M}^{zw}(\varphi) \mathbf{S}^{-1} \mathbf{S} \mathbf{i}^{w} \quad (5.287)$$

Składniki prawej strony wyrażenia (5.287) wynoszą

$$\mathbf{i}^{zT} \mathbf{S}^{-1} = [i^{z*}_{(0)}, i^{z*}_{(1)}, i^{z*}_{(2)}] \quad (5.288)$$

$$\mathbf{S}\frac{\partial}{\partial\varphi}\mathbf{M}^{zw}(\varphi)\mathbf{S}^{-1}=\mathbf{S}\mathbf{S}^{-1}\frac{\partial}{\partial\varphi}\frac{3}{2}M\begin{bmatrix}0&0&0\\0&e^{j\varphi}&0\\0&0&e^{-j\varphi}\end{bmatrix}\mathbf{S}\mathbf{S}^{-1}=\frac{3}{2}\vartheta L_\mu\begin{bmatrix}0&0&0\\0&je^{j\varphi}&0\\0&0&-je^{-j\varphi}\end{bmatrix} \quad (5.289)$$

stąd

$$m_e=-\frac{3}{2}L_\mu j[i^{z*}_{(0)},\ i^{z*}_{(1)},\ i^{z*}_{(2)}]\begin{bmatrix}0&0&0\\0&e^{j\varphi}&0\\0&0&-e^{-j\varphi}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i'^{w}_{(0)}\\i'^{w}_{(1)}\\i'^{w}_{(2)}\end{bmatrix} \quad (5.290)$$

a po wykonaniu mnożenia

$$m_e=-\frac{3}{2}L_\mu j(i^{z*}_{(1)}i'^{w}_{(1)}e^{j\varphi}-i^{z*}_{(2)}i'^{w}_{(2)}e^{-j\varphi}) \quad (5.291)$$

Z postaci macierzy transformacji **S**, określonej wzorem (5.255) wynika, że prądy wyrażone we współrzędnych 0, 1, 2 są ze sobą parami sprzężone

$$i^{z*}_{(2)}=i^{z}_{(1)};\qquad i'^{w}_{(2)}=i'^{w*}_{(1)} \quad (5.292)$$

a zatem w wyrażeniu (5.291) różnica w nawiasie jest równa podwojonej części urojonej pierwszego składnika. Moment wyraża się więc wzorem

$$m_e=3L_\mu Im(i^{z*}_{(1)}i'^{w}_{(1)}e^{j\varphi}) \quad (5.293)$$

Określony w ten sposób wzór na moment i równanie napięć (5.282) stanowią podstawowy układ zależności, umożliwiających określenie własności maszyny w zadanych warunkach pracy.

6. MASZYNY SYNCHRONICZNE

6.1. WIADOMOŚCI OGÓLNE

6.1.1. Budowa i działanie maszyny synchronicznej

Maszyną synchroniczną nazywa się maszynę prądu przemiennego, której wirnik obraca się w stanie ustalonym z tą samą prędkością, z jaką wiruje pole magnetyczne.

Jeżeli maszyna jest prądnicą, wirującą z prędkością obrotową n, to w uzwojeniu stojana (twornika) indukuje się napięcie o częstotliwości

$$f = \frac{pn}{60} \tag{6.1}$$

Prąd o tej częstotliwości, płynący w uzwojeniu stojana, wytwarza własne pole, wirujące względem stojana z prędkością

$$n = \frac{60f}{p} \tag{6.2}$$

a więc z prędkością równą prędkości wirnika. Pole stojana jest więc nieruchome względem wirującego wirnika i jego pola magnetycznego.

W przypadku pracy silnikowej, przy zasilaniu stojana napięciem o częstotliwości f, pole magnetyczne wiruje z prędkością n określoną wzorem (6.2), a wirnik obraca się zgodnie z tym polem. Wirnik wytwarza własny strumień wirujący, który indukuje w uzwojeniu stojana napięcie o częstotliwości f, określonej zależnością (6.1), a więc równej częstotliwości sieci.

W rozdziale 4 przedstawiono w zarysie budowę i zasadę działania maszyny synchronicznej w zakresie potrzebnym do zrozumienia budowy uzwojeń. Celowe jest jednak pewne uzupełnienie tych wiadomości, zanim zostaną szczegółowo omówione własności ruchowe poszczególnych rodzajów maszyn synchronicznych, pracujących jako prądnice lub silniki.

Prąd wzbudzający jest pobierany zwykle z obcego źródła, np. z baterii akumulatorów lub prądnicy prądu stałego, zwanej wzbudnicą, która może być umieszczona na wspólnym wale z maszyną synchroniczną lub może być napędzana obcym silnikiem. W bardzo małych maszynach stosuje się niekiedy magnesy trwałe. W niektórych przypadkach prąd wzbudzający prądnic jest pobierany z własnego

obwodu prądu przemiennego za pośrednictwem odpowiednich układów prostowników; jest to samowzbudzanie maszyny.

Przeważnie uzwojenie prądu przemiennego, zwane uzwojeniem twornika, jest umieszczone w stojanie, a uzwojenie jednofazowe prądu stałego (uzwojenie wzbudzenia) — w wirniku.

W małych maszynach stosuje się niekiedy taką konstrukcję, że uzwojenie wzbudzenia jest umieszczone w stojanie, gdyż w wirniku jest zbyt mało miejsca na umieszczenie magnesów. W dużych maszynach taka budowa jest niecelowa, gdyż odprowadzanie dużych prądów z wirnika wymagałoby dużych wymiarów szczotek i pierścieni. Ponadto duże i średnie maszyny synchroniczne są budowane często na napięcie twornika wynoszące 6, 10 lub 15 kV, a łatwiej jest wykonać odpowiednio bezpieczny i pewny układ izolacyjny, gdy uzwojenie znajduje się na nieruchomej części maszyny.

W dalszym ciągu w zasadzie będzie rozpatrywana maszyna trójfazowa, w której uzwojenie twornika jest umieszczone w stojanie, a uzwojenie wzbudzenia w wirniku, lecz podane związki odnoszą się też do maszyn o odwróconej roli stojana i wirnika.

Ponieważ wirnik maszyny synchronicznej nie jest przemagnesowywany, wykonuje się go z materiału litego (odkuwki stalowej lub odlewu staliwnego). Obwód magnetyczny stojana jest wykonany z blach o grubości 0,35 lub 0,5 mm. Również z blach wykonane są nabiegunniki wirników dużych maszyn, gdyż żłobkowanie stojana powoduje, że strumień w nabiegunnikach jest rozłożony nierównomiernie w wyniku czego są one przemagnesowywane przy wirowaniu wirnika.

Każda maszyna musi mieć odpowiednio wykonany układ chłodzenia dla odprowadzenia ciepła powstałego ze strat w miedzi i w stali. W dużych maszynach stosuje się zwykle zamknięty system chłodzenia, polegający na tym, że czynnik chłodzący (powietrze lub wodór) po nagrzaniu się w maszynie jest chłodzony w specjalnej chłodnicy wodnej, a następnie ponownie kierowany do maszyny. Stosowanie wodoru ma na celu zmniejszenie strat wentylacji, gdyż wodór ma ok. 14 razy mniejszą masę właściwą niż powietrze, a jednocześnie poprawienie chłodzenia, ponieważ przewodność cieplna wodoru jest ok. 7 razy większa niż powietrza. W niektórych dużych maszynach stosuje się chłodzenie uzwojeń wodą, przepływającą wewnątrz przewodów.

Szczelina powietrzna jest w maszynie synchronicznej znacznie większa niż w maszynie indukcyjnej i wynosi od 5 do 50 mm. Duża szczelina powietrzna wymaga większego prądu i powoduje większe straty mocy wzbudzenia, lecz jest korzystna ze względu na przeciążalność maszyny.

Analiza zjawisk i własności ruchowe maszyn synchronicznych zależą od dwóch czynników:

a) budowy wirnika (cylindrycznej lub jawnobiegunowej);

b) stanu nasycenia obwodu magnetycznego.

Maszynę cylindryczną, która ma równomierną szczelinę powietrzną na całym obwodzie (rys. 4.10), można uważać za symetryczną pod względem magnetycznym dla dowolnej osi prostopadłej do osi wirnika; wpływ żłobków, rozmieszczonych zwykle nie na całym obwodzie wirnika, można z reguły pominąć, Prąd stojana

maszyny pracującej jako prądnica lub silnik daje określony przepływ, który wytwarza pewien strumień magnetyczny. Wartość tego strumienia nie zależy w maszynie od usytuowania osi przepływu stojana względem osi uzwojenia wirnika. Natomiast w maszynie jawnobiegunowej, charakteryzującej się wyraźnie dwiema osiami symetrii (rys. 4.9), strumień wytworzony przez prąd stojana zależy nie tylko od wartości przepływu i stanu nasycenia obwodu magnetycznego, ale również od usytuowania osi przepływu stojana względem głównych osi magnetycznych wirnika.

Przy analizie maszyn przyjmujemy niekiedy, że obwód magnetyczny jest nienasycony, a więc zakładamy liniowość charakterystyki magnesowania, co wyraża się liniową zależnością między przepływem i strumieniem magnetycznym. Jednak przy dokładniejszych obliczeniach, szczególnie zaś w przypadku dużych maszyn, założenie liniowości daje duże błędy; konieczne jest wówczas korzystanie z wykreślnych metod analizy stanów pracy maszyny na podstawie charakterystyki magnesowania.

Reluktancja maszyny dla strumienia wzbudzającego jest zatem zależna tylko od stanu nasycenia obwodu magnetycznego, natomiast reluktancja dla strumienia wytworzonego przez przepływ stojana zależy zarówno od stanu nasycenia, jak też od wzajemnego położenia osi przepływu stojana względem osi magnetycznych wirnika. W związku z tym przyjmiemy następujący tok rozpatrywania maszyn synchronicznych (począwszy od najprostszych):

— cylindryczne nie nasycone,
— cylindryczne nasycone,
— jawnobiegunowe nie nasycone,
— jawnobiegunowe nasycone.

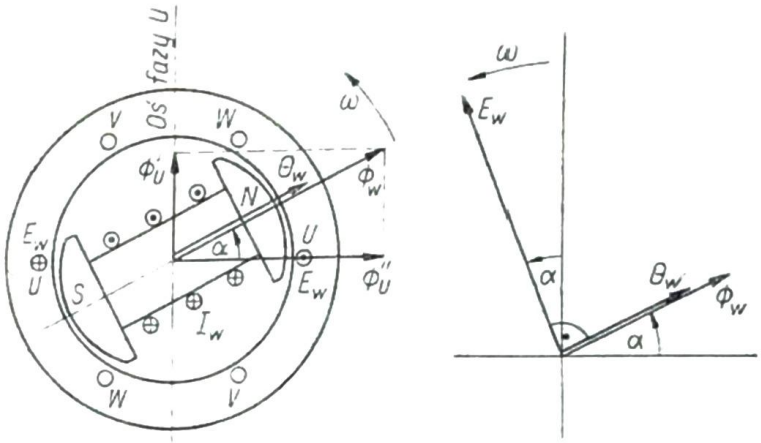
Oczywiście najbardziej ogólnym (ale i najtrudniejszym do analizy) przypadkiem jest maszyna jawnobiegunowa nasycona. Byłoby możliwe szczegółowe rozpatrzenie tej właśnie maszyny z potraktowaniem trzech pozostałych jako przypadków szczególnych. Jednak dla przejrzystości wykładu rozważono maszyny, poczynając od przypadków najprostszych.

Rozpatrując najpierw pracę prądnicową, a później silnikową maszyny synchronicznej, napotykamy szereg identycznych zależności i charakterystyk. Dla większej jasności wykładu zrezygnowano z łącznego traktowania pracy prądnicowej i silnikowej, co spowodowało pewne powtórzenie wykresów i charakterystyk przy omawianiu pracy silnikowej, wydaje się to jednak uzasadnione, ponieważ umożliwi lepsze zrozumienie zasad działania i własności ruchowych maszyn synchronicznych.

6.1.2. Prądnica synchroniczna w stanie jałowym

W stanie jałowym uzwojenie stojana maszyny jest rozwarte, jedynym więc prądem jest prąd wzbudzający, dający przepływ Θ_w i wytwarzający strumień Φ_w (rys. 6.1). Na rysunku przedstawiono obwód magnetyczny wirnika maszyny jawnobiegunowej, ale rozpatrywane zjawiska odnoszą się również do maszyny cylindrycznej.

Zwykle maszyna jest tak skonstruowana przez odpowiednie ukształtowanie obwodu magnetycznego i ułożenie uzwojeń, że rozkład indukcji magnetycznej można przyjąć za sinusoidalny.



Rys. 6.1. Model i wykres wskazowy trójfazowej maszyny synchronicznej w stanie jałowym

Napięcie indukowane w każdej fazie uzwojenia stojana może być rozpatrywane jako napięcie transformacji lub rotacji. Określmy wartość napięcia w fazie U jako napięcia transformacji.

Wirujący z prędkością ω strumień Φ_w można rozłożyć na dwie składowe: Φ'_U w osi uzwojenia fazy U i Φ''_U w płaszczyźnie tego uzwojenia. Napięcie jest indukowane w fazie U tylko przez strumień Φ'_U, kojarzący się z tym uzwojeniem, a wyrażający się zależnością czasową

$$\Phi'_U = \Phi_w \sin\alpha = \Phi_w \sin\omega t \tag{6.3}$$

Napięcie w każdym zwoju fazy U wynosi zatem

$$e_t = \frac{d\Phi'_U}{dt} = \omega\Phi_w \cos\omega t = 2\pi f\Phi_w \cos\omega t \tag{6.4}$$

a skuteczna wartość napięcia fazowego

$$E = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f\Phi_w w k_u = 4{,}44 f\Phi_w w k_u \tag{6.5}$$

Tę samą zależność otrzymamy jako napięcie rotacji. Maksymalna wartość napięcia indukowanego w jednym pręcie wynosi

$$E_{max} = Blv = Bl\omega_m \frac{D}{2} = Bl \frac{\omega}{p} \frac{D}{2} \tag{6.6}$$

gdzie: ω_m — prędkość kątowa mechaniczna; $\omega = p\omega_m$ — prędkość kątowa elektryczna.

Strumień pod jednym biegunem wyraża się zależnością

$$\Phi_w = \frac{2}{\pi} Bl\tau = \frac{2}{\pi} Bl \frac{\pi D}{2p} = \frac{1}{p} BlD \tag{6.7}$$

stąd

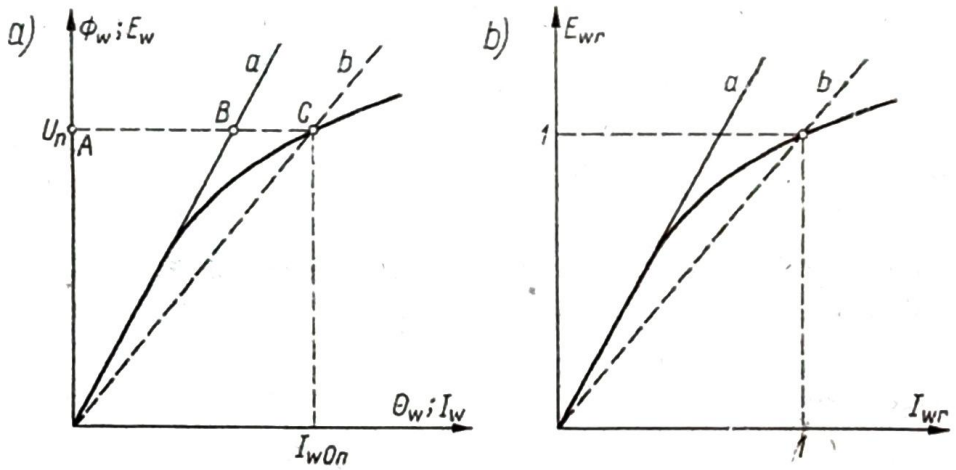
$$E_{max} = \Phi_w \frac{\omega}{2} = \pi f\Phi_w \tag{6.8}$$

a wartość skuteczna napięcia całej fazy

$$E = \frac{1}{\sqrt{2}} wk_u 2E_{max} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f\Phi_w wk_u = 4{,}44 f\Phi_w wk_u$$

Przy kierunku strumienia Φ'_U zgodnym z kierunkiem dodatnim osi fazy U i zwrocie napięcia E_w jak na rys. 6.1 (model maszyny) napięcie E_w wyprzedza w fazie strumień Φ'_U o kąt $\pi/2$. Sinusoidalny przebieg czasowy strumienia Φ'_U można przedstawić na płaszczyźnie liczb zespolonych jako rzut na oś rzeczywistą stałego wirującego wskazu strumienia Φ_w. Dzięki temu można przedstawić na wspólnym „przestrzenno-czasowym" wykresie wskazowym wielkość stałą Φ_w, zmieniającą w funkcji czasu położenie w przestrzeni i wielkość E_w, której wartość zmienia się w funkcji czasu sinusoidalnie. Wielkości te przedstawiono na rys. 6.1 dla maszyny o $p = 1$, lecz te same relacje obowiązują również dla maszyny o dowolnej liczbie par biegunów, gdyż strumień obracający się z prędkością kątową mechaniczną ω_m, daje na płaszczyźnie liczb zespolonych wskaz wirujący z prędkością kątową elektryczną $\omega = p\omega_m$. Ponieważ przepływ Θ_w jest proporcjonalny do prądu I_w, można wyrysować również wskaz prądu wzbudzającego w osi przepływu Θ_w i strumienia Φ_w. Dla przyjętego strzałkowania napięcie E_w wyprzedza strumień Φ_w o kąt $\pi/2$.

Przepływ jest proporcjonalny do prądu wzbudzającego, strumień zależy od przepływu wg charakterystyki magnesowania, natomiast napięcie E_w jest (przy stałej prędkości, a więc stałej częstotliwości) proporcjonalne do strumienia. Można zatem przedstawić zależność strumienia od przepływu, będącą charakterystyką magnesowania, jako zależność napięcia E_w od prądu I_w. Zależność ta jest charakterystyką stanu jałowego prądnicy (rys. 6.2).



Rys. 6.2. Charakterystyka stanu jałowego prądnicy synchronicznej: a) w jednostkach mianowanych, b) w wartościach względnych

W stanie jałowym napięcie E_w jest równe napięciu U na zaciskach maszyny. Jeżeli napięcie U w stanie jałowym jest równe wartości znamionowej U_n, to odpowiadający temu stanowi pracy prąd wzbudzający I_{w0n} nazywa się znamionowym prądem wzbudzającym stanu jałowego. Przyjmując tę wielkość jako jednostkę odniesienia można narysować charakterystykę stanu jałowego w wartościach względnych (rys. 6.2b).

Można przyjąć, że odcinek AB na rys. 6.2a reprezentuje prąd magnesujący, potrzebny do magnesowania szczeliny powietrznej, a odcinek BC — prąd magnesowania stali. Stosunek odcinków AC i AB jest miarą nasycenia stali. Założenie liniowości charakterystyki magnesowania przy rozpatrywaniu maszyn nie nasyconych oznacza, że rzeczywistą charakterystykę magnesowania zastępuje się przebiegiem zastępczym liniowym, pokrywającym się z częścią prostoliniową krzywej $E_w = f(I_w)$ (rys. 6.2 — prosta *a*), albo przechodzącym przez określony punkt na tej krzywej, np. przez punkt odpowiadający pracy znamionowej (rys. 6.2 — prosta *b*).

Gdy nie jest dokładnie znana charakterystyka stanu jałowego, korzysta się w toku obliczeń maszyn nasyconych z tzw. normalnej charakterystyki magnesowania. Jest ona określona punktami zestawionymi w tabl. 6.1.

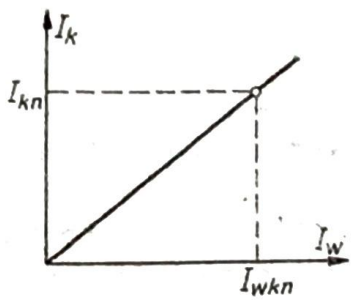
Tablica 6.1. Normalna charakterystyka magnesowania maszyny synchronicznej

I_{wr}	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5
E_{wr}	0	0,58	1,0	1,21	1,33	1,40	1,46	1,51

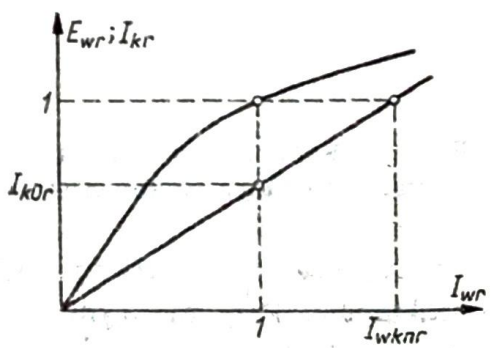
Moc, jaką trzeba napędzać prądnicę w stanie jałowym, jest sumą mocy strat mechanicznych i strat w rdzeniu stojana. Jeżeli prądnica ma własną wzbudnicę zmontowaną na wspólnym wale, to trzeba poza tym dostarczyć moc strat wzbudzenia i strat samej wzbudnicy.

6.1.3. Maszyna synchroniczna w stanie zwarcia; współczynnik zwarcia

Jeżeli zaciski napędzanej maszyny synchronicznej są zwarte, to przy zmianie prądu wzbudzającego zmienia się również prąd stojana. Ze względu na stosunkowo małe nasycenie obwodu magnetycznego w stanie zwarcia (co zostanie dalej uzasadnione) zależność między prądem wzbudzającym i prądem stojana jest liniowa (rys. 6.3). Prąd wzbudzający I_{wkn}, przy którym prąd twornika w stanie zwarcia ma wartość znamionową, nazywa się znamionowym prądem wzbudzającym przy zwarciu.



Rys. 6.3. Charakterystyka zwarcia maszyny synchronicznej



Rys. 6.4. Wyznaczenie stosunku zwarcia maszyny synchronicznej

Z charakterystyki stanu jałowego i charakterystyki zwarcia (rys. 6.4) można wyznaczyć tzw. współczynnik zwarcia (stosunek zwarcia) jest to stosunek znamionowego prądu wzbudzającego w stanie jałowym I_{w0n} i znamionowego prądu wzbudzającego w stanie zwarcia I_{wkn}

$$k = \frac{I_{w0n}}{I_{wkn}} \tag{6.9}$$

Dzieląc licznik i mianownik przez I_{w0n} otrzymujemy

$$k = \frac{1}{I_{wknr}} \tag{6.10}$$

gdzie I_{wknr} jest prądem I_{wkn} odniesionym do wartości I_{w0n}, Ponieważ charakterystyka zwarcia jest liniowa, można współczynnik zwarcia wyrazić przez prąd stojana. Na podstawie rys. 6.4 można napisać zależność

$$\frac{I_{wknr}}{1} = \frac{1}{I_{k0r}} \tag{6.11}$$

a zatem

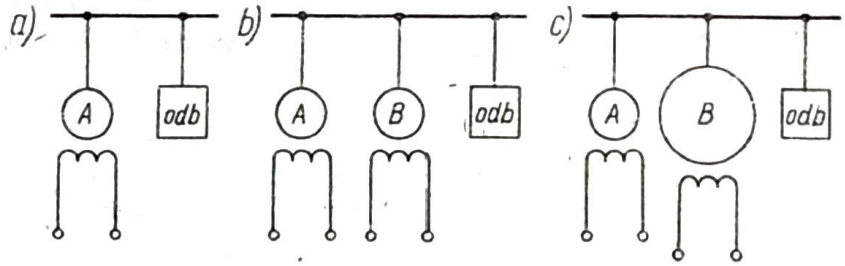
$$k = I_{k0r} \tag{6.12}$$

Współczynnik zwarcia jest więc równy wyrażonemu w wartościach względnych prądowi zwarcia, gdy prąd wzbudzający wynosi I_{w0n}.

Współczynnik zwarcia jest wielkością charakteryzującą wiele podstawowych własności maszyny (np. przeciążalność, zmienność napięcia, krotność prądu zwarcia). Stosunek zwarcia wynosi z reguły od 0,5 do 1,5, przy czym mniejsze wartości odnoszą się do dużych maszyn cylindrycznych, większe zaś do małych maszyn jawnobiegunowych.

6.1.4. Praca samotna i praca równoległa

Jeżeli prądnica synchroniczna jest bezpośrednio obciążona odbiornikiem pobierającym prąd i moc, to pracę taką nazywamy pracą samotną, lub indywidualną (rys. 6.5). Kąt przesunięcia fazowego między napięciem na zaciskach maszyny



Rys. 6.5. Rodzaje pracy prądnic synchronicznych: a) praca samotna (indywidualna); b) praca równoległa na sieć elastyczną ($P_A \approx P_B$); c) praca na sieć sztywną ($P_A \ll P_B$)

i prądem obciążenia jest określony rodzajem odbiornika (stosunkiem jego rezystancji i reaktancji). Przy zadanym prądzie obciążenia o napięciu sieci decyduje wartość prądu wzbudzającego, o częstotliwości zaś — prędkość obrotowa, z jaką prądnica jest napędzana.

Bardzo często maszyny pracują równolegle, tzn. że są włączone na wspólne szyny, do których są przyłączone odbiorniki (rys. 6.5b). Jeżeli maszyny pracujące równolegle mają zbliżone moce, to każda z tych maszyn wpływa na wartość napięcia i częstotliwość sieci. Warunki pracy każdej z tych prądnic określa się jako pracę na sieć elastyczną.

Prądnica małej mocy, przyłączona do sieci zasilanej przez jedną lub większą liczbę prądnic znacznie większej mocy (rys. 6.5c), nie ma praktycznie wpływu na napięcie i częstotliwość sieci. Ponieważ parametry sieci (napięcie i częstotliwość) są niezależne od stanu pracy małej prądnicy, przyjęło się określenie, że maszyna ta pracuje na sieć sztywną. Na rys. 6.5c maszyna *B* reprezentuje szereg maszyn pracujących na daną sieć.

Jeżeli duża maszyna synchroniczna i druga, znacznie od niej mniejsza są przyłączone równolegle do tej samej sieci obciążonej odbiornikami, to dla dużej maszyny jest to praktycznie praca samotna, a dla małej praca na sieć sztywną, gdyż o napięciu i częstotliwości sieci decyduje tylko stan pracy dużej maszyny.

Silniki synchroniczne są zasilane z sieci energetycznej, będą więc rozpatrywane tylko jako przyłączone do sieci sztywnej.

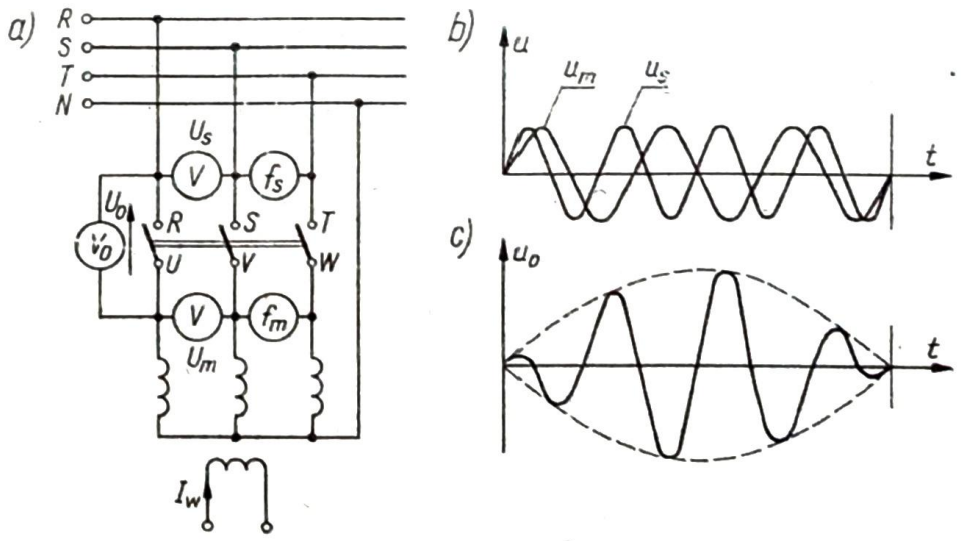
6.1.5. Synchronizacja

Aby włączyć maszynę synchroniczną do pracy równoległej, należy wykonać szereg czynności, zwanych synchronizacją. Czynności te mają na celu doprowadzenie maszyny do takiego stanu pracy, aby włączenie jej do sieci nie spowodowało przepływu zbyt dużego prądu. Przy idealnej synchronizacji nie powinien w chwili włączenia praktycznie płynąć żaden prąd, a zatem wartości chwilowe wszystkich napięć między poszczególnymi parami zacisków maszyny i sieci powinny być takie same.

Aby maszyna synchroniczna trójfazowa (rys. 6.6) mogła być włączona do sieci, powinny być spełnione następujące warunki:

a) skuteczne wartości napięć maszyny i sieci powinny być równe;

b) częstotliwość napięć maszyny i sieci powinny być równe,



Rys. 6.6. Synchronizacja przy użyciu woltomierza zerowego: a) układ; b) przebieg czasowy napięć maszyny i sieci; c) przebieg czasowy napięcia na woltomierzu zerowym

c) kolejność faz napięć maszyny i sieci musi być taka sama,

d) wartości chwilowe odpowiadających sobie napięć maszyny i sieci powinny być takie same.

Należy zwrócić uwagę, że warunek dotyczący kolejności faz jest wyrażony kategorycznie, w pozostałych punktach dopuszcza się pewną tolerancję (określoną przede wszystkim dokładnością użytych przyrządów), mającą wpływ na wartość prądu, jaki popłynie w momencie zamknięcia wyłącznika.

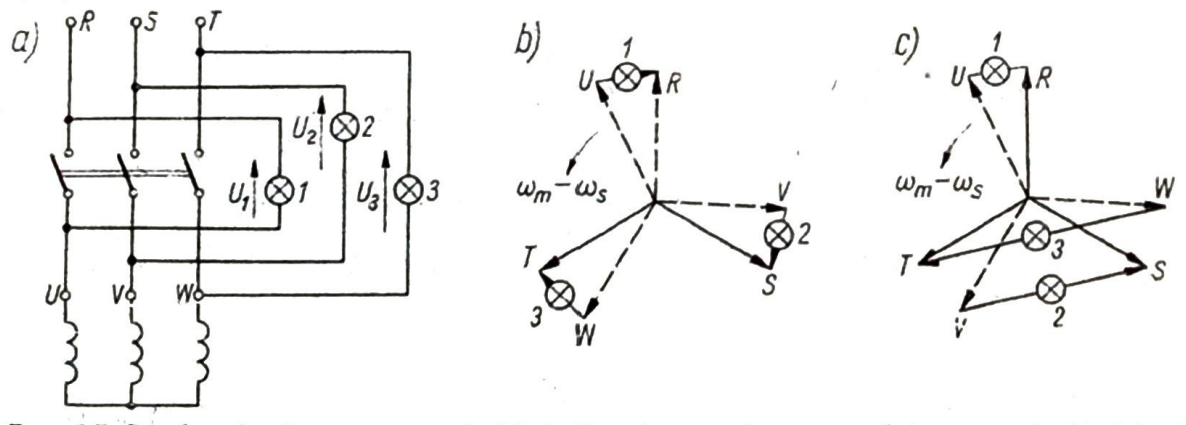
Włączaną do pracy równoległej maszynę trzeba przede wszystkim napędzić z prędkością synchroniczną, wynikającą z częstotliwości sieci i liczby par biegunów (6.2). Pomiaru prędkości można dokonać przy użyciu tachometru, stroboskopu lub prądnicy tachometrycznej. Ustalenie prędkości synchronicznej jest jedynie orientacyjne, uwarunkowane dokładnością użytych przyrządów.

Maszynę trzeba wzbudzić prądem I_w tak, aby wskazania woltomierzy mierzących napięcie sieci (U_s) i napięcie maszyny (U_m) były jednakowe. Włączone mierniki częstotliwości wskazują dodatkowo, czy częstotliwości obu napięć są jednakowe.

Należy sprawdzić kolejność faz maszyny wzbudzonej, która musi być identyczna dla sieci i maszyny. Przy synchronizacji dużych maszyn np. w elektrowni, kolejność faz sprawdza się tylko przy ich pierwszym uruchomieniu, gdyż później, ze względu na połączenie przewodami (często szynami) o dużym przekroju, nie jest prawdopodobne, aby zostały zamienione połączenia z wyłącznikiem, jak również nie jest z reguły możliwy przeciwny kierunek prędkości.

Przy równych wartościach skutecznych napięć U_s i U_m ich wartości chwilowe mogą być różne. Uzgodnienie wartości chwilowych może być dokonane przy użyciu woltomierza tzw. zerowego V_0, włączonego między odpowiadające sobie zaciski maszyny i sieci (rys. 6.6a).

Jeżeli napięcia skuteczne są sobie równe, a częstotliwości f_s i f_m nieco się różnią (rys. 6.6b), to napięcie na woltomierzu zerowym zmienia się według obwiedni przebiegu, który ilustruje różnicę napięć chwilowych maszyny i sieci. Częstotliwość napięcia woltomierza zerowego jest średnią algebraiczną częstotliwości f_s i f_m, natomiast obwiednia ma częstotliwość równą różnicy częstotliwości maszyny i sieci. Wskazówka woltomierza zmienia położenie z częstotliwością obwiedni od zera do



Rys. 6.7. Synchronizacja *na ciemno*: a) układ; b) wykresy wskazowe napięć przy zgodnej kolejności faz; c) wykresy wskazowe napięć przy niezgodnej kolejności faz

położenia końcowego, odpowiadającego sumie wartości skutecznych napięć maszyny i sieci. Zgodność faz napięć maszyny i sieci występuje wówczas, gdy wskazówka woltomierza V_0 pokazuje zero; aby można było dokładniej ustalić ten moment, woltomierz (zwany zerowym) ma rozszerzoną skalę w okolicy zera. W chwili gdy woltomierz pokazuje wartość równą zeru, można zamknąć wyłącznik.

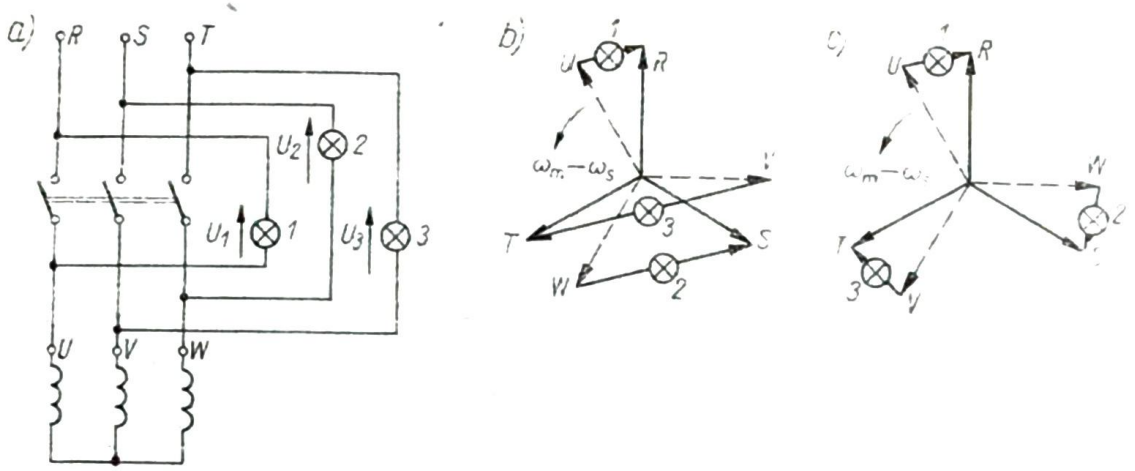
Do przeprowadzenia synchronizacji stosowany jest często układ żarówek włączonych między zaciski maszyny i sieci. Żarówki, włączone jak na rys. 6.7a, spełniają tę sama rolę, jak woltomierz zerowy. Przy zgodnej kolejności faz wszystkie żarówki gasną w momencie, gdy wartości chwilowe odpowiadających sobie napięć są równe. Jeśli występuje pewne przesunięcie fazowe między napięciami maszyny i sieci (rys. 6.7b), ale częstotliwości są równe ($\omega_m = \omega_s$), to napięcie na każdej żarówce zmienia się sinusoidalnie z częstotliwością $f = f_s = f_m$. Przy pewnej różnicy częstotliwości ($\omega_s \neq \omega_m$) gwiazda napięć maszyny (UVW) wiruje względem gwiazdy napięć sieci (RST) z prędkością $\omega_m - \omega_s$.

Chwilowe wartości napięć można określić jako rzuty na oś czasu odpowiednich wskazów, będących geometryczną różnicą napięć fazowych maszyny i sieci. Dla przejrzystości rysunku wskazy napięć U_1, U_2 i U_3 oznaczono na wykresach (rys. 6.7b i c) symbolami żarówek 1, 2, 3. Ponieważ interpretacja napięć na podstawie analizy dwóch wirujących układów jest trudna, rozpatrujemy tylko względny ruch tych dwóch układów napięć, przyjmując układ RST za nieruchomy. W ten sposób otrzymujemy informację dotyczącą obwiedni przebiegu napięcia na poszczególnych żarówkach (rys. 6.6c), której chwilowa wartość jest miarą skutecznej wartości prądu danej żarówki przy określonym przesunięciu fazowym napięć maszyny i sieci.

Tak więc przy zgodnej kolejnosci faz (rys. 6.7b) otrzymujemy przy $\omega_m > \omega_s$ lub $\omega_m < \omega_s$ jednoczesne rozświecanie się żarówek i jednoczesne gaśnięcie; w chwili gdy wszystkie żarówki są ciemne, następuje włączenie maszyny do sieci. Podany układ żarówek nazywa się układem synchronizacji na ciemno.

Jeśli w tym układzie połączeń żarówek maszyna zostanie napędzona w przeciwną stronę, lub zostaną zamienione połączenia dwóch przewodów sieci lub maszyny, to zmieni się kolejność faz napięć UVW względem napięć RST (rys. 6.7c) i przy zgodności faz napięć R i U fazy pozostałych par napięć nie są zgodne, co jest sygnalizowane świeceniem się żarówek 2 i 3. Przy częstotliwości maszyny większej niż częstotliwość sieci ($\omega_m > \omega_s$) można na podstawie rys. 6.7c wywnioskować, że żarówki gasną w kolejności 1, 2, 3, 1, ..., natomiast jeżeli $\omega_m < \omega_s$, to układ napięć UVW wiruje względem napięć RST w przeciwną stronę i kolejność zaświecenia się żarówek jest 1, 3, 2, 1, ... Przy rozmieszczeniu żarówek w kształcie trójkąta równobocznego odnosi się wrażenie wirującego światła. W układzie do synchronizacji *na ciemno* kolejność faz jest zatem zgodna, jeżeli żarówki jednocześnie gasną i rozświecają się. Natomiast przy nieuzgodnionej kolejności faz żarówki rozświecają się i gasną na przemian; należy wówczas zamienić połączenia dwóch dowolnych faz maszyny lub sieci, ewentualnie zmienić kierunek wirowania maszyny.

Często stosowanym układem synchronizacji jest *mieszany* układ połączeń żarówek, tzw. układ ze światłem wirującym (rys. 6.8):



Rys. 6.8. Synchronizacja w *układzie ze światłem wirującym*: a) układ; b) wykresy wskazowe napięć przy zgodnej kolejności faz; c) wykresy wskazowe napięć przy niezgodnej kolejności faz

Żarówka *1* jest włączona w odpowiadające sobie fazy *U* i *R*, żarówki *2* i *3* mają połączenia „skrzyżowane".

Zgodność wszystkich napięć przy zgodnej kolejności faz występuje wówczas, gdy żarówka *1* nie świeci, a pozostałe dwie świecą jednakowo jasno (rys. 6.8b). Jeżeli prędkość maszyny jest za duża, to światło „wiruje". gdyż żarówki świecą i gasną w kolejności *1*, *2*, *3*, *1*, ... , gdy zaś maszyna obraca się za wolno, światło wiruje w przeciwną stronę, gdy kolejność świecenia jest przeciwna: *1*, *3*, *2*, *1*, ... Z kierunku wirowania światła wnioskuje się, czy prędkość maszyny synchronizowanej należy zwiększyć, czy zmniejszyć.

Jeżeli kolejność faz maszyny jest przeciwna niż kolejność faz sieci, to przy mieszanym układzie połączeń występuje jednoczesne ich świecenie i gaśnięcie (rys. 6.8c). Należy wtedy dokonać odpowiedniej zmiany układu połączeń i powtórzyć synchronizację.

Oprócz opisanych metod synchronizacji stosuje się niekiedy metody uproszczone zwane samosynchronizacją. Polega ona na włączeniu do sieci maszyny doprowadzonej do prędkości bliskiej prędkości synchronicznej przy czym obwód wzbudzenia jest zwarty przez specjalną rezystancję. Bezpośrednio po włączeniu maszyny pod napięcie sieci włącza się prąd wzbudzający, powstaje strumień Φ_w i wirnik wchodzi w synchronizm. Samosynchronizacji towarzyszy z reguły uderzenie prądu (płyną tzw. prądy łączeniowe) i momentu, ale ich wartości nie przekraczają wartości dopuszczalnych, jeżeli przy budowie maszyny przewidziano ten sposób synchronizacji i maszyna jest odpowiednio skonstruowana.

Samosynchronizacja jest przeprowadzana niekiedy przez włączenie maszyny do sieci z szeregowo włączonym dławikiem dla ograniczenia uderzenia momentu i prądów łączeniowych. Samosynchronizacja umożliwia skrócenie czasu włączania prądnic do pracy równoległej, co jest bardzo istotne w awaryjnych sytuacjach systemów energetycznych.

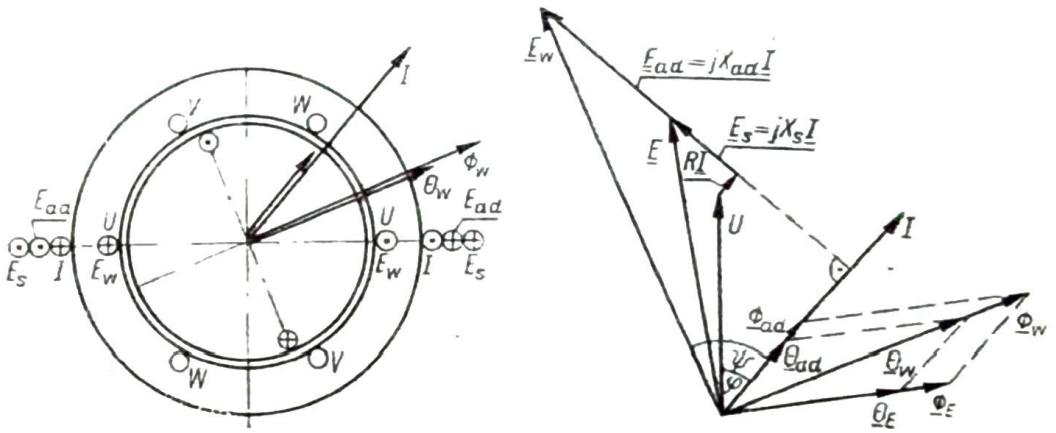
We współczesnych układach elektroenergetycznych stosuje się często automatyczną lub półautomatyczną synchronizację maszyn synchronicznych, gdzie

impuls do zamknięcia wyłącznika głównego jest podawany przez odpowiedni człon pomiarowy w chwili, gdy poślizg maszyny i kąt przesunięcia fazowego między napięciem maszyny i sieci osiągają odpowiednio małe wartości. Stosowanie odpowiednich synchronizatorów jest jednak bardzo kosztowne i dlatego instaluje się je tylko wówczas, gdy prostsze sposoby synchronizacji (np. samosynchronizacja) nie mogą być stosowane.

6.2. PRĄDNICA CYLINDRYCZNA NIE NASYCONA

6.2.1. Stan obciążenia; wykres wskazowy

Rozpatrzmy najpierw stan pracy prądnicy cylindrycznej nie nasyconej, wzbudzonej do napięcia E_w i obciążonej symetrycznie prądem I; niech kąt między napięciem E_w i prądem I wynosi ψ (rys. 6.9).



Rys. 6.9. Model i wykres wskazowy prądnicy cylindrycznej nie nasyconej

Prąd stojana daje przepływ wg wzoru (4.52)[1] $\underline{\Theta}_{ad} = \frac{m}{2} 0{,}9 \underline{I} \frac{w}{p} k_u$, który wytwarza strumień Φ_{ad}, zwany strumieniem oddziaływania stojana, zamykający się wzdłuż tej samej drogi magnetycznej co strumień Φ_w, a więc przez rdzeń stojana i wirnika oraz szczelinę powietrzną.

Strumień oddziaływania stojana

$$\underline{\Phi}_{ad} = \underline{\Theta} \Lambda_{ad} = \Lambda \frac{m}{2} 0{,}9 \underline{I} \frac{w}{p} k_u \tag{6.13}$$

indukuje w uzwojeniu stojana napięcie

$$\underline{E}_{ad} = \mathrm{j}\, 4{,}44 \underline{\Phi}_{ad} f w k_u \tag{6.14}$$

[1] W rozdziale niniejszym stosuje się odpowiednio oznaczenia wielkości (przebiegów) charakterystycznych:

— dla stojana — wskaźnikiem a,

— dla osi podłużnej, tj. zgodnej z osią biegunów wirnika — wskaźnikiem d,

— dla osi poprzecznej, tj. prostopadłej do osi biegunów wirnika — wskaźnikiem q,

przy czym w odniesieniu do maszyn o wirniku cylindrycznym przebiegów charakterystycznych dla osi poprzecznej q nie uwzględnia się (zagadnienia te są bliżej omówione w p. 6.4.1).

które można wyrazić przez prąd stojana

$$\underline{E}_{ad} = \mathrm{j} X_{ad} \underline{I} \tag{6.15}$$

gdzie

$$X_{ad} = 2 \frac{m}{p} \Lambda f w^2 k_u^2 \tag{6.16}$$

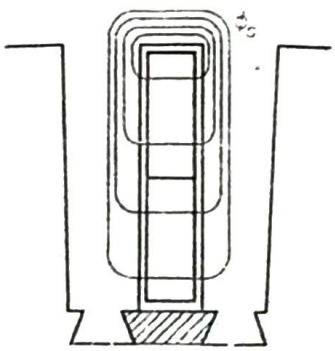
Wielkość X_{ad} nazywa się reaktancją oddziaływania stojana.

Na rysunku 6.9 (model maszyny) kierunek (strzałkowanie) prądu $\underline{I}$ oznaczono w stosunku do napięcia $\underline{E}_w$ prądnicowo (zgodnie ze strzałkowaniem $\underline{E}_w$), natomiast strzałkowanie napięcia $\underline{E}_{ad}$ — przeciwnie niż prądu (strzałkowanie prądu $\underline{I}$ i napięcia $\underline{E}_{ad}$ oznaczono w kółkach obok strefy fazowej fazy U). Napięcie wypadkowe $\underline{E}$, indukujące się w stojanie jest więc geometryczną różnicą napięć $\underline{E}_w$ i $\underline{E}_{ad}$.

Warto zwrócić uwagę na to, że strumienie Φ_w i Φ_{ad} występują w tym samym obwodzie magnetycznym, a więc napięcie E, indukujące się w uzwojeniu stojana, jest proporcjonalne do strumienia wypadkowego Φ_E, który może być określony jako geometryczna różnica strumieni Φ_w i Φ_{ad}. Przy obciążeniu maszyny nie ma więc już strumieni Φ_w i Φ_{ad} oraz nie indukują się napięcia E_w i E_{ad}, lecz występuje tylko jeden strumień Φ_E, indukujący napięcie E. Ten strumień Φ_E określa stan nasycenia maszyny.

Stan obciążenia można też rozpatrywać w ten sposób, że przepływy Θ_w i Θ_{ad} składają się na wypadkowy przepływ Θ_E (rys. 6.9 — wykres wskazowy), który jest ich geometryczną różnicą. Ten przepływ Θ_E wytwarza strumień Φ_E, indukujący napięcie E.

W przypadku maszyny nie nasyconej sumowanie przepływów, strumieni lub napięć daje identyczne rezultaty, co jest widoczne na rys. 6.9. gdzie trójkąty przepływów, strumieni i napięć są do siebie podobne. Należy podkreślić, że w maszynie nasyconej nie wolno w ten sposób dodawać strumieni lub napięć, lecz należy odpowiednio wyznaczyć przepływ wypadkowy $\underline{\Theta}_E$ i stąd dopiero, na podstawie charakterystyki magnesowania, określić strumień i indukujące się napięcie E.



Rys. 6.10. Strumień rozproszenia żłobkowego

Oprócz wytworzonego przez prąd I strumienia Φ_{ad} występuje w maszynie również strumień rozproszony Φ_s, zamykający się głównie wokół połączeń czołowych uzwojeń oraz wokół przewodów umieszczonych w żłobku (rys. 6.10). Znaczną część drogi tego strumienia stanowi powietrze i dlatego przewodność magnetyczna dla

strumienia rozproszonego jest znacznie (zwykle blisko dziesięciokrotnie, a niekiedy nawet kilkunastokrotnie) mniejsza niż dla strumienia Φ_{ad}. Strumień rozproszony Φ_s indukuje własne napięcie $\underline{E}_s$, które należy odjąć od napięcia $\underline{E}$. Napięcie $\underline{E}_s$ wg (5.17) i (5.19) $\underline{E}_s = \mathrm{j}\,4{,}44\,\Phi_s f w k_u = \mathrm{j}X_s\underline{I}$, gdzie wg (5.20) $X_s = 2\frac{m}{p}\Lambda_s f w^2 k_u^2$ jest reaktancją rozproszenia.

Sumę reaktancji oddziaływania stojana X_{ad} i reaktancji rozproszenia X_s nazywa się reaktancją synchroniczną X_d

$$X_d = X_{ad} + X_s \tag{6.17}$$

Ponieważ w maszynie nie nasyconej zarówno X_{ad} jak X_s są stałe, można przyjąć, że reaktancja synchroniczna jest stała.

Oprócz indukowanych w uzwojeniu stojana napięć $\underline{E}_w$, $\underline{E}_{ad}$ i $\underline{E}_s$ występuje również spadek napięcia na rezystancji uzwojenia $R\underline{I}$, który jest w fazie z prądem stojana $\underline{I}$ i zgodnie z przyjętym strzałkowaniem prądu, jest skierowany przeciwnie do napięcia $\underline{E}_w$.

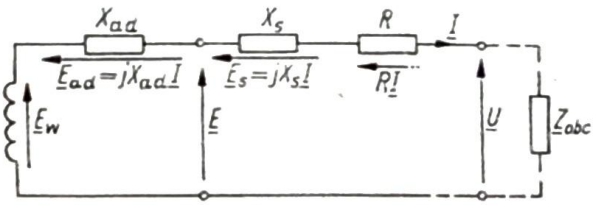
Napięcie na końcach jednej fazy uzwojenia stojana określa więc zależność

$$\underline{U} = \underline{E}_w - \mathrm{j}\,X_{ad}\underline{I} - \mathrm{j}\,X_s\underline{I} - R\underline{I} \tag{6.18}$$

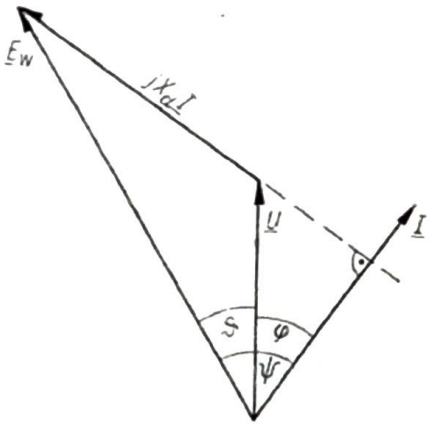
lub, łącząc X_{ad} i X_s

$$\underline{U} = \underline{E}_w - \mathrm{j}\,X_d\underline{I} - R\underline{I} \tag{6.19}$$

Równaniu (6.18) odpowiada układ zastępczy, przedstawiony na rys. 6.11.



Rys. 6.11. Układ zastępczy prądnicy synchronicznej cylindrycznej, nie nasyconej



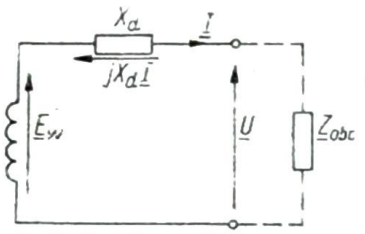
Rys. 6.12. Uproszczony wykres wskazowy prądnicy cylindrycznej nie nasyconej

W odniesieniu do dużych maszyn można pominąć spadek napięcia na rezystancji R, który w bilansie napięć nie odgrywa istotnej roli. Poza tym w wykresie wskazowym nie uwzględnia się przepływów i strumieni, lecz jako miarę prądu wzbudzającego traktuje się napięcie E_w, które w przypadku maszyny nie nasyconej jest proporcjonalne do prądu I_w. Pozostają zatem tylko cztery podstawowe wielkości: trzy napięcia $\underline{E}_w$, $\underline{U}$ i $\mathrm{j}X_d\underline{I}$ oraz prąd obciążenia $\underline{I}$ (rys. 6.12), przy czym spadek

napięcia na reaktancji synchronicznej X_d wyprzedza prąd $\underline{I}$ o kąt $\pi/2$. Tak uproszczonemu wykresowi wskazowemu odpowiada równanie napięć

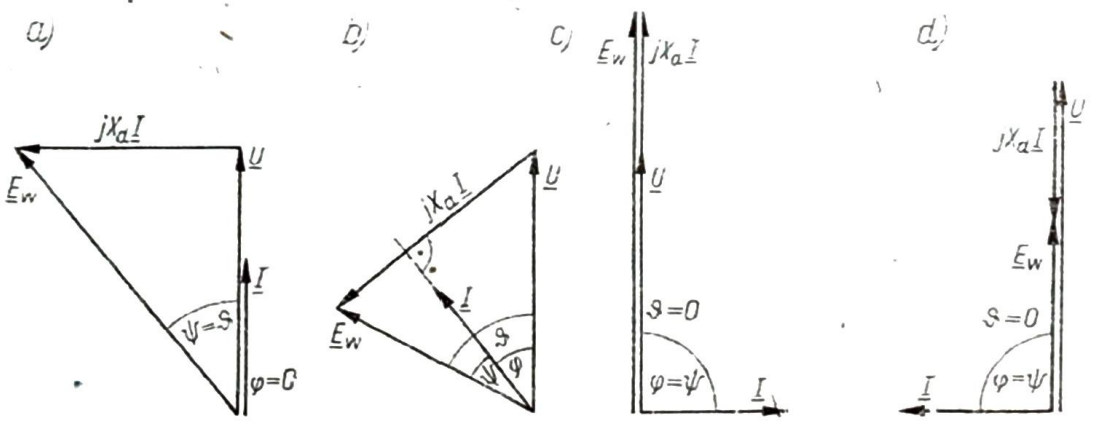
$$\underline{U} = \underline{E}_w - \mathrm{j}\, X_d \underline{I} \tag{6.20}$$

oraz układ zastępczy przedstawiony na rys. 6.13.



Rys. 6.13. Uproszczony układ zastępczy prądnicy cylindrycznej nie nasyconej ($R=0$)

Kąt przesunięcia fazowego φ między napięciem i prądem przy pracy samotnej zależy od rodzaju obciążenia (charakteru impedancji Z_{obc}); wykresy wskazowe na rys. 6.9 i 6.12 dotyczą obciążenia czynno-indukcyjnego. Kąt ψ między prądem I i napięciem E_w nazywa się kątem wewnętrznego przesunięcia fazowego, a kąt ϑ — kątem mocy (lub kątem pracy) maszyny synchronicznej.



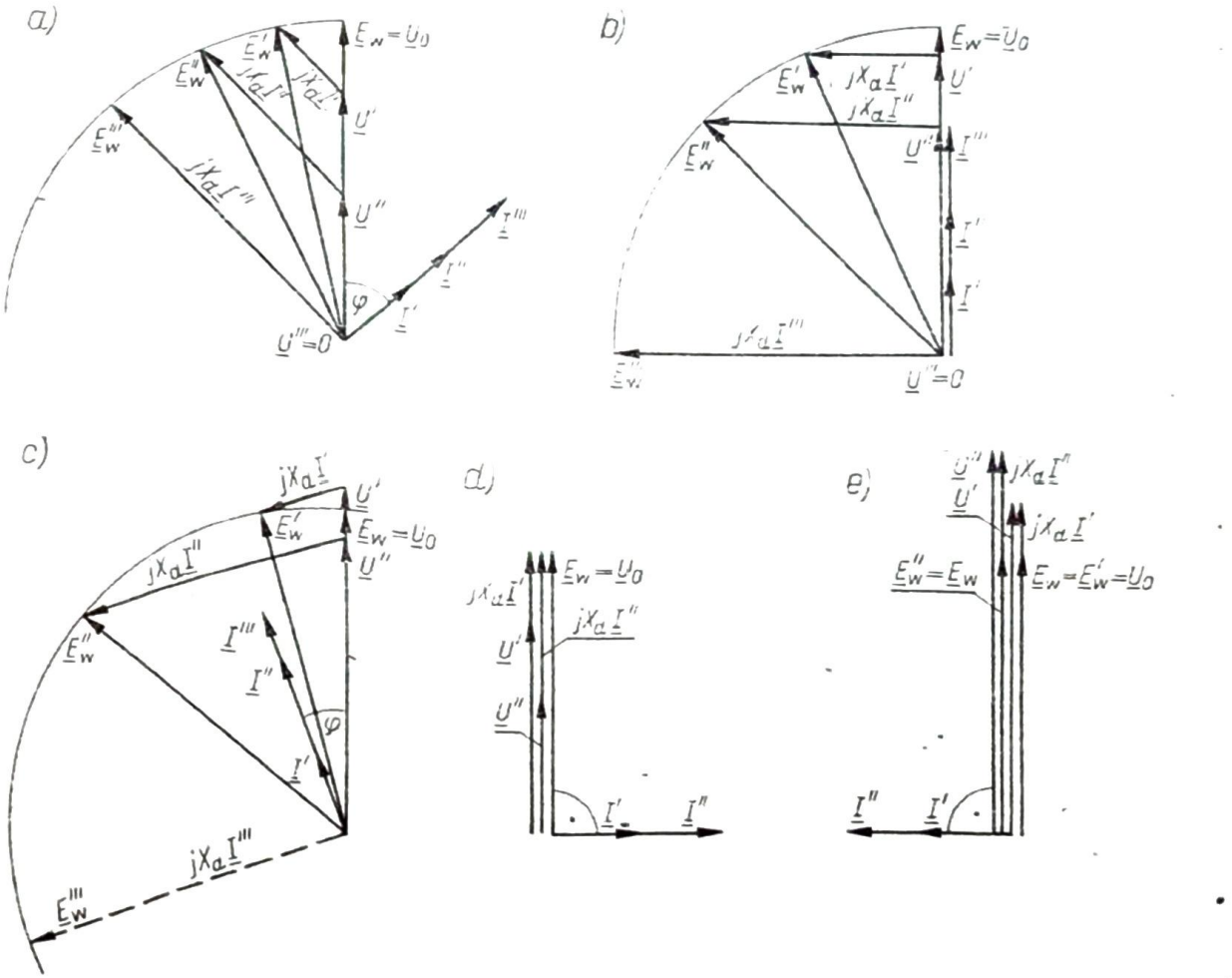
Rys. 6.14. Wykresy wskazowe prądnicy cylindrycznej nie nasyconej: a) przy obciążeniu czynnym (R); b) przy obciążeniu czynno-pojemnościowym (RC); c) przy obciążeniu indukcyjnym (L); d) przy obciążeniu pojemnościowym (C)

Przy obciążeniu czysto czynnym prąd i napięcie są ze sobą w fazie i wykres wskazowy przybiera postać jak na rys. 6.14a. Przy obciążeniu czynno-pojemnościowym otrzymuje się wykres jak na rys. 6.14b. Przy obciążeniu czysto indukcyjnym (rys. 6.14c) lub czysto pojemnościowym (rys. 6.14d) kąt φ wynosi $\pi/2$, a spadek napięcia na reaktancji synchronicznej leży w osi napięcia. W tych dwóch przypadkach geometryczna suma napięć staje się odpowiednią sumą algebraiczną. Należy zwrócić uwagę, że na wszystkich wykresach, zgodnie z przyjętym sposobem strzałkowania (w modelu maszyny — rys. 6.9) i zgodnie z (6.20) obowiązuje identyczny związek $\underline{E}_w = \underline{U} + \mathrm{j}X_d\underline{I}$, przy czym spadek napięcia $\mathrm{j}X_d\underline{I}$ wyprzedza prąd o kąt $\pi/2$.

6.2.2. Praca samotna; charakterystyka zewnętrzna, zmienność napięcia, charakterystyka regulacyjna

Przy pracy samotnej prądnica jest obciążona odbiornikiem o określonym współczynniku mocy. Załóżmy, że prędkość maszyny jest stała, a w związku z tym i częstotliwość jest stała. Przy stałym prądzie wzbudzającym I_w napięcie E_w jest stałe, a napięcie U na zaciskach maszyny zależy od prądu obciążenia i rodzaju odbiornika.

Charakterystyką zewnętrzną prądnicy nazywa się zależność $U = f(I)$ przy $I_w = \text{const}$ i $\cos\varphi = \text{const}$, czyli że zmienia się impedancja odbiornika przy zachowaniu stałości współczynnika mocy.



Rys. 6.15. Wykresy wskazowe do wyznaczenia charakterystyki zewnętrznej prądnicy synchronicznej nie nasyconej: a) przy obciążeniu czynno-indukcyjnym; b) przy obciążeniu czynnym; c) przy obciążeniu czynno-pojemnościowym; d) przy obciążeniu indukcyjnym; e) przy obciążeniu pojemnościowym

Przebieg charakterystyki zewnętrznej można wyznaczyć na podstawie wykresu wskazowego. Na przykład, przy obciążeniu czynno-indukcyjnym (rys. 6.15a) wzrost prądu powoduje wzrost spadku napięcia na reaktancji synchronicznej, a więc przy stałym E_w napięcie U maleje w stosunku do napięcia U_0 w stanie jałowym. Dla uproszczenia rysunku wskaz napięcia pozostaje w stałym położeniu pionowym i prąd zmienia się wzdłuż jednej linii prostej, wobec czego wskaz napięcia E_w prze-

mieszcza się po okręgu koła. W podobny sposób można otrzymać przebieg charaktetystyki zewnętrznej przy obciążeniu czynnym (rys. 6.15b) i czynno-pojemnościowym (rys. 6.15c).

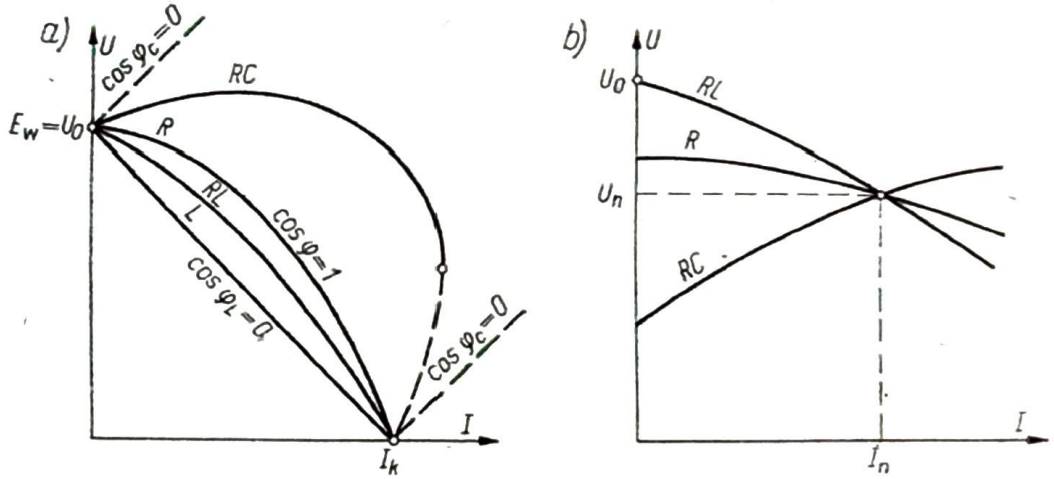
Przy obciążeniu indukcyjnym ($\cos\varphi = 0$) otrzymujemy algebraiczne sumowanie modułów napięć (rys. 6.15d), można więc napisać równość $U + X_d I = E_w$, stąd

$$I = \frac{E_w - U}{X_d} \tag{6.21}$$

Podobnie przy obciążeniu pojemnościowym (rys. 6.15e) otrzymujemy $U = E_w + IX_d$ a zatem

$$I = \frac{U - E_w}{X_d} \tag{6.22}$$

Przy obciążeniu indukcyjnym lub pojemnościowym ($\cos\varphi = 0$) przebieg $U = f(I)$ jest więc liniowy. Charakterystyki obciążenia przy różnych współczynnikach mocy ilustruje rys. 6.16a, gdzie linią kreskowaną oznaczono niestabilne części przebiegów przy obciążeniu pojemnościowym i czynno-pojemnościowym.



Rys. 6.16. Charakterystyki zewnętrzne prądnicy cylindrycznej nie nasyconej: a) przy $I_w = \text{const}$, b) przy I_w tak dobranym, że $U = U_n$ przy $I = I_n$

Jest oczywiste, że przechodząc po dowolnej charakterystyce do stanu zwarcia otrzymujemy ten sam wspólny punkt pracy I_k, określony zależnością

$$I_k = \frac{E_w}{X_d} \tag{6.23}$$

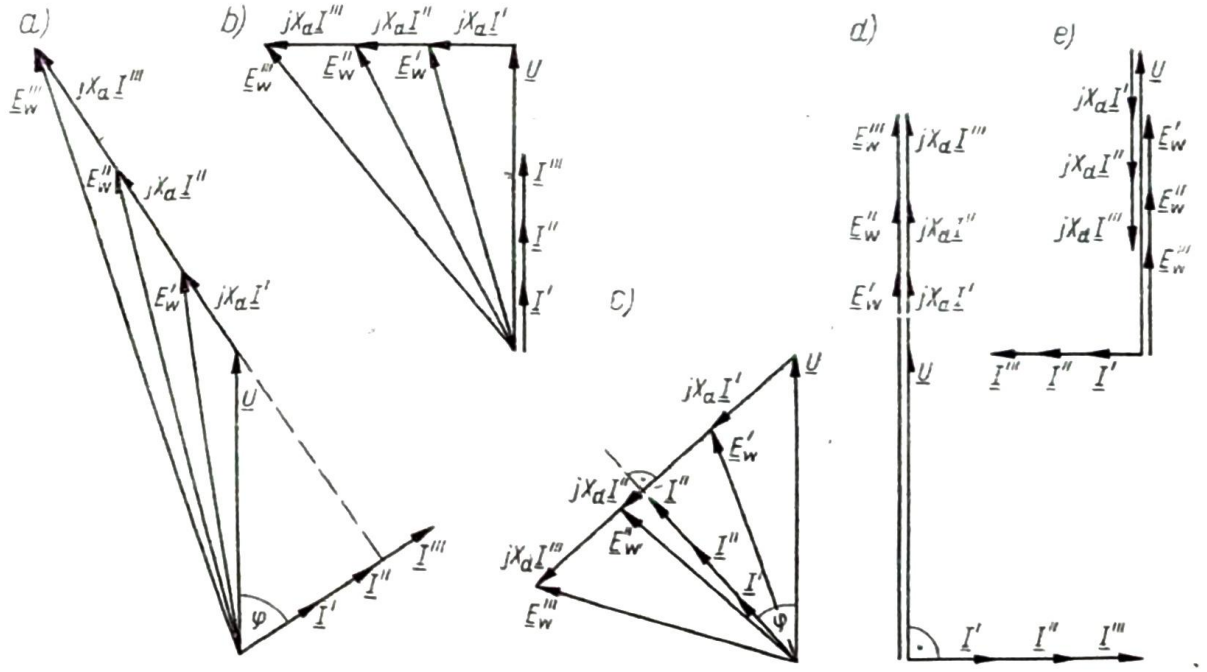
Wygodnie jest przedstawić charakterystyki zewnętrzne różnych rodzajów obciążenia przy takich prądach wzbudzających, że prądowi znamionowemu stojana odpowiada napięcie znamionowe (rys. 6.16b). Jeśli jedna z tych krzywych (oznaczona *RL*) dotyczy znamionowego współczynnika mocy (zwykle dla prądnic $\cos\varphi_n = 0{,}85$ ind), to punktowi na tej krzywej określonemu znamionowymi wartościami napięcia i prądu stojana odpowiada znamionowy prąd wzbudzający.

Zmiennością napięcia nazywa się wzrost napięcia odniesiony do napięcia znamionowego, występujący przy obciążeniu prądnicy począwszy od pracy znamionowej do stanu jałowego, przy zachowaniu znamionowej prędkości i znamionowego prądu wzbudzającego. Zmienność napięcia wyraża się zależnością

$$\Delta U_r = \frac{U_0 - U_n}{U_n} \tag{6.24}$$

Wynosi ona zwykle nie więcej niż 0,4 i przybiera większe wartości w maszynach cylindrycznych niż w jawnobiegunowych.

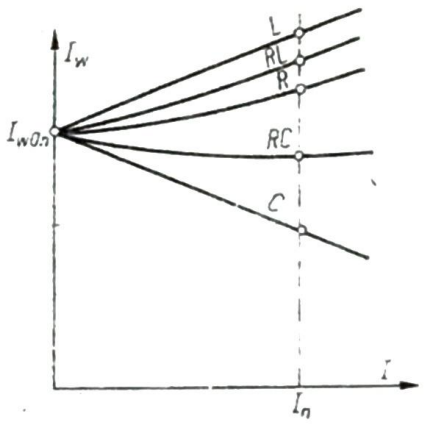
Jeżeli przy zmianie obciążenia chcemy utrzymać stałą wartość napięcia U na zaciskach, to musimy odpowiednio regulować prąd wzbudzający. Zależność $I_w = f(I)$ przy $U = \text{const}$, $\cos\varphi = \text{const}$ nazywa się charakterystyką regulacyjną. Do wyznaczenia tej zależności można posłużyć się wykresami wskazowymi. Ponieważ $U = \text{const}$ i $\cos\varphi = \text{const}$, więc spadki napięcia $jX_d\underline{I}$ będą leżeć na jednej prostej, wyznaczając wartości napięcia E_w, a tym samym prądu wzbudzającego I_w (rys. 6.17). Jeśli wyznaczymy charakterystyki regulacyjne przy $U = U_n$, to przy



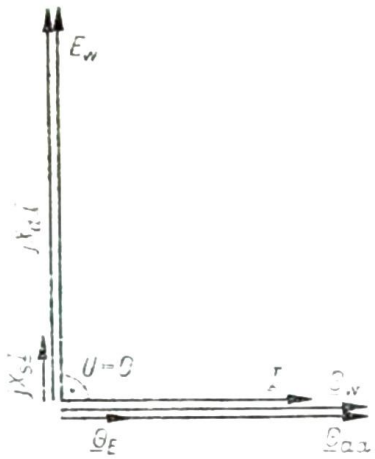
Rys. 6.17. Wykresy wskazowe do wyznaczenia charakterystyki regulacyjnej prądnicy cylindrycznej nie nasyconej: a) przy obciążeniu czynno-indukcyjnym; b) przy obciążeniu czynnym; c) przy obciążeniu czynno-pojemnościowym; d) przy obciążeniu indukcyjnym; e) przy obciążeniu pojemnościowym

$I = 0$, prąd I_w jest znamionowym prądem wzbudzającym stanu jałowego (I_{w0n}) i wszystkie przebiegi rozpoczynają się na wykresach $I_w = f(I)$ w tym wspólnym punkcie (rys. 6.18). Przy obciążeniu indukcyjnym i pojemnościowym charakterystyki regulacyjne są liniami prostymi, co wynika z wykresów na rys. 6.17d i 6.17e.

Dla uzupełnienia widomości o stanie zwarcia narysujemy jeszcze wykres wskazowy przepływów i napięć w tym stanie pracy (rys. 6.19). Ponieważ $U = 0$, więc $\underline{E}_w = jX_a\underline{I}$, a kąt wewnętrznego przesunięcia fazowego $\psi = \pi/2$.



Rys. 6.18. Charakterystyki regulacyjne prądnicy cylindrycznej nie nasyconej



Rys. 6.19. Wykres wskazowy przepływów i napięć prądnicy cylindrycznej w stanie zwarcia

Przy dowolnej wartości prądu wzbudzającego napięcie E w stanie zwarcia jest równe spadkowi napięcia na reaktancji rozproszenia.

$$\underline{E} = \underline{E}_s = \mathrm{j}\, X_s \underline{I} \tag{6.25}$$

Przepływ oddziaływania stojana Θ_{ad} w stanie zwarcia jest w fazie z przepływem Θ_w, a ich geometryczna różnica staje się różnicą algebraiczną, ponieważ zaś napięcie E jest kilkanaście razy mniejsze od napięcia E_w, więc również Θ_E jest kilkanaście razy mniejsze od Θ_w. Wynika stąd, że w stanie zwarcia strumień jest bardzo mały i wolno przyjąć, że obwód magnetyczny jest słabo nasycony. Ponieważ przy zwarciu napięcie E jest proporcjonalne do prądu stojana, a przepływ Θ_w do prądu wzbudzającego, zatem prąd stojana jest w stanie zwarcia proporcjonalny do prądu wzbudzającego (por. rys. 6.3).

6.2.3. Moc i moment obrotowy

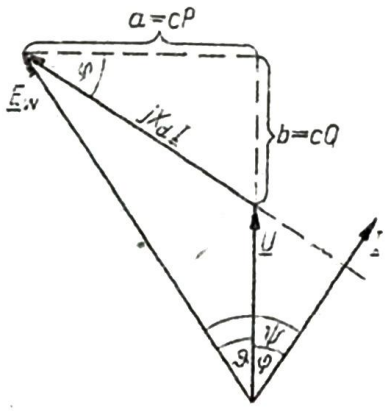
Moc czynną oddawaną przez prądnicę wyraża zależność

$$P = mUI\cos\varphi \tag{6.26}$$

(gdzie U jest napięciem fazowym).

Na podstawie uproszczonego wykresu wskazowego (przy $R = 0$) maszyny cylindrycznej nie nasyconej (rys. 6.20) można napisać związek

$$X_d I\cos\varphi = E_w \sin\vartheta \tag{6.27}$$



Rys. 6.20. Wykres wskazowy uproszczony (przy $R = 0$) do określenia mocy czynnej P i biernej Q prądnicy synchronicznej

Stąd

$$P = m \frac{UE_w}{X_d} \sin \vartheta \tag{6.28}$$

Pomijając straty stojana (w rdzeniu i w miedzi) można przyjąć, że oddawana moc elektryczna jest równa mocy mechanicznej pobieranej na wale, a zatem moment obrotowy, jakim trzeba maszynę napędzać, wynosi

$$M = 9{,}55 \frac{P}{n} = 9{,}55 \frac{m}{n} \frac{UE_w}{X_d} \sin \vartheta \tag{6.29}$$

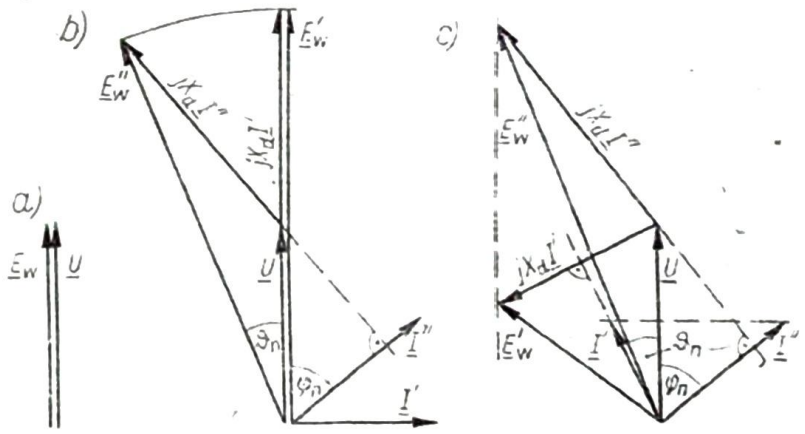
Przy określonej wartości prądu wzbudzającego I_w i napięcia U moc czynna jest proporcjonalna do sin ϑ, stąd kąt ϑ nazywa się kątem mocy lub kątem pracy maszyny synchronicznej. Przy stałym napięciu U moc czynna jest proporcjonalna do iloczynu $I\cos\varphi$, a moc bierna do iloczynu $I\sin\varphi$, a zatem na wykresie odcinki a i b są miarą mocy czynnej i biernej, które prądnica oddaje do sieci.

6.2.4. Praca na sieć sztywną

Po dokonaniu synchronizacji i włączeniu prądnicy do sieci sztywnej o stałym napięciu i stałej częstotliwości napięcie E_w jest równe napięciu sieci U (rys. 6.21a), a prąd równy zeru. Aby doprowadzić maszynę do znamionowego stanu pracy, np. przy $I = I_n$, $\cos\varphi_n = 0{,}8$ ind, trzeba dokonać dwóch czynności:

a) zwiększyć prąd wzbudzający do wartości znamionowej;

b) napędzić prądnicę mocą mechaniczną równą oddawanej znamionowej mocy elektrycznej, powiększonej o straty mocy prądnicy.

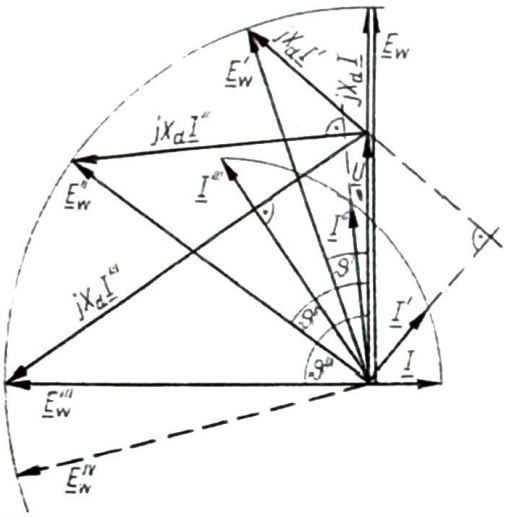


Rys. 6.21. Obciążenie prądnicy w zakresie od stanu jałowego ($I = 0$) do stanu znamionowego ($I = I_n$, $\cos\varphi = \cos\varphi_n$) przy $U = \text{const}$: a) wykres wskazowy przy $I = 0$; b) przejście do pracy znamionowej, gdy najpierw zwiększa się prąd wzbudzający; c) przejście do pracy znamionowej gdy najpierw zwiększa się moc oddawaną

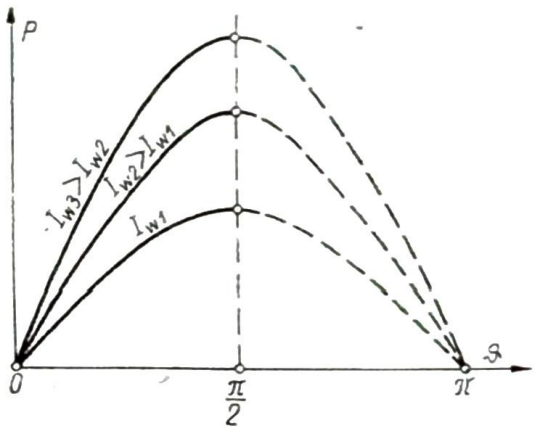
Te dwie czynności mogą być wykonane w zasadzie w dowolnej kolejności lub równocześnie. Jeżeli najpierw zwiększymy prąd wzbudzający, ale nadal moc P jest równa zeru, to napięcie E_w rośnie do wartości E'_w (rys. 6.21b), pozostając w fazie z napięciem U. Pojawia się więc spadek napięcia na reaktancji X_d i prąd indukcyjny I'; w tym stanie pracy maszyna oddaje do sieci moc bierną indukcyjną, a nie oddaje

mocy czynnej. Jeśli teraz doprowadzi się na wał znamionową moc mechaniczną, to wirnik chwilowo przyśpieszy, wychylając się tym samym w przód i napięcie $\underline{E}_w$ wyprzedzi napięcie U o kąt mocy ϑ, osiągając wartość $\underline{E}''_w$. Wobec stałości modułu E_w, przy przejściu od E'_w do E''_w nowy stan pracy ustali się przy kącie ϑ_n, określonym zależnością (6.28). Położenie wskazu E''_w określa wartość i składowe napięcia $X_d I''$, a więc narzuca pewne wartości prądu, mocy biernej i współczynnika mocy.

Ten sam stan pracy po synchronizacji można osiągnąć, jeżeli zwiększy się najpierw moc do wartości znamionowej (rys. 6.21c) a następnie prąd wzbudzający. Po zwiększeniu mocy otrzymuje się napięcie wzbudzenia E'_w i prąd czynno-pojemnościowy I', oddawany do sieci. Zwiększając prąd wzbudzający przy stałej mocy, przechodzi się do napięcia E''_w i prądu I'', przy czym napięcie E_w przy przejściu od E'_w do E''_w zachowuje stałą wartość rzutu na oś poziomą, gdyż rzut ten, przy stałym napięciu U jest miarą mocy czynnej.



Rys. 6.22. Wykres wskazowy przy $E_w = \text{const}$, $P = \text{var}$ prądnicy cylindrycznej nie nasyconej



Rys. 6.23. Charakterystyka kątowa prądnicy cylindrycznej nie nasyconej

Przy stałej wartości prądu wzbudzającego ($E_w = \text{const}$) zmiana doprowadzonej mocy powoduje zmianę prądu stojana, współczynnika mocy i kąta mocy (rys. 6.22). Moc maksymalna, jaka może być oddana przy danej wartości napięcia E_w, występuje gdy kąt mocy $\vartheta = \pi/2$, czyli gdy $\sin \vartheta = 1$. Jest to zgodne z wyrażeniem na moc (6.28), z którego wynika, że

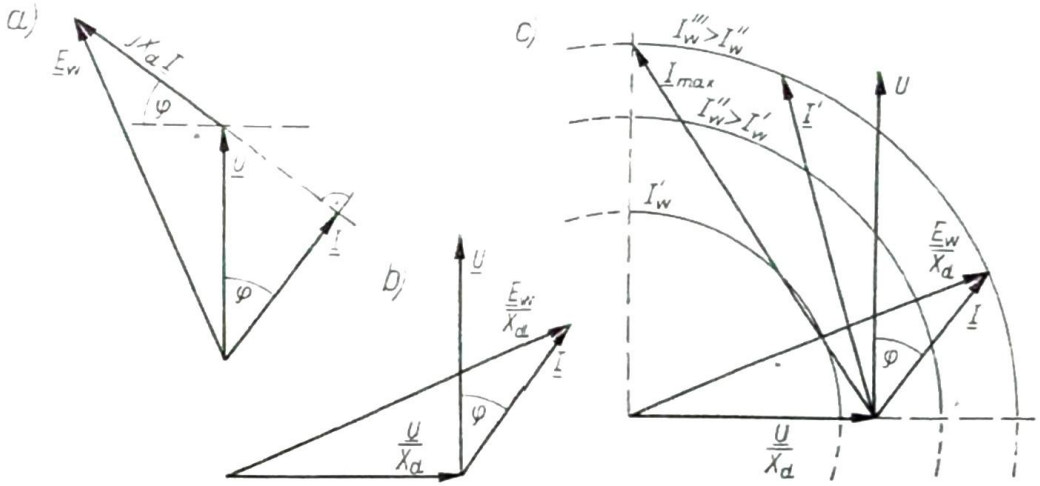
$$P_{max} = m \frac{UE_w}{X_d} \tag{6.30}$$

Zależność mocy od kąta ϑ wyraża krzywa, nazywana charakterystyką kątową (rys. 6.23).

Jeżeli po dojściu do mocy maksymalnej P_{max}, czyli do stanu odpowiadającego na wykresie wskazowym (rys. 6.23) napięciu E'''_w, jeszcze zwiększy się doprowadzoną moc mechaniczną, to wirnik wychyli się dalej w przód, napięcie E_w przybierze wartość E^{IV} i moc elektryczna oddawana zmniejszy się. Wobec tego, że doprowadzana moc mechaniczna wzrosła, a moc oddawana zmniejszyła się, maszyna

wypada z synchronizmu. Na charakterystykach kątowych (rys. 6.23) narysowano linią ciągłą sinusoidalne przebiegi mocy w zakresie pracy stabilnej przy różnych wartościach prąd wzbudzającego.

Zależność prądu i współczynnika mocy od stanu obciążenia może być przedstawiona jako wykres miejsc geometrycznych prądu przy stałej wartości E_w. Miarą prądu jest wartość $X_d\underline{I}$, gdyż reaktancja X_d jest dla maszyny nie nasyconej stała, a kąt φ występuje między wskazem $X_d\underline{I}$ i prostą prostopadłą do wskazu napięcia (rys. 6.24a).



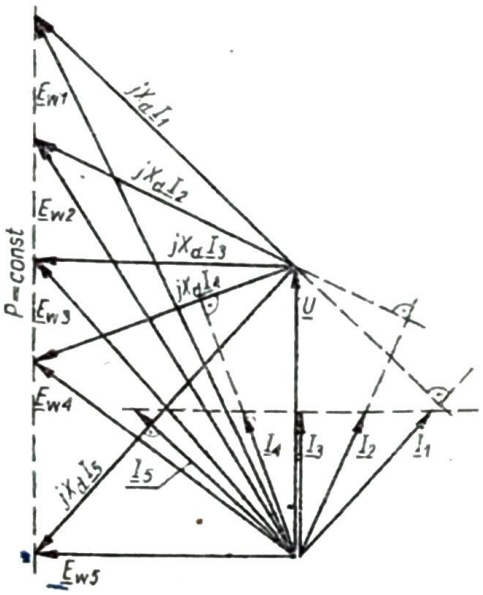
Rys. 6.24. Wykresy miejsc geometrycznych prądów przy $I_w = \text{const}$, $P = \text{var}$ maszyny cylindrycznej nie nasyconej: a) wykres wskazowy napięć; b) wykres wskazowy prądów; c) wykres kołowy prądu I

Dzieląc wszystkie wielkości występujące w trójkącie napięć przez X_d otrzymuje się wykres wskazowy prądów, który po obróceniu o kąt $\pi/2$ i wystawieniu wskazu U pionowo w górę od końca wskazu U/X_d daje informację o wartościach prądu stojana i współczynnika mocy (rys. 6.24b). Kreśląc okręgi kół, odpowiadające zadanym wartościom prądu wzbudzającego, otrzymujemy wykresy miejsc geometrycznych prądów stojana przy zmiennej wartości mocy (rys. 6.24c).

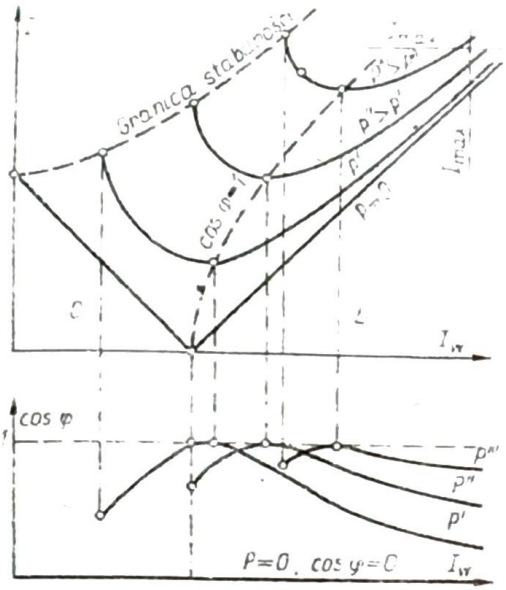
Zakresem stabilnej pracy prądnicowej jest ćwierć okręgu koła od punktów na osi poziomej, odpowiadających mocy $P = 0$, do punktów odpowiadających mocy maksymalnej dla danego prądu wzbudzającego. Części kreskowane okręgów na lewo od linii pionowej dotyczą niestabilnej pracy prądnicy, części kreskowane poniżej osi poziomej dotyczą pracy silnikowej (rozdz. 6.5).

Z wykresów miejsc geometrycznych widać, że prądnica może oddawać moc bierną indukcyjną tylko przy przewzbudzeniu (gdy $E_w > U$), natomiast przy niedowzbudzeniu ($E_w < U$) prądnica może oddawać prócz mocy czynnej, moc bierną pojemnościową. Ponieważ większość urządzeń elektrycznych (głównie silniki indukcyjne i transformatory) pobiera moc czynną i moc bierną indukcyjną, znamionowym współczynnikiem mocy prądnicy jest zwykle $\cos\varphi_n = 0{,}8$ ind lub $\cos\varphi_n = 0{,}85$ ind, niekiedy 0,9 ind), gdyż prądnice muszą wyprodukować moc bierną i prąd bierny potrzebny do magnesowania rdzeni maszyn i transformatorów.

Regulacja prądu wzbudzającego przy stałej mocy powoduje zmianę prądu stojana i współczynnika mocy (rys. 6.25). Koniec wskazu napięcia E_w (przy $P = \text{const}$, $U = \text{const}$) ślizga się po prostej pionowej, a ponieważ moc jest stała, więc składowa czynna prądu też jest stała i koniec wskazu prądu ślizga się po linii poziomej.



Rys. 6.25. Wykres wskazowy do sporządzenia charakterystyki $I = f(I_w)$ przy $P = \text{const}$



Rys. 6.26. Krzywe V (*Mordeya*) prądnicy cylindrycznej nie nasyconej oraz krzywe $\cos\varphi = f(I_w)$ przy $P = \text{const}$

Zależność prądu stojana i współczynnika mocy od prądu wzbudzającego przy stałej mocy czynnej ilustruje rys. 6.26. Dla mocy $P = 0$ otrzymuje się dwie linie proste, dla dowolnej mocy wykres ma kształt zbliżony do litery V, stąd krzywe te noszą nazwę krzywych V (zwane są też krzywymi *Mordeya*).

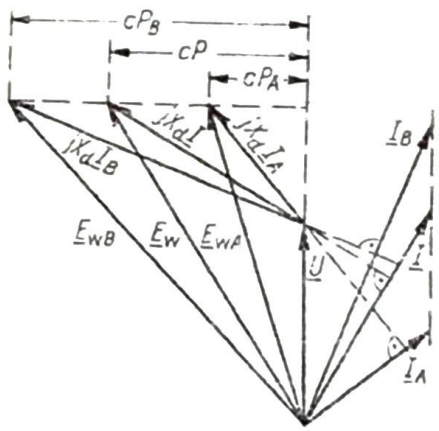
Najniżej położony punkt każdej krzywej odpowiada najmniejszej wartości prądu stojana przy danej mocy, a więc dotyczy pracy gdy $\cos\varphi = 1$. Przy wzroście mocy rośnie nieco prąd wzbudzający, przy którym $\cos\varphi = 1$; odpowiednie punkty połączono linią kreskowaną. Punkty na prawo od linii kreskowanej, odpowiadającej $\cos\varphi = 1$, dotyczą obciążenia indukcyjnego (prądnica oddaje moc czynną i moc bierną indukcyjną), punkty na lewo od tej linii dotyczą obciążenia pojemnościowego.

Zmniejszając prąd wzbudzający, dochodzimy do takiego stanu pracy, gdy $\vartheta = \pi/2$, tzn. $\sin\vartheta = 1$. Zgodnie ze wzorem (6.28) $P = m\dfrac{UE_w}{X_d}\sin\vartheta$ wartość prądu wzbudzającego odpowiadająca stanowi pracy przy $\sin\vartheta = 1$, jest najmniejszą wartością, przy której można utrzymać stałość mocy czynnej; dalsze zmniejszanie prądu wzbudzającego powoduje zmniejszenie mocy elektrycznej, co wobec stałości mocy mechanicznej spowoduje wypadnięcie maszyny z synchronizmu. Krańcowe punkty na każdej krzywej stanowią granicę stabilności krzywych V. Na prawej gałęzi krzywe V są ograniczone wartościami prądu obciążenia i prądu wzbudzającego ze względu na warunki termiczne pracy maszyny.

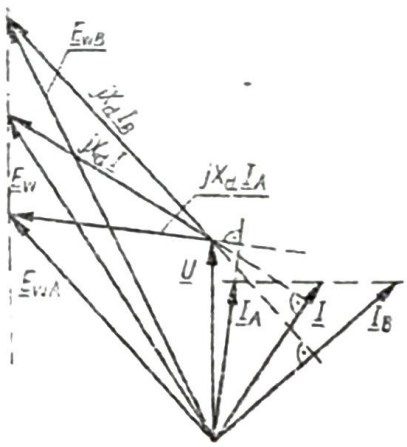
6.2.5. Praca na sieć elastyczną

W przypadku kilku maszyn o zbliżonych mocach, włączonych do wspólnej sieci, każda z nich ma wpływ na napięcie i częstotliwość sieci. Aby utrzymać znamionowe napięcie i znamionową częstotliwość sieci, maszyny te muszą łącznie oddać do sieci nie tylko tyle mocy czynnej, ile pobierają odbiorniki, ale również tę ilość mocy biernej, która wynika ze współczynnika mocy odbiorników. Ponieważ o współczynniku mocy prądnicy pracującej na wspólną sieć decyduje prąd wzbudzający, dla zapewnienia żądanego napięcia i częstotliwości prądnice muszą być odpowiednio napędzane i wzbudzone. Niedomiar mocy jednej prądnicy musi być zrekompensowany przez moc innych prądnic pracujących w tej samej sieci; w razie konieczności zmniejszenia prądu wzbudzającego jednej prądnicy konieczne jest zwiększenie prądu wzbudzającego innych prądnic.

Rozważmy dla uproszczenia pracę równoległą dwóch identycznych maszyn, które w warunkach wyjściowych mają te same moce i takie same prądy wzbudzające (rys. 6.27), oddają więc taki sam prąd przy tym samym współczynniku mocy. Jeżeli prądnica *A* zmniejsza moc oddawaną, to prądnica *B* musi być napędzana odpowiednio większą mocą, aby suma mocy czynnych pozostała bez zmiany. Przy założeniu, że rozpływ mocy biernej ma być ten sam, trzeba — jak to widać z rys. 6.27 — zmniejszyć prąd wzbudzający maszyny *A* i zwiększyć prąd wzbudzający maszyny *B*. Składowe bierne prądów pozostają wówczas stałe, a składowe czynne zmieniają się proporcjonalnie do mocy czynnych.



Rys. 6.27. Praca równoległa dwóch prądnic zmiana rozkładu obciążenia mocą czynną przy stałej mocy odbiorników



Rys. 6.28. Praca równoległa dwóch prądnic; zmiana obciążenia mocą bierną przy $P = \text{const}$

Jeżeli np. konieczne jest, przy zachowaniu stałej mocy obu maszyn, zmniejszenie prądu maszyny *A* (rys. 6.28), to należy zmniejszyć odpowiednio prąd wzbudzający I_{wA}, czyli napięcie E_{wA}. Jednocześnie jednak trzeba zwiększyć prąd I_{wB} i tym samym maszyna *B* musi wytworzyć tę moc bierną, której nie dostarcza maszyna *A*. Suma prądów obu maszyn musi być taka sama, jak w stanie wyjściowym.

Jeżeli zachodzi potrzeba odłączenia jednej prądnicy od wspólnej sieci, to należy ją najpierw stopniowo odciążać od mocy czynnej i biernej z jednoczesnym

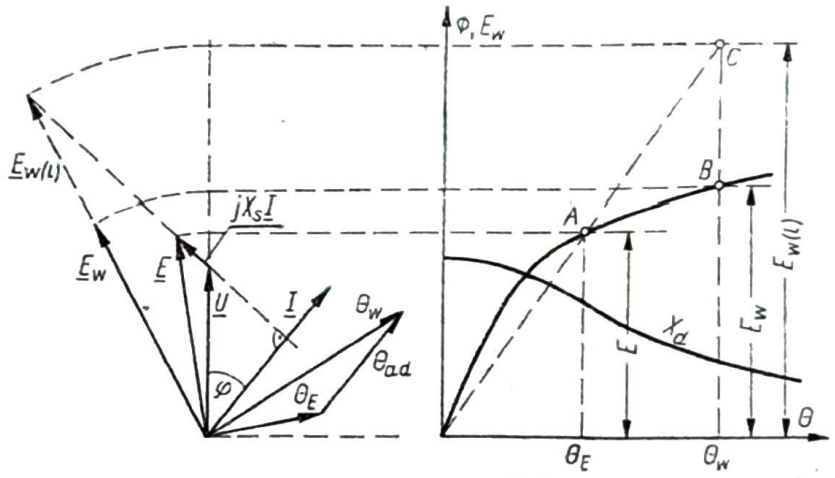
przenoszeniem tego obciążenia na pozostałe prądnice. Aby nie spowodować zakłóceń napięcia i częstotliwości, odłączenie maszyny powinno nastąpić przy $P = 0$, $I_w = I_{w0n}$.

Praca maszyn w systemie energetycznym jest bardzo zbliżona do pracy na sieć sztywną, a praca dużych prądnic w elektrowniach wykazuje pewne cechy pracy na sieć elastyczną. W systemie energetycznym musi być zachowany bilans mocy czynnej i biernej dla zapewnienia właściwych parametrów sieci i dlatego każda elektrownia pracuje według poleceń centralnej dyspozycji mocy.

6.3. PRĄDNICA CYLINDRYCZNA NASYCONA

6.3.1. Wykres wskazowy

Maszynę nazywamy nasyconą wówczas, gdy wartość jej strumienia magnetycznego wykracza poza liniową część charakterystyki magnesowania. Ponieważ wraz ze zmianą stanu nasycenia zmienia się permeancja obwodu strumienia głównego maszyny, wartość reaktancji oddziaływania stojana X_{ad} nie może być przyjmowana jako stała; ze wzrostem nasycenia maleje permeancja i reaktancja X_{ad}, a tym samym



Rys. 6.29. Wykres wskazowy maszyny cylindrycznej nasyconej

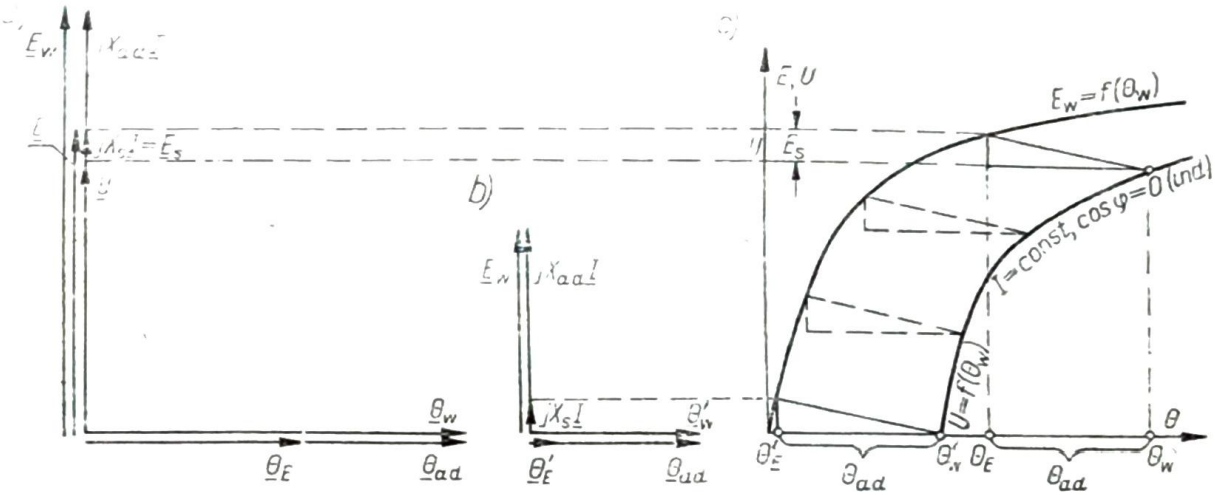
zmniejsza się reaktancja synchroniczna X_d (rys. 6.29). Jak już poprzednio wspomniano, reaktancja rozproszenia X_s jest stała, gdyż na drodze strumienia rozproszonego, przebiegającego w znacznej części przez powietrze, nie występuje nasycenie.

Dla pewnego stanu obciążenia prądnicy można wyznaczyć wartość rzeczywiście indukującego się w uzwojeniu napięcia E, dodając do napięcia U spadek napięcia na reaktancji rozproszenia. Napięcie E wyznacza na charakterystyce magnesowania (stanu jałowego) punkt A i określa stan nasycenia obwodu. Punktowi temu odpowiada przepływ Θ_E, który jest geometryczną różnicą przepływów Θ_w i Θ_{ad}. Gdyby charakterystyka była liniowa i przechodziła przez punkt A, wówczas przepływowi Θ_w odpowiadałby punkt C i wartość $E_{w(l)}$. Jednak z powodu nasycenia przepływ Θ_w wyznacza na charakterystyce magnesowania punkt B; odpowiadającą mu wartość E_w możemy przenieść na wykres wskazowy, odmierzając ją na prostej prostopadłej do przepływu Θ_w.

6.3.2. Charakterystyka obciążenia

Dla wyprowadzenia jednej z wykreślnych metod analizy maszyny cylindrycznej nasyconej sporządzimy charakterystykę przedstawiającą zależność napięcia od prądu wzbudzającego przy stałym prądzie obciążenia i stałym współczynniku mocy, przy czym ze względu na szczególne jej właściwości sporządzimy charakterystykę przy $\cos\varphi = 0$ ind.

Przy obciążeniu indukcyjnym prąd spóźnia się za napięciem o kąt $\pi/2$ a zatem napięcia U i E, a tym samym przepływy Θ_{ad} i Θ_w, są ze sobą w fazie (rys. 6.30a). Algebraiczna różnica przepływów Θ_w i Θ_{ad} daje przepływ Θ_E, określający



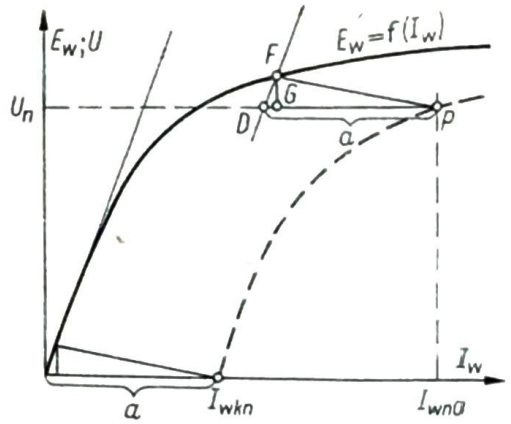
Rys. 6.30. Wyznaczanie charakterystyki obciążenia: a) wykres wskazowy przy $\cos\varphi = 0$ ind; b) wykres wskazowy w stanie zwarcia; c) związek między charakterystyką stanu jałowego i charakterystyką obciążenia przy $\cos\varphi = 0$ ind

napięcie E na charakterystyce magnesowania. Napięcie U jest algebraiczną różnicą napięcia E i spadku napięcia na reaktancji rozproszenia $E_s = X_s I$. Na charakterystyce magnesowania można zbudować trójkąt prostokątny, którego podstawą jest przepływ Θ_{ad}, a wysokością napięcie E_s (rys. 6.30c).

Przeanalizujmy teraz stan zwarcia przy tym samym prądzie I, a więc przy tym samym przepływie Θ_{ad}. Znowu otrzymujemy przepływ Θ'_E jako algebraiczną różnicę przepływów Θ'_w i Θ_{ad} (rys. 6.30b). Ponieważ przepływ Θ_{ad} jest ten sam, co dla poprzedniego stanu pracy i napięcie E_s jest to samo, więc otrzymujemy ten sam trójkąt, zwany trójkątem zwarcia. Przesuwając ten trójkąt równolegle wzdłuż charakterystyki magnesowania otrzymujemy charakterystykę obciążenia $U = f(\Theta_w)$ przy $I = \text{const}$ i $\cos\varphi = 0$ ind.

Charakterystykę obciążenia $U = f(I_w)$ przy $I = \text{const}$ (np. przy $I = I_n$) i $\cos\varphi = 0$ ind można sporządzić na podstawie pomiarów laboratoryjnych, bez obciążenia maszyny odbiornikiem czysto indukcyjnym, którego zresztą nie da się praktycznie zrealizować. Korzysta się z wyznaczonej charakterystyki stanu jałowego oraz dwóch dodatkowych pomiarów:

— pomiaru zwarcia przy prądzie $I = I_n$,



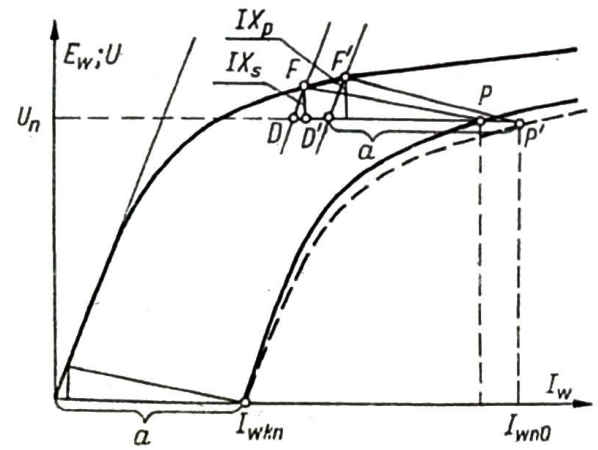
Rys. 6.31. Konstrukcja trójkąta zwarcia wyznaczanie charakterystyki obciążenia na podstawie pomiarów

— pomiaru przy $\cos\varphi = 0$ ind ($P = 0$) maszyny pracującej na sieć sztywną, wzbudzonej takim prądem, że prąd stojana $I = I_n$.

Wartość prądu wzbudzającego I_{wkn}, otrzymaną na podstawie pomiaru zwarcia, odmierzamy na osi poziomej (rys. 6.31). Prąd I_{wn0}, odczytany przy $I = I_n$, $P = 0$, $U = U_n$, wyznacza punkt P. Od punktu P w lewo odmierzamy odcinek a, odpowiadający wartości I_{wkn} i otrzymujemy punkt D, przez który kreślimy prostą równoległą do początkowego liniowego odcinka charakterystyki magnesowania. Z punktu F przecięcia tej prostej z charakterystyką magnesowania kreślimy pionową do punktu G. W ten sposób wyznaczyliśmy trójkąt zwarcia, który można wykorzystać do sporządzenia charakterystyki obciążenia przy dowolnym prądzie. Przy prądzie np. $I = 0{,}5\ I_n$, trójkąt będzie miał boki dwukrotnie krótsze, bo obie przyprostokątne są proporcjonalne do wartości prądu. Przedstawiona metoda wyznaczania trójkąta zwarcia nosi nazwę metody *Janeta-Fischera-Hinnena*.

Odcinek FG wyznacza w przybliżeniu napięcie na reaktancji rozproszenia; idąc dalej, można obliczyć wartość X_s oraz określić stan nasycenia przy dowolnym obciążeniu.

W rzeczywistości charakterystyka obciążenia przebiega nie według krzywej $U = f(I_w)$, otrzymanej z przesuwania trójkąta zwarcia lecz według krzywej $U' = f(I_w)$, przedstawionej na rys. 6.32. Wynika to stąd, że w punkcie P charakterystyki obciążenia, nasycenie rdzenia jest większe niż w punkcie F charakterystyki stanu jałowego, gdyż jest określone większym prądem wzbudzającym. Dla uzyskania takiego samego strumienia w tych dwóch stanach pracy prąd wzbudzający do wyznaczania charakterystyki obciążenia musi być nieco większy, określony np. punktem P'. Stosując

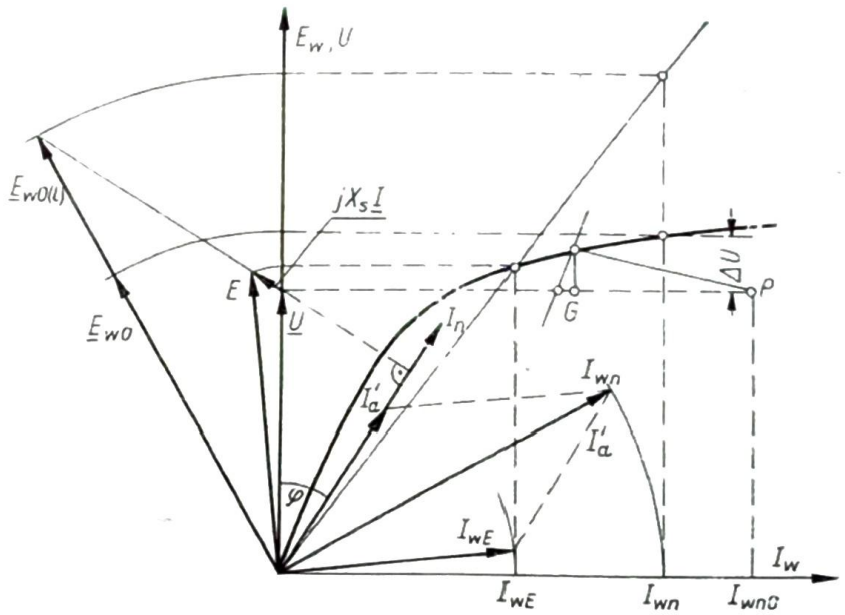


Rys. 6.32. Wyznaczanie charakterystyki obciążenia na podstawie trójkąta Potiera

omówioną konstrukcję, otrzymuje się nowy trójkąt (zwany trójkątem Potiera) o nieco większej wysokości niż w trójkącie zwarcia, odpowiednio obliczona stąd reaktancja Potiera X_p jest nieco większa niż reaktancja rozproszenia X_s. Reaktancja Potiera jest w maszynach cylindrycznych o ok. 5—10%, a w jawnobiegunowych o ok. 10—30% większa niż reaktancji rozproszenia.

6.3.3. Wyznaczanie prądu wzbudzającego i zmienności napięcia

Na podstawie charakterystyki stanu jałowego i wyznaczonego trójkąta zwarcia można obliczyć prąd, jakim trzeba maszynę wzbudzić, aby otrzymać założone wartości napięcia, prądu stojana i współczynnika mocy. Na przykład, przy $I = I_n$ i zadanym cos φ napięcie E wyznaczymy, dodając geometrycznie spadek napięcia $X_s I$



Rys. 6.33. Wyznaczanie prądu magnesującego i zmienności napięcia metodą Janeta-Fischera-Hinnena

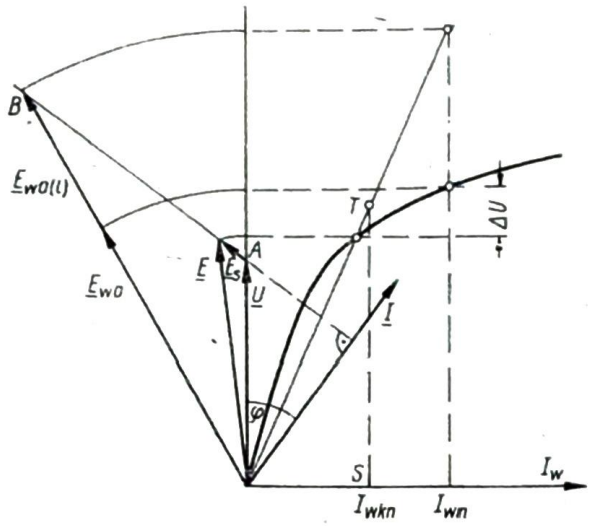
do napięcia U (rys. 6.33). Wartość E przeniesiona na charakterystykę magnesowania wyznacza wartość prądu wzbudzającego I_{wE}, odpowiadającą przepływowi Θ_E, przeliczonemu na stronę uzwojenia wzbudzenia. Wskaz prądu I_{wE}, tak jak przepływu Θ_E, jest prostopadły do wskazu napięcia E. Aby wyznaczyć prąd wzbudzający I_{wn} w tych warunkach pracy, trzeba do prądu I_{wE} dodać prąd I_a, który jest przeliczonym na stronę uzwojenia wzbudzenia przepływem stojana. Wartość I_a jest to bok $\overline{PG}$ trójkąta zwarcia, gdyż odpowiada on (por. rys. 6.30) przepływowi oddziaływania stojana. Kreśląc zatem wskaz I_a, równy odcinkowi $\overline{PG}$, równolegle do prądu I, otrzymujemy I_{wn}. Wartość ta, przeniesiona łukiem na oś poziomą i stąd pionowo w górę, wyznacza wartość E_{w0}, czyli napięcie jakie indukowałoby się, gdyby maszynę pracującą w zadanych warunkach odłączyć od sieci.

Zmiennością napięcia jest wzrost napięcia ΔU, jaki wystąpiłby po odciążeniu maszyny przy znamionowym prądzie wzbudzającym I_{wn}. Napięcie E_{w0} można odmierzyć na osi prostopadłej do wskazu I_{wn}. Gdyby założyć, że charakterystyka jest liniowa i przechodzi przez punkt odpowiadający stanowi nasycenia

w zadanych warunkach pracy, to otrzymalibyśmy na przedłużeniu wskazu napięcia E_{w0} wartość $E_{w0(l)}$, która jest zwykle znacznie większa od tej wartości, jaka występuje przy odłączeniu maszyny.

Istnieje szereg innych metod wykreślnych dotyczących wyznaczania prądu wzbudzającego i zmienności napięcia, np. metoda Gubienki, metoda wykresu amerykańskiego lub szwedzkiego (podawane w przepisach budowy i eksploatacji maszyn elektrycznych odpowiednich krajów jako obowiązujące metody pomiarów).

Prąd wzbudzający i zmienność napięcia można wyznaczyć, znając tylko charakterystykę stanu jałowego, prąd I_{wkn} oraz spadek napięcia na reaktancji rozproszenia (mierzone zwykle w wytwórni podczas próby typu, przy wyjętym wirniku). Jeżeli nie jest znana wartość napięcia E_s, to można ją przyjąć szacunkowo w granicach 12—20% napięcia znamionowego. Dodając wskaz E_s do wskazu U, otrzymujemy wskaz E, który rzutuje się na charakterystykę stanu jałowego (rys.



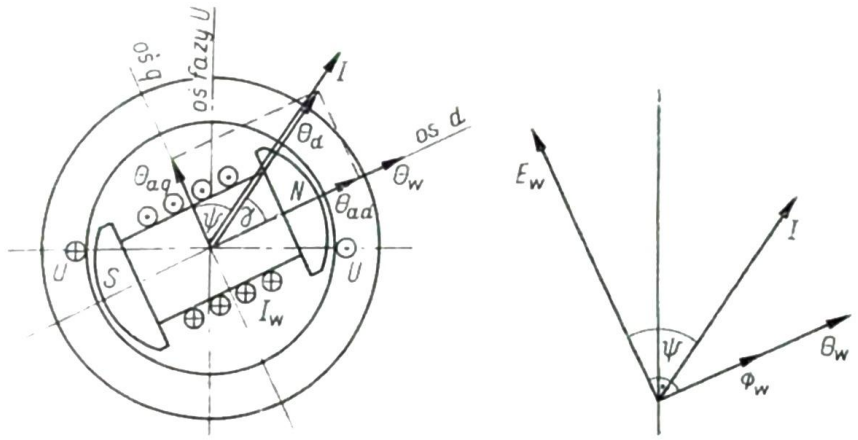
Rys. 6.34. Uproszczona metoda wykreślna wyznaczania prądu wzbudzającego i zmienności napięcia

6.34) i przez otrzymany punkt kreśli się liniową zastępczą charakterystykę stanu jałowego. Z punktu S, odpowiadającego prądowi I_{wkn}, kreślimy prostą pionową do przecięcia z zastępczą charakterystyką magnesowania. Odcinek $\overline{ST}$ można traktować jako spadek napięcia na reaktancji synchronicznej, uwzględniający już wpływ nasycenia na wartość tej reaktancji. Odmierzając na prostopadłej do wskazu prądu z końca wskazu U odcinek $\overline{AB}=\overline{ST}$, otrzymujemy (przy założeniu prostoliniowej charakterystyki magnesowania) napięcie $E_{w0(l)}$, z którego, po przeniesieniu na tę charakterystykę, wyznaczymy prąd I_{wn} oraz napięcie E_{w0} i zmienność napięcia ΔU. Opisana konstrukcja jest znacznie prostsza, nie wymaga pomiarów przy $\cos\varphi = 0$ ind i daje wyniki wystarczająco dokładne dla praktyki przemysłowej.

6.4. PRĄDNICA SYNCHRONICZNA JAWNOBIEGUNOWA

6.4.1. Pole magnetyczne w maszynie jawnobiegunowej

W maszynie cylindrycznej szczelina powietrzna jest równomierna i dlatego w odniesieniu do maszyny nie nasyconej można przyjąć, że reaktancja oddziaływania stojana jest stała, niezależna od wzajemnego położenia osi wirującego przepływu stojana względem osi wirnika.

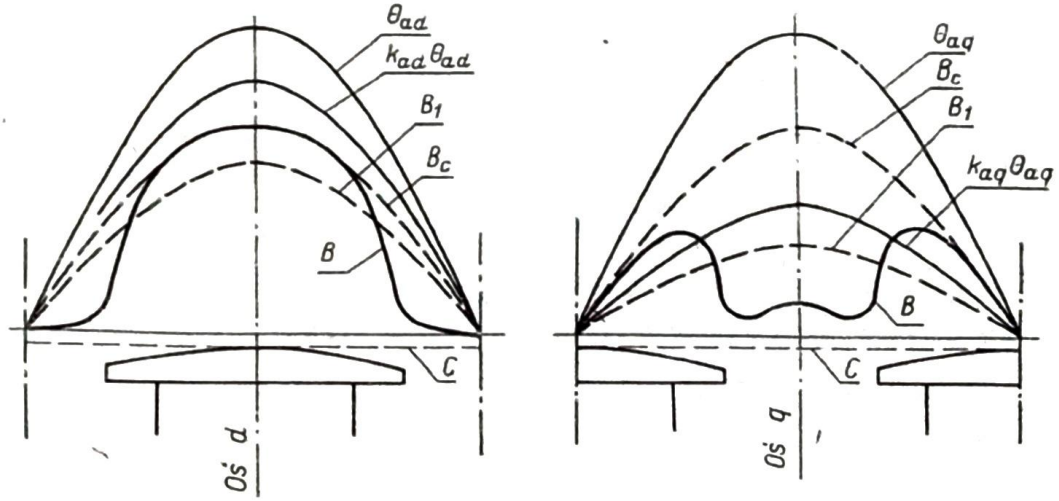


Rys. 6.35. Model i wykres wskazowy maszyny synchronicznej jawnobiegunowej

W maszynie o budowie jawnobiegunowej (rys. 6.35) występują dwie charakterystyczne osie: najmniejszej i największej permeancji. W osi podłużnej, oznaczanej przez *d*, zgodnej z osią biegunów wirnika, szczelina powietrzna jest mała, więc permeancja jest duża. W osi poprzecznej, oznaczanej przez *q*, szczelina powietrzna jest największa, więc permeancja najmniejsza.

Przepływ wirnika jest zgodny z osią podłużną, jeżeli więc pominie się wpływ nasycenia, to tak samo jak w maszynie cylindrycznej można przyjąć, że strumień i indukowane napięcie E_w są proporcjonalne do prądu wzbudzającego. Mimo że uzwojenie wirnika jest uzwojeniem skupionym, nadal uważamy, że rozkład indukcji wzdłuż obwodu maszyny jest sinusoidalny, gdyż przyjmujemy do rozważań tylko pierwszą harmoniczną przepływu, poza tym obwód magnetyczny jest tak ukształtowany (przez dobór kształtu szczeliny powietrznej), żeby udział wyższych harmonicznych był możliwie mały; wirujący strumień magnetyczny Φ_w indukuje więc w stojanie, tak samo jak w maszynie cylindrycznej, napięcie E_w, które na wykresie wskazowym wyprzedza ten strumień i przepływ Θ_w o kąt $\pi/2$.

Prąd obciążenia *I* wytwarza przepływ, który wiruje zgodnie z wirnikiem, ale przepływ stojana może być usytuowany względem wirnika pod różnym kątem.



Rys. 6.36. Rozkład przepływów i indukcji wywołanych oddziaływaniem stojana w osi podłużnej i w osi poprzecznej.

Tym samym permeancja obwodu jest zależna od położenia osi przepływu stojana względem osi wirnika. Można wprawdzie określić permeancję w funkcji kąta γ lub ψ, ale ta metoda analizy własności maszyny jest dość żmudna. Z reguły stosuje się rozkład przepływu stojana na dwie składowe: podłużną Θ_{ad} — w osi d i poprzeczną Θ_{aq} — w osi q (rys. 6.35 — model maszyny). Przy zmianach stanu pracy maszyny wartości tych przepływów zmieniają się, ale permeancja w osi każdego z nich jest stała (w maszynie nie nasyconej), choć dla każdego inna. Stałość permeancji umożliwia zaś jednoznaczne określenie strumienia w obu osiach i indukowanych przez te strumienie napięć.

Ponieważ pierwsza harmoniczna przepływu Θ_a ma sinusoidalny rozkład wzdłuż obwodu maszyny, więc również Θ_{ad} i Θ_{aq} można przedstawić w postaci przebiegów sinusoidalnych. Rozpatrzymy działanie przepływów stojana w osi podłużnej i w osi poprzecznej (rys. 6.36).

Gdyby szczelina c była równomierna, to sinusoidalne przepływy Θ_{ad} i Θ_{aq} wytworzyłyby strumienie o sinusoidalnych przebiegach indukcji B_c. Jednak z powodu ukształtowania obwodu magnetycznego rzeczywisty przebieg indukcji B nie jest sinusoidalny i tylko w rejonie osi biegunów pokrywa się z przebiegiem B_c, natomiast między biegunami indukcja jest znacznie mniejsza, szczególnie zaś silnie wpływa ukształtowanie wirnika na pole od przepływu w osi poprzecznej.

Pierwsze harmoniczne B_1 rzeczywistego przebiegu indukcji B są sinusoidami o amplitudach mniejszych niż amplitudy przebiegów B_c. Amplituda przebiegu B_1 od przepływu w osi podłużnej wynosi ok. 0,8—0,9 amplitudy B_c, natomiast od przepływu w osi poprzecznej — ok. 0,2—0,45 amplitudy B_c (rys. 6.36).

Zmniejszenie amplitudy indukcji magnetycznej spowodowane jawnobiegunową konstrukcją wirnika można uwzględnić przez zastąpienie rzeczywistej szczeliny powietrznej szczeliną równomierną na całym obwodzie (równą szczelinie w osi biegunów) i wprowadzenie współczynników k_{ad} i k_{aq} zmniejszających przepływy Θ_{ad} i Θ_{aq} do takiej wartości, żeby otrzymać przy założonej stałej szczelinie przebiegi indukcji B_1. Wprowadzamy zatem równomierną szczelinę zastępczą i przepływy zastępcze $k_{ad}\Theta_{ad}$ i $k_{aq}\Theta_{aq}$

$$k_{ad} = 0{,}8-0{,}9; \qquad k_{aq} = 0{,}2-0{,}45 \tag{6.31}$$

przy czym k_{ad} jest podłużnym, k_{aq} — poprzecznym współczynnikiem zawartości pierwszych harmonicznych w krzywej indukcji magnetycznej. Ich wartość liczbowa zależy głównie od stosunku szerokości bieguna do podziałki biegunowej, wielkości szczeliny powietrznej i ukształtowania bieguna.

6.4.2. Reaktancja synchroniczna podłużna i poprzeczna; wykres wskazowy prądnicy nie nasyconej

Przepływy zastępcze, działające w osi podłużnej i poprzecznej, wytwarzają własne strumienie

$$\Phi_{ad} = \Lambda k_{ad}\Theta_{ad} \tag{6.32}$$

$$\Phi_{aq} = \Lambda k_{aq}\Theta_{aq} \tag{6.33}$$

gdzie permeancje Λ są jednakowe, bo dotyczą zastępczej maszyny cylindrycznej. Każdy z tych strumieni indukuje w uzwojeniu stojana własne napięcie

$$\underline{E}_{ad} = \mathrm{j}\frac{2\pi}{\sqrt{2}}\underline{\Phi}_{ad} f w k_u \tag{6.34}$$

$$\underline{E}_{aq} = \mathrm{j}\frac{2\pi}{\sqrt{2}}\underline{\Phi}_{aq} f w k_u \tag{6.35}$$

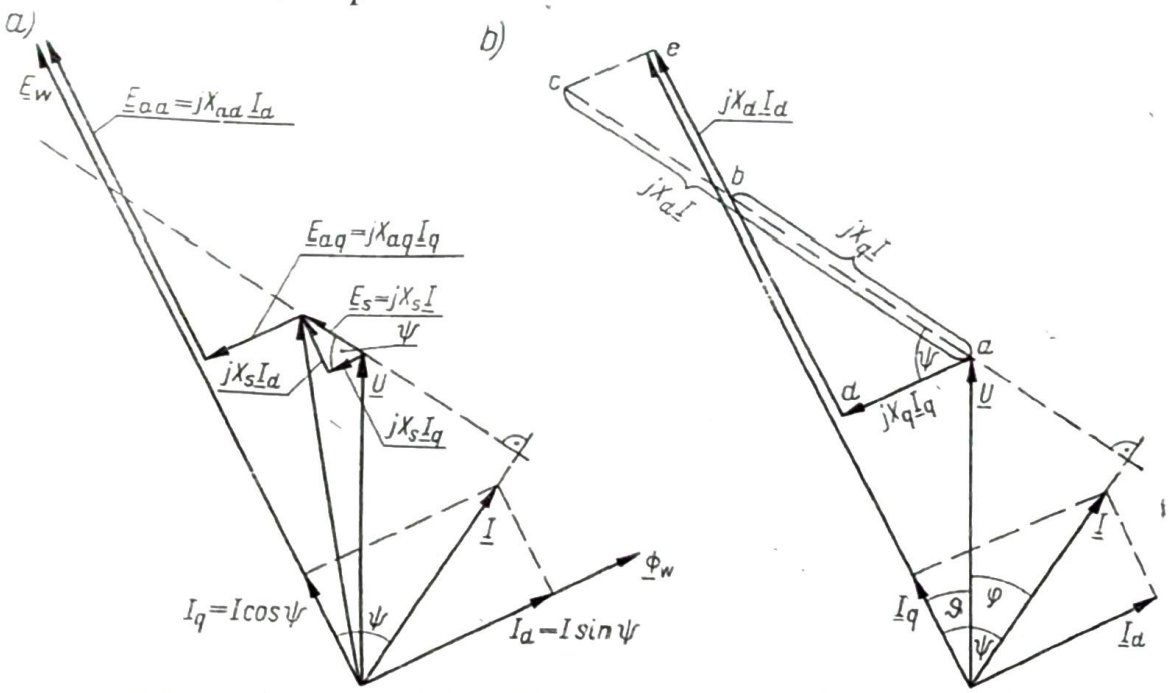
Ponieważ przepływy Θ_{ad} i Θ_{aq} są funkcjami kąta ψ (rys. 6.35)

$$\Theta_{ad} = \Theta_a \sin\psi \tag{6.36}$$

$$\Theta_{aq} = \Theta_a \cos\psi \tag{6.37}$$

a przepływ Θ_a jest proporcjonalny do prądu stojana i pozostaje z nim w fazie, to wg (5.29)

$$\underline{\Theta}_a = \frac{m}{2}\frac{2\sqrt{2}}{\pi}\underline{I}\frac{w}{p}k_u$$



Rys. 6.37. Wykresy wskazowe napięć prądnicy jawnobiegunowej nie nasyconej: a) wykres pełny, b) wykres uproszczony

więc możemy wprost rzutować prąd I na oś podłużną i poprzeczną (rys. 6.37a), otrzymując w ten sposób prądy I_d i I_q

$$I_d = I\sin\psi \tag{6.38}$$

$$I_q = I\cos\psi \tag{6.39}$$

Podstawiając (6.32), (6.33) oraz (6.37)—(6.39) w (6.34) i (6.35) otrzymujemy

$$\underline{E}_{ad} = \mathrm{j}\frac{2\pi}{\sqrt{2}}\Lambda k_{ad}\frac{m}{2}\frac{2\sqrt{2}}{\pi}\frac{w}{p}k_u\underline{I}\sin\psi f w k_u = \mathrm{j}\,X_{ad}\underline{I}_d \tag{6.40}$$

$$\underline{E}_{aq} = \mathrm{j}\frac{2\pi}{\sqrt{2}} \Lambda k_{aq} \frac{m}{2} \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{w}{p} k_u \underline{I} \cos\psi f w k_u = \mathrm{j} X_{aq} \underline{I}_q \tag{6.41}$$

gdzie wielkości X_{ad} i X_{aq} nazywamy podłużną i poprzeczną reaktancją oddziaływania stojana

$$X_{ad} = k_{ad} \frac{2\Lambda m f}{p} (w k_u)^2 \tag{6.42}$$

$$X_{aq} = k_{aq} \frac{2\Lambda m f}{p} (w k_u)^2 \tag{6.43}$$

Stosunek podłużnej i poprzecznej reaktancji oddziaływania stojana jest równy stosunkowi wprowadzonych wyżej współczynników k_{ad} i k_{aq}

$$\frac{X_{ad}}{X_{aq}} = \frac{k_{ad}}{k_{aq}} \tag{6.44}$$

Zgodnie z przyjętym uprzednio strzałkowaniem, napięcia $\underline{E}_{ad}$ i $\underline{E}_{aq}$ wyprzedzają prądy $\underline{I}_d$ i $\underline{I}_q$ o kąt $\pi/2$. Odejmując te dwa napięcia od napięcia E_w (rys. 6.37a) otrzymujemy napięcie E, które rzeczywiście indukuje się w maszynie

$$\underline{E} = \underline{E}_w - \mathrm{j}X_{ad}\underline{I}_d - \mathrm{j}X_{aq}\underline{I}_q \tag{6.45}$$

W maszynie powstaje również strumień rozproszony, który indukuje napięcie

$$\underline{E}_s = \mathrm{j}X_s\underline{I} \tag{6.46}$$

przesunięte w fazie względem prądu $\underline{I}$ o kąt $\pi/2$. Różnica napięć $\underline{E}$ i $\underline{E}_s$, przy pominięciu rezystancji stojana, daje napięcie na zaciskach maszyny

$$\underline{E} - \underline{E}_s = \underline{U} \tag{6.47}$$

Bilans napięć, wynikający z zależności (6.45)—(6.47), ilustruje rys. 6.37a. Dla większej przejrzystości rysunku wprowadzimy rzuty napięcia E_s na oś podłużną i poprzeczną. Otrzymujemy wówczas

$$\underline{E}_{sd} = \mathrm{j}X_s\underline{I}_d \tag{6.48}$$

$$\underline{E}_{sq} = \mathrm{j}X_s\underline{I}_q \tag{6.49}$$

Dodając odpowiednie składowe napięć otrzymujemy

$$\underline{E}_{ad} + \underline{E}_{sd} = \mathrm{j}X_{ad}\underline{I}_d + \mathrm{j}X_s\underline{I}_d = \mathrm{j}(X_{ad} + X_s)\underline{I}_d \tag{6.50}$$

$$\underline{E}_{aq} + \underline{E}_{sq} = \mathrm{j}X_{aq}\underline{I}_q + \mathrm{j}X_s\underline{I}_q = \mathrm{j}(X_{aq} + X_s)\underline{I}_q \tag{6.51}$$

Odpowiednie sumy reaktancji nazywa się reaktancją synchroniczną podłużną

$$X_d = X_{ad} + X_s \tag{6.52}$$

i reaktancją synchroniczną poprzeczną

$$X_q = X_{aq} + X_s \tag{6.53}$$

Przy tak przyjętych oznaczeniach można napisać bilans napięć następująco

$$\underline{E}_w = \underline{U} + \mathrm{j}X_q \underline{I}_q + \mathrm{j}X_d \underline{I}_d \tag{6.54}$$

co ilustruje wykres wskazowy na rys. 6.37b.

Poprowadźmy z końca wskazu U prostą prostopadłą do wskazu I, a z końca wskazu E_w prostą prostopadłą do tego wskazu i wyraźmy odcinek $\overline{ab}$ przez napięcie $X_q I_q$ i kąt ψ

$$\overline{ab} = X_q I_q \frac{1}{\cos\psi} = X_q I \cos\psi \frac{1}{\cos\psi} = X_q I \tag{6.55}$$

Podobnie odcinek $\overline{ac}$ wyrażony przez $X_d I_d$ i kąt ψ wynosi

$$\overline{ac} = X_d I_d \frac{1}{\sin\psi} = X_d I \sin\psi \frac{1}{\sin\psi} = X_d I \tag{6.56}$$

Z zależności powyższych wynika

$$\frac{\overline{ac}}{\overline{ab}} = \frac{X_d}{X_q} \tag{6.57}$$

a z twierdzenia Talesa wynika, że również

$$\frac{\overline{de}}{\overline{db}} = \frac{\overline{ac}}{\overline{ab}} = \frac{X_d}{X_q} \tag{6.58}$$

Prosta poprowadzona z końca U prostopadle do I dzieli więc wielkość $\mathrm{j}X_d I_d$ na dwie części, których proporcje wynikają ze stosunku reaktancji synchronicznej podłużnej i poprzecznej. Można orientacyjnie przyjąć, że w typowych maszynach jawnobiegunowych stosunek reaktancji synchronicznej podłużnej i poprzecznej wynosi ok. 1,5—2.

Przedstawiony sposób interpretacji przepływów i reaktancji, wynikający z budowy obwodu magnetycznego, może być również zastosowany do maszyny cylindrycznej, gdzie jednak z powodu równomiernej szczeliny otrzymamy $X_d = X_q$. W rzeczywistości szczelina w maszynie cylindrycznej również nie jest jednakowa, gdyż żłobki nie są umieszczone na całym obwodzie i w osi uzwojenia wzbudzenia (osi d) występuje tzw. *duży ząb* (rys. 4.10). Powoduje to, że w maszynach cylindrycznych reaktancje X_d i X_q nie są dokładnie równe, ponieważ jednak różnice te wynoszą tylko kilka procent, z reguły je pomijamy.

6.4.3. Moc i moment maszyny jawnobiegunowej

Moc elektryczna oddawana przez prądnicę do sieci wyraża się zależnością

$$P = mUI\cos\varphi \tag{6.59}$$

Na podstawie rys. 6.37

$$P = mUI\cos\varphi = mUI\cos(\psi - \vartheta) = mUI(\cos\psi\cos\vartheta + \sin\psi\sin\vartheta) =$$
$$= mUI_q\cos\vartheta + mUI_d\sin\vartheta \tag{6.60}$$

Z rys. 6.37 wynikają również następujące związki

$$X_d I_d = E_w - U\cos\vartheta \tag{6.61}$$

$$X_q I_q = U\sin\vartheta \tag{6.62}$$

Wyrażając stąd I_d i I_q oraz podstawiając w (6.60), otrzymujemy

$$P = mU\frac{U\sin\vartheta}{X_d}\cos\vartheta + mU\frac{E_w - U\cos\vartheta}{X_d}\sin\vartheta \tag{6.63}$$

skąd po uporządkowaniu

$$P = m\frac{UE_w}{X_d}\sin\vartheta + m\frac{U^2}{2}\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)\sin 2\vartheta \tag{6.64}$$

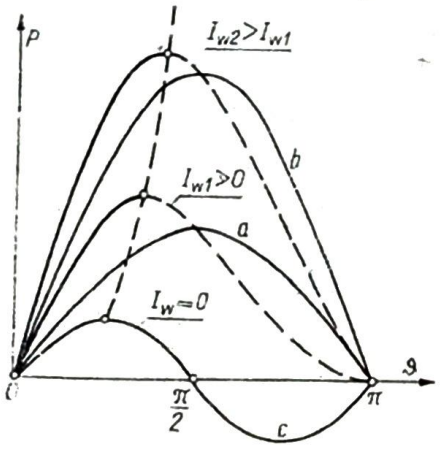
Pomijając straty, możemy powiedzieć, że moment obrotowy jakim trzeba maszynę napędzać, wynosi

$$M = \frac{9{,}55}{n_1}m\frac{UE_w}{X_d}\sin\vartheta + \frac{9{,}55}{n_1}m\frac{U^2}{2}\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)\sin 2\vartheta \tag{6.65}$$

Składnik pierwszy jest momentem podstawowym, który występował w maszynie cylindrycznej, składnik drugi jest charakterystyczny dla maszyny jawnobiegunowej, gdyż przy $X_d = X_q$ jest równy zeru; moment ten nazywa się reluktancyjnym.

Należy zwrócić uwagę, że moment reluktancyjny nie zależy od prądu wzbudzającego, występuje on więc również w maszynie nie wzbudzonej (ale przyłączonej do sieci, gdyż musi być strumień wytworzony przez przepływ stojana).

Zależność mocy maszyny jawnobiegunowej od kąta mocy ϑ przy $I_w = 0$ oraz przy dwóch wartościach prądu wzbudzającego I_{w1} i I_{w2} jest podana na rys. 6.38. Moc maksymalna występuje przy kątach mocy w zakresie od $\pi/4$ do $\pi/2$ w zależności od wartości prądu wzbudzającego. Linia łącząca punkty mocy maksy-



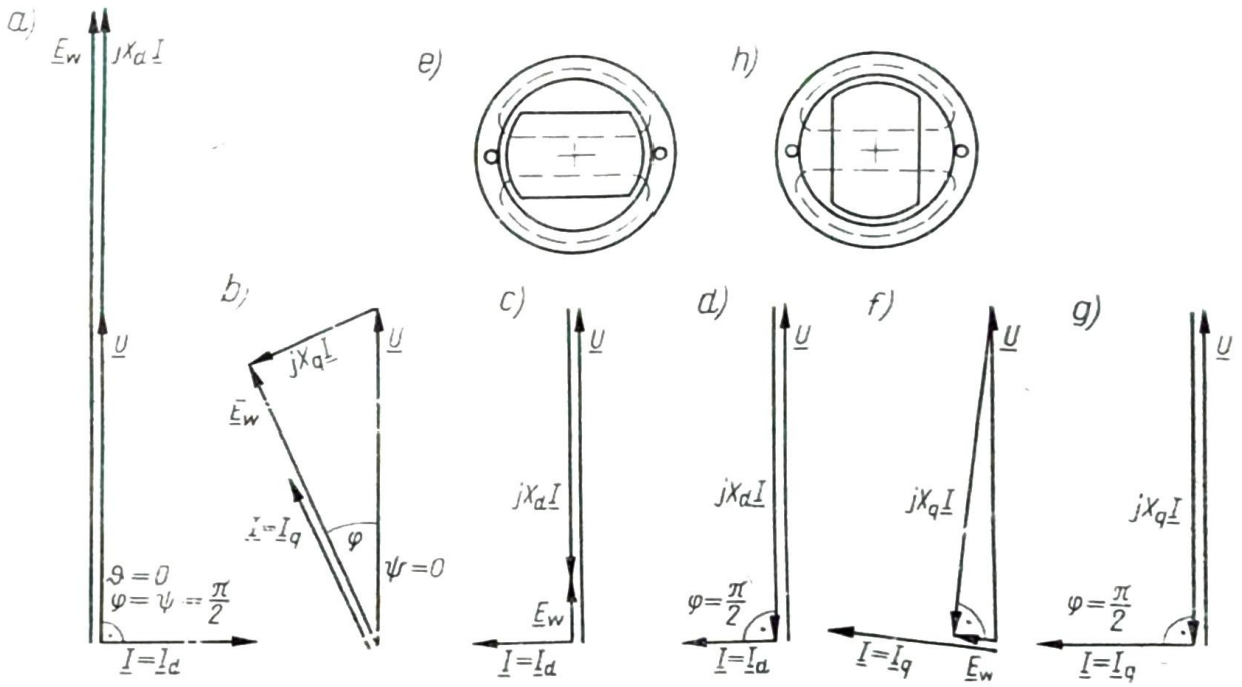
Rys. 6.38. Charakterystyki kątowe maszyny synchronicznej jawnobiegunowej krzywe *a*, *b* — pierwszy składnik mocy odpowiadającej prądom I_{w1}, I_{w2} wg wzoru (6.64), krzywa *c* — drugi składnik mocy wg wzoru (6.64)

malnej jest granicą stabilności. Przy napędzaniu maszyny mocą większą niż maksymalna dla danego prądu wzbudzającego maszyna wypada z synchronizmu.

Pozostałe charakterystyki prądnicy jawnobiegunowej (charakterystyka zewnętrzna, regulacji, krzywe *V*) mają przebieg podobny jak w maszynie cylindrycznej. Wykresy miejsc geometrycznych maszyny jawnobiegunowej będą omówione w rozdz. 6.5, na przykładzie silnika synchronicznego z biegunami wydatnymi.

6.4.4. Szczególne stany pracy prądnicy jawnobiegunowej

Na podstawie wykresu wskazowego z rys. 6.37b można narysować wykresy szczególnych stanów pracy, gdy występuje tylko przepływ podłużny lub tylko przepływ poprzeczny.



Rys. 6.39. Wykresy wskazowe i ilustracja położenia wirnika względem pola przepływu trzech faz stojana: a) wykres wskazowy przy $I = I_d$; b) wykres wskazowy przy $I = I_q$; c), f) wykresy wskazowe przy $I_w \to 0$; d), g) wykresy wskazowe przy $I_w = 0$ i $\varphi = \pi/2$; e) model maszyny w stanie jak na rys. d; h) model maszyny w stanie jak na rys. g

Jeżeli kąt $\psi = \pi/2$ (rys. 6.39a), to $I_d = I$, $I_q = 0$, napięcie E_w jest algebraiczną sumą napięć U i jX_dI. Taki stan pracy występuje, gdy moc $P = 0$ i maszyna jest przewzbudzona.

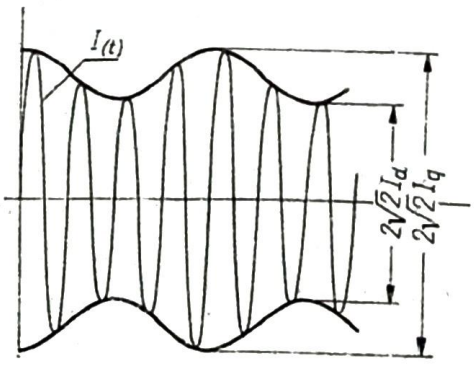
Przepływ podłużny nie występuje wówczas, gdy np. prądnica zostanie obciążona odpowiednim odbiornikiem pojemnościowym (rys. 6.39b). W tym stanie pracy przy zgodności faz napięcia E_w i prądu I otrzymujemy $I_q = I$, $I_d = 0$ i znowu w bilansie napięć występują tylko trzy wielkości: U, E_w i jX_qI.

Szczególnie istotnym dla praktycznych celów jest taki stan pracy, gdy maszyna obraca się z prędkością synchroniczną i jest włączona do sieci o napięciu U, a prąd wzbudzający jest równy zeru. Wówczas $E_w = 0$, a więc napięcie U jest równe spadkowi napięcia na reaktancji maszyny. Narysujmy wykres wskazowy takiego

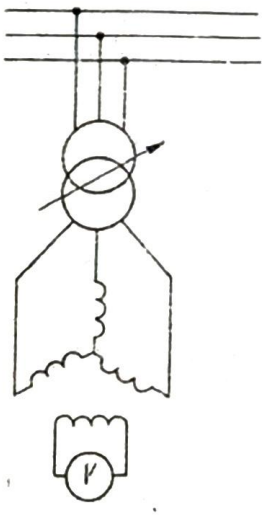
przypadku, gdy prąd twornika ma tylko składową podłużną. Do wykresu wskazowego możemy dojść od rys. 6.39a, zmniejszając do zera prąd wzbudzający. Dla bardzo małego prądu wzbudzającego otrzymujemy stan jak na rys. 6.39c, gdzie E_w jest w fazie z U, a spadek napięcia na reaktancji jest skierowany przeciwnie niż na rys. 6.39a. Gdy prąd wzbudzający jest równy zeru, otrzymujemy wykres wskazowy w którym $I = I_d$ (rys. 6.39d) i wyprzedza napięcie o kąt $\pi/2$. Maszyna jako prądnica oddaje moc bierną pojemnościową, czyli pobiera z sieci moc bierną indukcyjną. Ustawienie wirnika w momencie gdy napięcie U osiąga wartość maksymalną jest przedstawione na rys. 6.39e. Oś główna wirnika jest zgodna z osią pola uwidocznionego na rysunku, wytworzonego przez prąd wszystkich trzech faz stojana.

Drugim szczególnym stanem pracy przy $I_w = 0$ jest stan, gdy prąd stojana jest prądem podłużnym. Do wykresu wskazowego możemy dojść od rys. 6.39b, zmniejszając prąd wzbudzający i wartość E_w. Dla małych prądów wzbudzających otrzymujemy wykres przedstawiony na rys. 6.39f, dla $E_w = 0$ wykres jak na rys. 6.39g. Napięcie U jest równe iloczynowi $X_q I$, prąd oddawany wyprzedza napięcie U o kąt $\pi/2$, a więc jest również jak poprzednio prądem pojemnościowym. W momencie gdy napięcie U danej fazy osiąga chwilową wartość maksymalną, a prąd zerową, oś podłużna wirnika jest zgodna z osią tej fazy (rys. 6.39h). W rozważanym stanie pracy oś podłużna jest prostopadła do osi strumienia wytworzonego przez trójfazowy prąd stojana.

Gdyby napędzić wirnik z prędkością synchroniczną, zachowując stałe położenie osi wirnika względem napięcia U jak na rys. 6.39d lub g, to mierząc prąd i napięcie U, można by obliczyć reaktancję synchroniczną X_d lub X_q. Ponieważ praktycznie napędzanie maszyny z odpowiednio ustawionym wirnikiem jest bardzo trudne, korzysta się z *metody małego poślizgu*, polegającej na tym, że napędza się maszynę z prędkością bardzo mało różniącą się od prędkości synchronicznej, przy zasilaniu maszyny obniżonym napięciem (ok. 0,25 U_n). Niewzbudzony wirnik obraca się powoli względem pola wytworzonego przez prąd stojana, a zatem prąd zmienia się od wartości I_{max}, odpowiadającej prądowi I_q do I_{min}, odpowiadającej prądowi I_d.



Rys. 6.40. Przebieg prądu przy pomiarze reaktancji *metodą małego poślizgu*



Rys. 6.41. Układ do pomiaru reaktancji *metodą małego poślizgu*

Przy stałym napięciu sieci U stosunek prądów I_d i I_q jest określony stosunkiem reaktancji X_q i X_d. Rejestrując oscylograficznie przebieg zmian prądu przy małym poślizgu, otrzymujemy przebieg czasowy (rys. 6.40), którego obwiednia zmienia amplitudę od $\sqrt{2}\,I_d$ do $\sqrt{2}\,I_q$. Jeżeli dokonuje się pomiaru amperomierzem (np. elektrodynamicznym lub elektromagnetycznym), to odczytuje się bezpośrednio wartość skuteczną prądów I_d i I_q.

Do obniżenia napięcia stosuje się zwykle regulatory indukcyjne; przy stałym napięciu sieci napięcie na zaciskach maszyny jest zależne od wartości prądu przepływającego przez regulator, należy więc dla obliczenia reaktancji dokonać jednoczesnego odczytu prądu i napięcia. Reaktancja synchroniczna podłużna może być na podstawie wskazań woltomierza i amperomierza obliczona wg wzoru

$$X_d = \frac{U}{I_{\min}} \tag{6.66}$$

a reaktancja synchroniczna poprzeczna

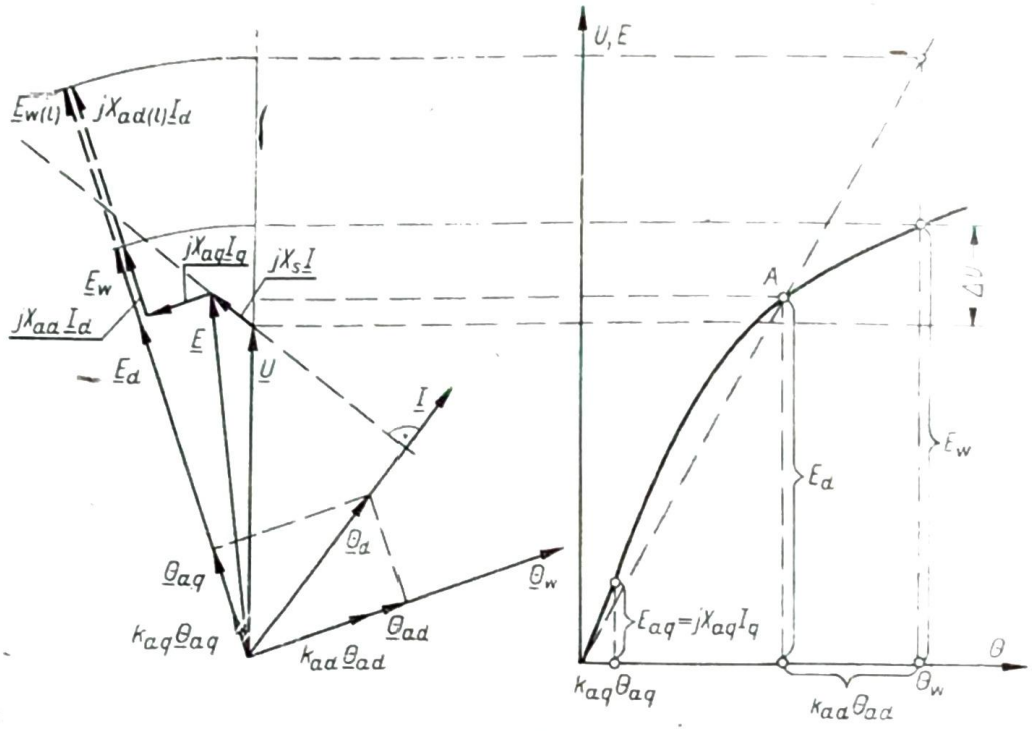
$$X_q = \frac{U}{I_{\max}} \tag{6.67}$$

Jako dodatkowego wskaźnika położenia wirnika w osi podłużnej lub poprzecznej można użyć woltomierza magnetoelektrycznego, włączonego na zaciski nie zasilanego uzwojenia wirnika (rys. 6.41). Ponieważ strumień wiruje powoli względem wirnika, w uzwojeniu wzbudzenia indukuje się napięcie, którego maksymalna wartość chwilowa występuje w momencie, gdy wirnik znajduje się w położeniu poprzecznym względem strumienia (rys. 6.39h); natomiast gdy oś podłużna wirnika znajduje się w osi strumienia stojana (rys. 6.39e), to napięcie jest równe zeru. A zatem, gdy woltomierz wskazuje zero, odczytujemy wartość I_d, a gdy wskazuje wartość maksymalną, odczytujemy wartość I_q.

6.4.5. Prądnica jawnobiegunowa nasycona

Uwzględnienie nasycenia obwodu magnetycznego dotyczy tylko osi podłużnej, gdzie występuje przepływ wzbudzenia i przepływ podłużny twornika. W osi poprzecznej strumień pochodzi tylko od przepływu poprzecznego twornika i nie osiąga dużych wartości z powodu dość znacznej szczeliny powietrznej, można więc przyjąć, że w osi poprzecznej magnesowania odbywa się na liniowej części charakterystyki magnesowania, co jest jednoznaczne z przyjęciem, że reaktancja oddziaływania stojana w osi poprzecznej ma stałą wartość.

Przy analizie pracy maszyny jawnobiegunowej nasyconej trzeba posłużyć się charakterystyką stanu jałowego, podającą zależność między strumieniem podłużnym (lub indukowanym przez ten strumień napięciem) a wypadkowym przepływem podłużnym, który jest algebraiczną różnicą przepływu wzbudzenia i przepływu stojana w osi podłużnej. Przepływ stojana $\underline{\Theta}_a$, określony prądem I, można rozłożyć na dwie składowe $\underline{\Theta}_{ad}$ i $\underline{\Theta}_{aq}$ (rys. 6.42) i mnożąc je odpowiednio przez współczynniki k_{ad} i k_{aq}, otrzymać przepływy $k_{ad}\underline{\Theta}_{ad}$ i $k_{aq}\underline{\Theta}_{aq}$, odpowiadające za-



Rys. 6.42. Wykres wskazowy prądnicy jawnobiegunowej nasyconej

stępczej maszynie cylindrycznej. Przepływ $k_{aq}\underline{\Theta}_{aq}$ określa wartość napięcia poprzecznego:

$$\underline{E}_{aq} = \mathrm{j}\underline{X}_{aq}\underline{I}_q \tag{6.68}$$

a algebraiczna różnica przepływów Θ_w i $k_{ad}\Theta_{ad}$ wyznacza na charakterystyce magnesowania napięcie podłużne $\underline{E}_d$, które może być traktowane jako algebraiczna różnica napięcia $\underline{E}_w$ (określonego przepływem Θ_w) i napięcia $\mathrm{j}X_{ad}\underline{I}_d$. Różnica napięć $\underline{E}_d$ i $\underline{E}_{aq}$ daje napięcie $\underline{E}$, od którego należy jeszcze odjąć $\mathrm{j}X_s\underline{I}$ aby otrzymać napięcie $\underline{U}$.

Gdyby maszyna pracowała na liniowej części charakterystyki magnesowania, to w stanie jałowym otrzymalibyśmy napięcie $\underline{E}_{w(l)}$, a w stanie obciążenia — spadek napięcia $\mathrm{j}X_{ad(l)}\underline{I}_d$. Na skutek nasycenia zmniejsza się wartość E_w i wartość reaktancji oddziaływania stojana w osi podłużnej X_{ad}.

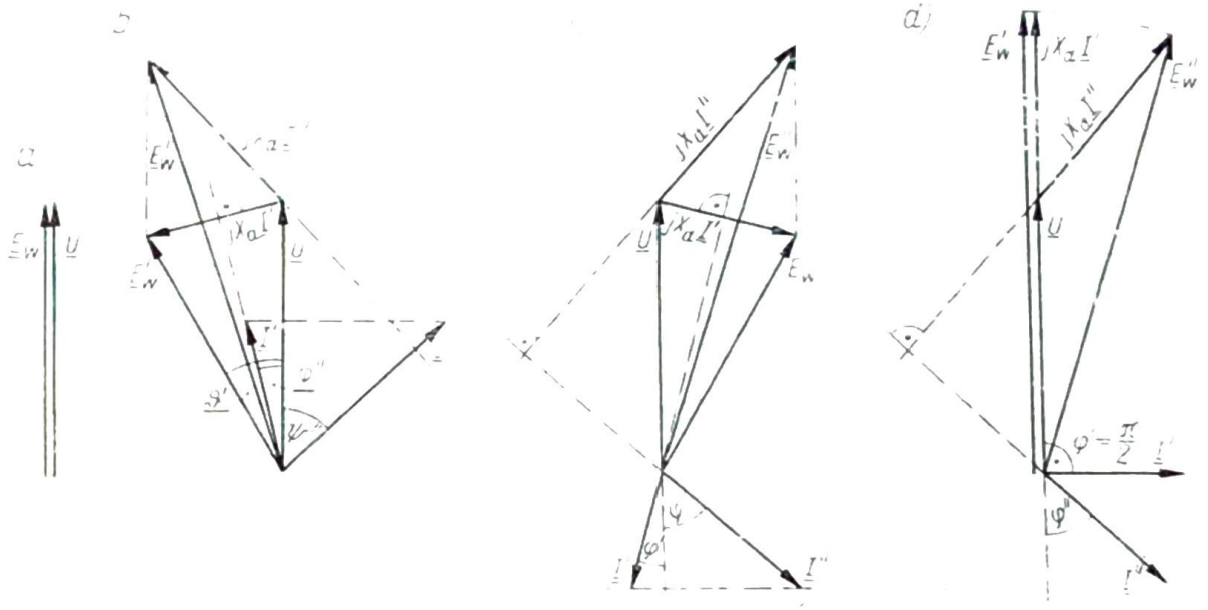
Z przedstawionego wykresu wskazowego można wyznaczyć zmienność napięcia ΔU oraz prąd wzbudzający w założonym stanie pracy, określonym prądem stojana i współczynnikiem mocy.

6.5. SILNIK SYNCHRONICZNY

6.5.1. Praca silnikowa maszyny cylindrycznej

Po przeprowadzeniu synchronizacji i włączeniu maszyny do sieci nie oddaje ona i nie pobiera ani prądu, ani mocy. Aby maszyna stała się prądnicą, trzeba ją napędzać pewną mocą mechaniczną. Ta sama maszyna może stać się silnikiem, gdy obciążymy ją na wale odpowiednim momentem mechanicznym. Rozpatrzone zostaną własności ruchowe silnika przy pominięciu rezystancji stojana ($R = 0$), co jest słuszne w stosunku do silników dużej mocy.

Rozpatrzmy wykres wskazowy przy pracy prądnicowej i silnikowej, zachowując strzałkowanie takie jak przyjęto dla prądnicy. Gdy po synchronizacji maszyna zostaje włączona do sieci, wówczas $\underline{E}_w = \underline{U}$ (rys. 6.43a), $\vartheta = 0$, a więc $P = 0$ i $I = 0$. Napędzając maszynę pewną mocą mechaniczną, powodujemy wychylenie



Rys. 6.43. Wykresy wskazowe maszyny cylindrycznej przy pracy prądnicowej i silnikowej: a) stan jałowy; b) praca prądnicowa; c, d) praca silnikowa

się wirnika w przód, wskaz napięcia $\underline{E}'_w$ wyprzedza teraz wskaz napięcia $\underline{U}$, pojawia się kąt mocy ϑ', prąd I' i moc oddawana P (rys. 6.43b), przy czym maszyna pracuje jako prądnica, oddająca prócz mocy czynnej także moc bierną pojemnościową.

Aby maszyna oddawała do sieci moc bierną indukcyjną, trzeba zwiększyć prąd wzbudzający. Wówczas napięcie $\underline{E}_w$ wzrośnie, wskaz $\underline{E}''_w$ przesunie się po linii pionowej (ponieważ $P = \text{const}$) i zmieni się prąd, zachowując wartość swej składowej czynnej. Maszyna oddaje moc czynną i moc bierną indukcyjną.

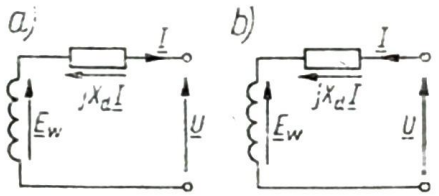
To przypomnienie pracy maszyny cylindrycznej jako prądnicy ułatwi prześledzenie wykresu wskazowego przy pracy silnikowej. Po synchronizacji obciążamy maszynę na wale, wirnik zostaje przyhamowany, napięcie E_w opóźni się względem U (rys. 6.43c), pojawia się spadek napięcia na reaktancji synchronicznej jX_dI', skąd wynika wartość i zwrot prądu I'. Wskaz prądu I' jest przesunięty względem wskazu napięcia U o kąt większy niż $\pi/2$, co oznacza, że maszyna, w której wykresie zastosowano strzałkowanie jak w prądnicy, jest faktycznie silnikiem.

Ponieważ składowa bierna prądu wyprzedza napięcie o kąt $\pi/2$, więc moc bierna oddawana do sieci ma charakter pojemnościowy, tym samym maszyna pobiera z sieci moc bierną indukcyjną. Zwiększenie prądu wzbudzającego powoduje wzrost E_w do wartości E''_w, nowa wartość jX_dI'' określa wielkość i zwrot wskazu prądu I''. Prąd ten zachowuje w stosunku do I' tę samą składową czynną, ponieważ moc pozostaje bez zmiany, natomiast składowa bierna prądu zmienia zwrot na przeciwny. Ponieważ składowa bierna prądu I'' spóźnia się za napięciem U o kąt $\pi/2$, więc moc oddawana ma charakter indukcyjny, skąd wniosek, że silnik prze-

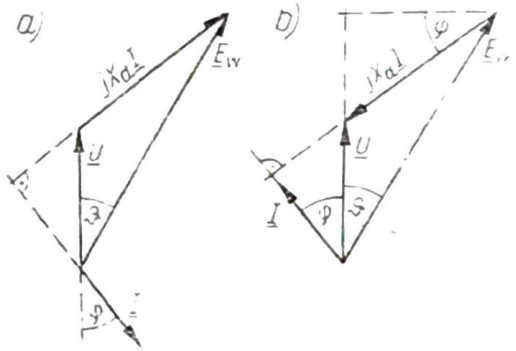
wzbudzony oddaje moc bierną indukcyjną, pobierając tym samym moc bierną pojemnościową, czyli jest dla sieci odbiornikiem typu RC.

Do tego samego stanu pracy można dojść, zwiększając po synchronizacji najpierw prąd wzbudzający, a następnie dopiero obciążając maszynę momentem mechanicznym. Po zwiększeniu prądu wzbudzającego (rys. 6.43d) otrzymujemy prąd I', spóźniony za napięciem U o kąt $\pi/2$. Wykres jest strzałkowany prądnicowo, a więc maszyna oddaje do sieci prąd bierny indukcyjny. Po obciążeniu maszyny wartość E''_w określa położenie napięcia jX_dI'', a stąd możemy narysować prąd I''.

Rozpatrując pracę silnikową, wygodnie jest przyjąć strzałkowanie silnikowe prądów i napięć. Zmiana zwrotu strzałki prądu na schemacie układu zastępczego (rys. 6.44) daje zmianę fazy prądu na wykresie wskazowym o kąt π z jednoczesną zmianą zwrotu napięcia jX_dI, gdyż w dalszym ciągu ten spadek napięcia wyprzedza prąd I o kąt $\pi/2$ (rys. 6.45).



Rys. 6.44. Układy zastępcze maszyny cylindrycznej: a) strzałkowanie prądnicowe, b) strzałkowanie silnikowe



Rys. 6.45. Wykresy wskazowe maszyny cylindrycznej przy pracy silnikowej: a) strzałkowanie prądnicowe, b) strzałkowanie silnikowe

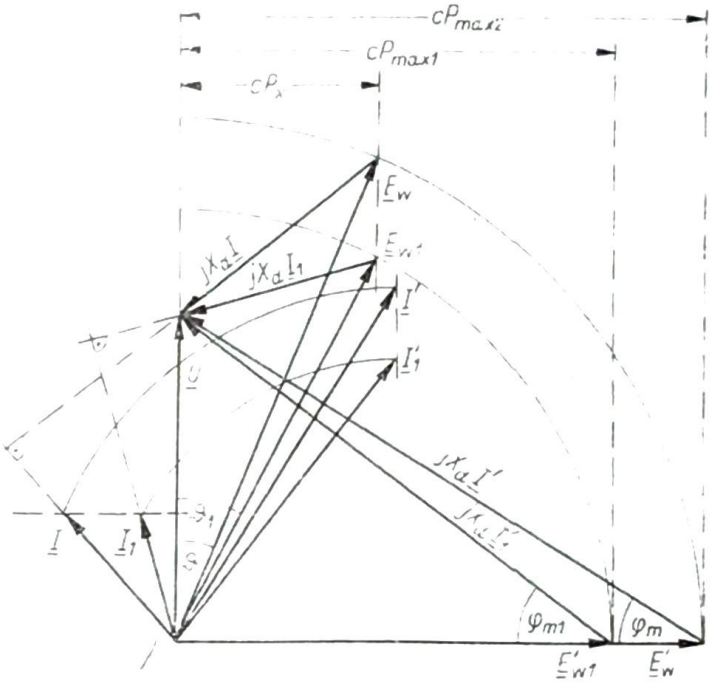
Należy podkreślić, że obydwa wykresy na rys. 6.45 dotyczą tego samego stanu pracy, jedynie z powodu zmiany strzałki kierunkowości prądu zmieniły się zwroty prądu i spadku napięcia na reaktancji synchronicznej. Teraz zarówno w układzie zastępczym jak na wykresie wskazowym bilans napięć ma postać: $\underline{U} = \underline{E}_w + jX_d\underline{I}$.

Szczególne znaczenie dla silnika zasilanego z sieci sztywnej mają dwie charakterystyki: zależność momentu lub mocy od kąta ϑ (charakterystyka kątowa) oraz zależność prądu obciążenia od prądu wzbudzającego przy $P = \text{const}$ (krzywe V).

Charakterystyka kątowa silnika może być określona w sposób identyczny jak prądnicy cylindrycznej. Moc elektryczna pobrana przez silnik jest analogiczna do mocy wyrażonej wzorami (6.26) i (6.28) $P = mUI\cos\varphi = m\dfrac{UE_w}{X_d}\sin\vartheta$, gdyż z rys. 6.20 i 6.45 wynika związek (6.27) $E_w\sin\vartheta = X_dI\cos\varphi$.

Charakterystyka kątowa może też wyrazić moment w funkcji kąta mocy wg (6.29)

$$M = \frac{P}{\omega} = 9{,}55\frac{P}{n_1} = 9{,}55\frac{m}{n_1}\frac{UE_w}{X_d}\sin\vartheta$$



Rys. 6.46. Wykresy wskazowe silnika synchronicznego cylindrycznego przy regulacji prądu wzbudzającego

przy czym pominięto straty w silniku. Przeciążalność silnika określa się stosunkiem mocy lub momentu maksymalnego przy danym prądzie wzbudzającym do mocy lub momentu, jaki występuje w danym stanie pracy. Przy mocy maksymalnej kąt $\vartheta = \pi/2$ (rys. 6.46), a zatem $\sin\vartheta = 1$, moc maksymalna wynosi więc zgodnie z (6.30) $P_{max} = m\dfrac{U E_w}{X_d}$, a przeciążalność

$$\lambda = \frac{P_{max}}{P} = \frac{M_{max}}{M} = \frac{1}{\sin\vartheta} \tag{6.69}$$

Przy danym momencie obciążenia przeciążalność i kąt mocy zależą więc od wartości prądu wzbudzającego. Na rys. 6.46 przedstawiono wykres wskazowy dla dwóch punktów pracy, dotyczących różnych prądów wzbudzających i tej samej mocy P_x oraz dwóch punktów odpowiadających mocom maksymalnym przy tych prądach wzbudzających. Przy różnych prądach wzbudzających, lecz tej samej mocy P_x, związek między kątami mocy ϑ i ϑ_1 wynika bezpośrednio ze wzoru na moc jednej fazy, zgodnie z (6.28)

$$P_x = \frac{UE_w}{X_d}\sin\vartheta = \frac{UE_{w1}}{X_d}\sin\vartheta_1$$

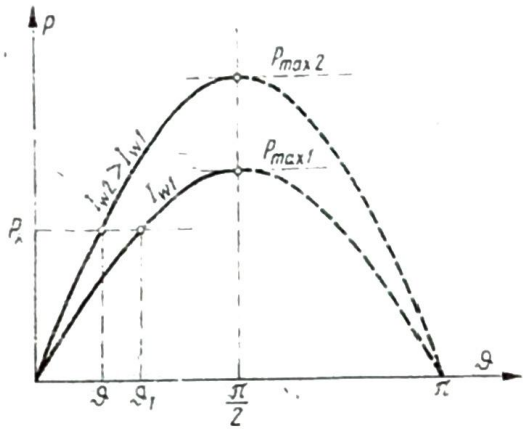
skąd otrzymuje się

$$\frac{\sin\vartheta_1}{\sin\vartheta} = \frac{E_w}{E_{w1}} = \frac{I_w}{I_{w1}} \tag{6.70}$$

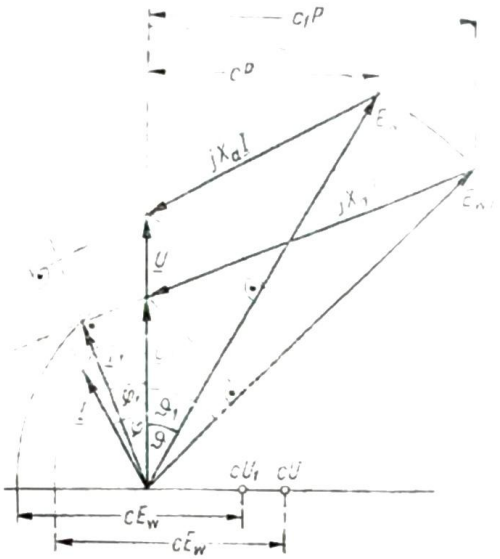
Przy stałej wartości napięcia i różnych wartościach mocy maksymalnej, odpowiadających różnym prądom wzbudzającym, moce bierne są jednakowe, po-

nieważ przy stałym napięciu miarą mocy biernej jest rzut $jX_d I$ na oś napięcia, a dla $P = P_{max}$ jest on równy napięciu U.

Wpływ prądu wzbudzającego na przebieg charakterystyki kątowej, przeciążalność i kąt mocy przy $P_x = \text{const}$ przedstawiono na rys. 6.47.



Rys. 6.47. Charakterystyki kątowe silnika synchronicznego cylindrycznego przy różnych wartościach prądu wzbudzającego



Rys. 6.48. Wykresy wskazowe silnika synchronicznego cylindrycznego przy zmianie napięcia sieci

Ze wzoru na moc pobraną przez silnik wynika, że przebieg charakterystyki kątowej zależy od napięcia sieci. Moment maksymalny jest proporcjonalny do napięcia sieci U, jeżeli więc napięcie to zmniejsza się, a moc obciążenia pozostaje stała, to maleje przeciążalność λ. Zmniejszenie napięcia sieci przy stałym prądzie wzbudzającym (rys. 6.48) powoduje, że rośnie kąt mocy, co wynika z zależności

$$\frac{UE_w}{X_d} \sin \vartheta = \frac{U_1 E_w}{X_d} \sin \vartheta_1 \tag{6.71}$$

a więc

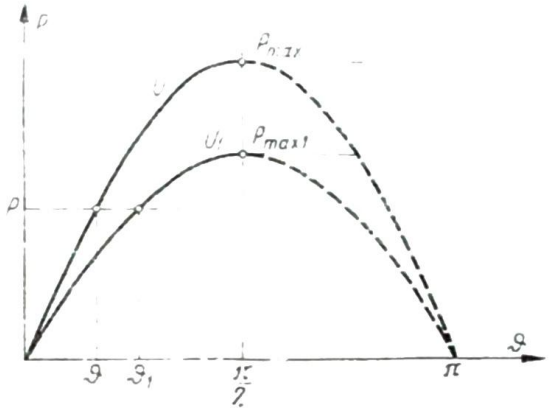
$$\frac{\sin \vartheta}{\sin \vartheta_1} = \frac{U_1}{U} \tag{6.72}$$

Można to napisać w postaci

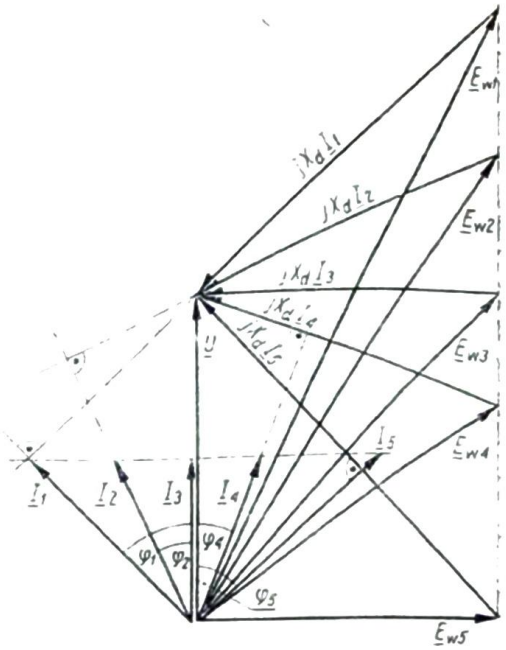
$$U \sin \vartheta = U_1 \sin \vartheta_1 \tag{6.73}$$

stąd wynika, że odcinki z końca wskazu U prostopadłe do wskazu napięcia E_w (zaznaczone linią kreskowaną) pozostają stałe. Zmniejszenie napięcia (rys. 6.49) ma taki sam wpływ na kąt mocy i przeciążalność jak zmniejszenie prądu wzbudzenia. Jednak prąd stojana zmienia się inaczej gdy maleje napięcie E_w, a inaczej gdy zmniejsza się napięcie sieci.

Regulacja prądu wzbudzającego przy stałej mocy ($P = \text{const}$) daje zmianę prądu stojana i współczynnika mocy. Przebieg krzywych $I = f(I_w)$ (krzywe V) jest

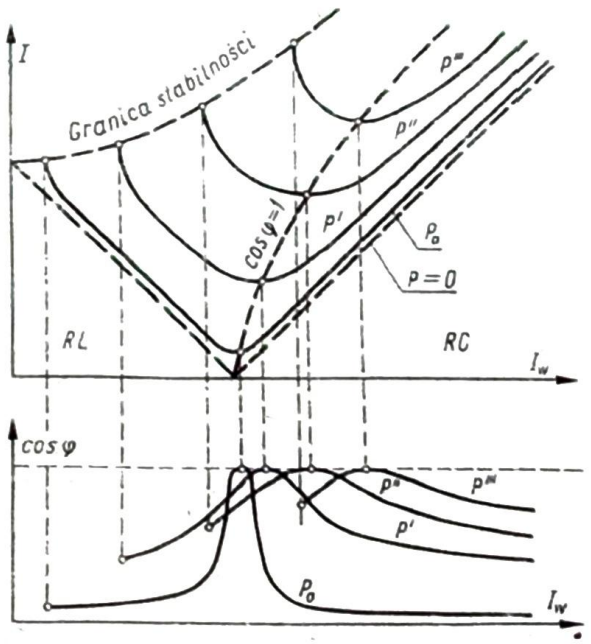


Rys. 6.49. Charakterystyki kątowe silnika cylindrycznego przy różnych wartościach napięcia sieci



Rys. 6.50. Wykresy wskazowe silnika cylindrycznego przy regulacji prądu wzbudzającego

taki sam jak dla prądnicy cylindrycznej. Wynika on z wykresów wskazowych (rys. 6.50), spośród których na szczególną uwagę zasługuje wykres przy $P = 0$. Charakterystyki $I = f(I_w)$ tworzą rodzinę krzywych ograniczonych po lewej stronie granicą stabilności, a po prawej obciążalnością prądową uzwojeń (rys. 6.51).



Rys. 6.51. Krzywe V silnika synchronicznego cylindrycznego $I = f(I_w)$ oraz charakterystyki $\cos\varphi = f(I_w)$

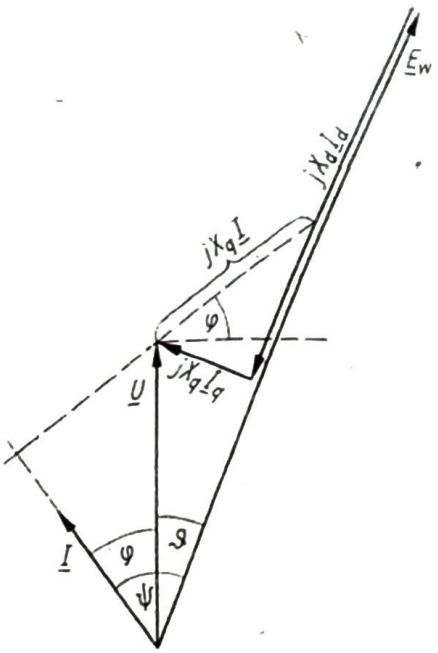
Najmniejszy prąd na każdej krzywej odpowiada współczynnikowi mocy $\cos\varphi = 1$, lewa gałąź dotyczy stanów pracy, gdy silnik pobiera moc bierną indukcyjną (silnik niedowzbudzony), prawa gałąź odnosi się do zakresu pracy, gdy silnik pobiera moc bierną pojemnościową (silnik przewzbudzony). Ta właściwość silnika, dzięki której przez zmianę prądu wzbudzającego można regulować współczynnik

mocy, jest największą zaletą silników synchronicznych. Silnik przewzbudzony jest zatem odbiornikiem czynno-pojemnościowym, dzięki czemu kompensuje on moc bierną indukcyjną, jaką pobierają np. silniki indukcyjne i nieobciążone transformatory.

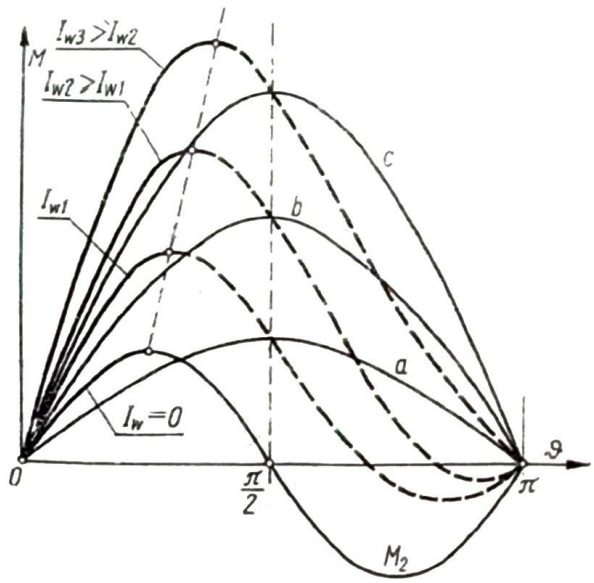
Jeżeli moc $P = 0$, to silnik synchroniczny pobiera z sieci praktycznie tylko moc bierną — pojemnościową przy przewzbudzeniu, a indukcyjną przy niedowzbudzeniu. Z powodu strat jakie występują w silniku, musi on pobrać z sieci pewną moc czynną P_0. Idealna praca kompensatorowa wymagałaby napędzania maszyny obcym silnikiem mocą jej strat jałowych, co oczywiście w praktyce nie jest potrzebne, ponieważ silnik ma własny moment obrotowy.

6.5.2. Silnik jawnobiegunowy

Silniki synchroniczne są z reguły budowane jako jawnobiegunowe. Wykres wskazowy takiego silnika jest podobny do wykresu prądnicy jawnobiegunowej z tym, że przy strzałkowaniu silnikowym wskazy prądów i spadków napięć na reaktancjach synchronicznych X_d i X_q mają przeciwne zwroty (rys. 6.52).



Rys. 6.52. Wykres wskazowy silnika synchronicznego jawnobiegunowego



Rys. 6.53. Charakterystyki kątowe silnika synchronicznego jawnobiegunowego
a, b, c — momenty składowe M_1 dla I_{w1}, I_{w2}, I_{w3}

Wyprowadzona w p. 6.4.3 zależność momentu obrotowego od parametrów maszyny i sieci oraz kąta ϑ dla prądnicy jawnobiegunowej obowiązuje również dla silnika jawnobiegunowego. Moment ten wg (6.65) ma dwa składniki, z których pierwszy

$$M_1 = 9{,}55 \frac{m}{n_1} \frac{UE_w}{X_d} \sin \vartheta$$

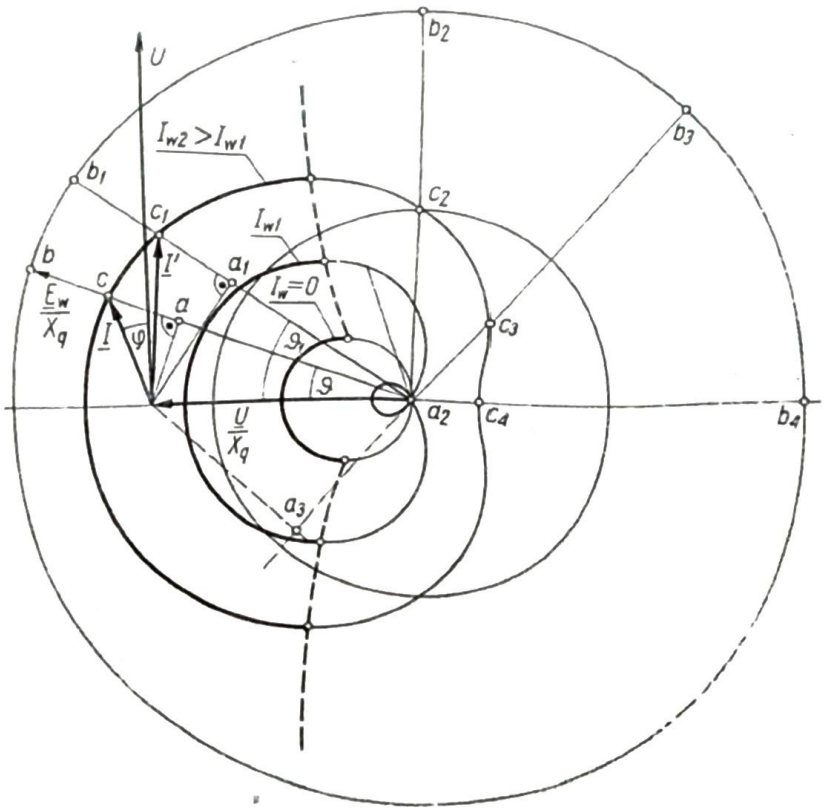
jest zależny liniowo od napięcia i od prądu wzbudzającego, a drugi

$$M_2 = 9{,}55\frac{m}{n_1}\frac{U^2}{2}\left(\frac{1}{X_q}-\frac{1}{X_d}\right)\sin 2\vartheta = 9{,}55\frac{m}{n_1}\frac{U^2}{2}\frac{X_d - X_q}{X_d X_q}\sin 2\vartheta$$

zwany momentem reluktancyjnym, nie zależy od prądu wzbudzającego, natomiast zależy od kwadratu napięcia i od różnicy reaktancji synchronicznej podłużnej i poprzecznej. Zależność $M = f(\vartheta)$ dla silnika jawnobiegunowego, zwana charakterystyką kątową, przedstawiona jest na rys. 6.53. Ze wzrostem prądu wzbudzającego krzywa momentu M_1 przebiega wyżej, tym samym rośnie moment maksymalny, a jednocześnie kąt mocy, przy którym występuje ten maksymalny moment, przesuwa się w kierunku $\pi/2$. Przy $I_w = 0$ występuje tylko moment reluktancyjny; silnik może pracować w tym stanie, jeżeli tylko moment obciążenia nie jest większy od momentu rozwijanego przez silnik.

Na podstawie wykresu wskazowego z rys. 6.52 można w prosty sposób skonstruować wykres miejsc geometrycznych silnika jawnobiegunowego. Na wykresie napięć miarą prądu jest wprost napięcie $jX_q\underline{I}$, kąt φ zaś można odmierzyć między wskazem tego napięcia i prostą prostopadłą do U, wykreśloną przez koniec wskazu U. Dzieląc wszystkie napięcia wykresu 6.52 przez reaktancję X_q i obracając go w lewo o $\pi/2$, otrzymujemy nowy wykres wskazowy, ilustrujący zależność prądu i współczynnika mocy od prądu wzbudzającego i kąta mocy ϑ.

Konstrukcje wykresu miejsc geometrycznych pokazano na rys. 6.54. Dla założonej wartości E_w rysujemy promieniem E_w/X_q okrąg koła i od środka odcinamy



Rys. 6.54. Konstrukcja wykresu miejsc geometrycznych prądu silnika synchronicznego jawnobiegunowego na podstawie wykresu wskazowego

w lewo wartość U/X_q. Na dowolnie położony promień okręgu rzutujemy koniec U/X_q, otrzymując punkt a na promieniu. Odcinek $\overline{ab}$ dzielimy w proporcji

$$\frac{\overline{ab}}{\overline{ac}} = \frac{X_d}{X_q}$$

Punkt c wyznacza koniec wskazu prądu przy założonej wartości E_w i ϑ. Wykonując analogiczną operację dla wszystkich punktów okręgu otrzymujemy krzywą, która jest miejscem geometrycznym prądu przy $I_w = \text{const}$.

Rysunek 6.54 zawiera krzywe odpowiadające trzem wartościom prądu wzbudzającego: przy przewzbudzeniu, niedowzbudzeniu i przy $I_w = 0$. Krzywa przy prądzie wzbudzającym I_{w2} odpowiada przebiegowi momentu i mocy jak przy prądzie I_{w3} na rys. 6.53, gdzie w całym zakresie kątów od 0 do π moc i moment są dodatnie. Krzywa przy prądzie I_{w1} przedstawia przebieg prądu i $\cos\varphi$, a zatem informuje o przebiegu mocy przy niedowzbudzeniu, któremu odpowiada przebieg mocy na rys. 6.53 przy prądzie I_{w1}. Moment i moc zmieniają znak w zakresie od zera do π. Przy $I_w = 0$ na rys. 6.54 wykres prądu staje się okręgiem koła o średnicy mniejszej niż prąd U/X_q w proporcji $\frac{X_d - X_q}{X_q}$. Na tym okręgu otrzymujemy dwa charakterystyczne stany pracy, omawiane przy analizie pracy prądnicowej, mianowicie stany gdy $P = 0$, a prąd osiąga wartość U/X_d (przy $\vartheta = 0$) i U/X_q (przy $\vartheta = \pi/2$). Obydwa te punkty okręgu leżą na poziomej średnicy.

Na każdej krzywej punkt wyznaczający maksymalną wartość mocy stanowi granicę (zaznaczoną linią przerywaną) pracy stabilnej i niestabilnej. Z wykresu widać, że tylko przy przewzbudzeniu można osiągnąć pojemnościową moc bierną pobieraną z sieci. Krzywe w obszarze pod osią poziomą dotyczą pracy prądnicowej maszyny jawnobiegunowej.

Otrzymane krzywe noszą nazwę *ślimaka Pascala* i stanowią miejsce geometryczne prądu określonego ogólną formułą

$$\underline{I} = \underline{A} + \underline{B}\,e^{j\alpha} + \underline{C}\,e^{j2\alpha} \tag{6.74}$$

Na podstawie wykresu wskazowego można prąd maszyny jawnobiegunowej wyrazić równaniem o przedstawionej wyżej postaci. Przyjmując że $\underline{U} = U$, otrzymujemy zależności

$$jX_d\underline{I}_d = -(E_w - U\cos\vartheta)\,e^{-j\vartheta} \tag{6.75}$$

$$jX_q\underline{I}_q = jU\sin\vartheta\,e^{-j\vartheta} \tag{6.76}$$

zatem

$$\underline{I} = \underline{I}_d + \underline{I}_q = \frac{j}{X_d}(E_w - U\cos\vartheta)\,e^{-j\vartheta} + \frac{U}{X_q}\sin\vartheta\,e^{-j\vartheta} \tag{6.77}$$

Po zastosowaniu wzorów Eulera

$$\sin\vartheta = \frac{1}{2j}(e^{j\vartheta} - e^{-j\vartheta}); \quad \cos\vartheta = \frac{1}{2}(e^{j\vartheta} + e^{-j\vartheta}) \tag{6.78}$$

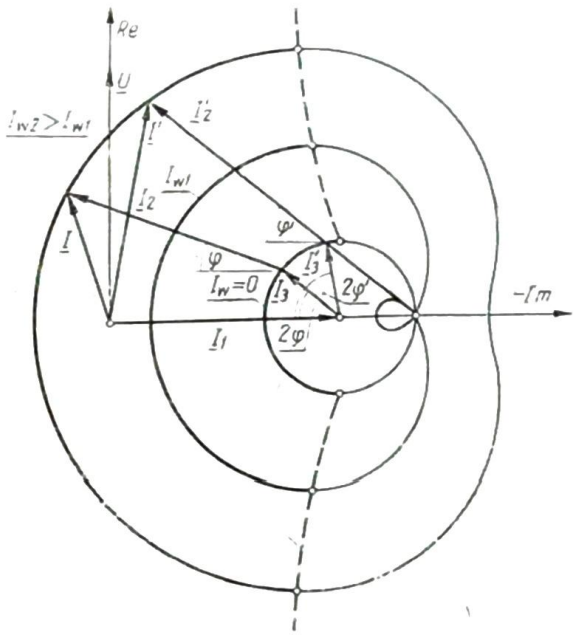
otrzymujemy

$$\underline{I} = -\mathrm{j}\frac{U}{2}\left(\frac{1}{X_d}+\frac{1}{X_q}\right)+\mathrm{j}\frac{E_w}{X_d}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\vartheta}+\mathrm{j}\frac{U}{2}\left(\frac{1}{X_q}-\frac{1}{X_d}\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\vartheta} \tag{6.79}$$

co można zapisać w postaci

$$\underline{I} = \underline{I}_1+\underline{I}_2\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\vartheta}+\underline{I}_3\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\vartheta} \tag{6.80}$$

Po wyliczeniu prądów $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{I}_3$ (z których tylko I_2 zależy od prądu wzbudzającego) można skonstruować ślimak Pascala, sumując te prądy dla poszczególnych kątów ϑ. Sposób rysowania jest przedstawiony na rys. 6.55.



Rys. 6.55. Konstrukcja wykresu miejsc geometrycznych prądu silnika synchronicznego jawnobiegunowego przez sumowanie prądów składowych $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$, $\underline{I}_3$

6.5.3. Rozruch silnika synchronicznego

Po włączeniu silnika synchronicznego do sieci prąd, płynący w uzwojeniu stojana, wytwarza pole wirujące. Gdy wirnik silnika jest nieruchomy lub wiruje z dowolną prędkością n, różną od synchronicznej, pole wiruje względem wirnika z prędkością wynikającą ze wzorów (5.4) i (5.5) $n_2 = n_1 - n = n_1 s$ różną od zera. Zasilanie obwodu wzbudzenia powoduje pojawienie się przepływu, który jest względem wirnika nieruchomy. Ten przepływ i pole wytworzone przez stojan, a wirujące względem wirnika, wytwarzają moment obrotowy. Średnia wartość momentu za jeden okres jest równa zeru, przy czym okresem zmienności momentu jest czas obrotu pola względem wirnika o jedną parę biegunów. Okres zmienności momentu można wyrazić zależnością

$$T_m = \frac{1}{f_m} = \frac{60}{pn_2} = \frac{60}{pn_1 s} = \frac{1}{f_1 s} \tag{6.81}$$

Przy założeniu sinusoidalnego rozkładu przepływu wirnika i indukcji magnetycznej pola stojana moment zmienia się w funkcji czasu sinusoidalnie. Silnik synchroniczny nie ma zatem własnego momentu rozruchowego; jego wirnik nie

rusza, jeżeli stojan włączy się do sieci. Doprowadzenie wirnika do prędkości synchronicznej może się dokonać albo przez napędzanie go obcym silnikiem, albo metodą tzw. *rozruchu asynchronicznego*.

Rozruch silnika przy użyciu obcego silnika polega na napędzaniu go do prędkości synchronicznej i następnie synchronizacji (lub samosynchronizacji). Rozruch silnikiem prądu stałego jest bardzo dogodny ze względu na dobre właściwości regulacyjne przy synchronizacji, wymaga jednak odpowiedniego źródła prądu stałego. Można też użyć do rozruchu silnika indukcyjnego pierścieniowego o liczbie biegunów mniejszej od liczby biegunów silnika uruchamianego, ewentualnie przyłączyć silnik indukcyjny przez odpowiednią przekładnię mechaniczną. Jeżeli uruchamiany silnik ma na swym wale własną wzbudnicę, to o ile ma ona odpowiednią moc, może być niekiedy stosowana jako silnik rozruchowy.

Obecnie najczęściej stosuje się rozruch asynchroniczny silników synchronicznych. Dla uzyskania momentu rozruchowego umieszcza się w nabiegunnikach pręty (zwykle z miedzi lub brązu), które są po obu stronach zwarte pierścieniami, tworząc klatkę rozruchową podobną jak w silniku indukcyjnym klatkowym. Po włączeniu silnika do sieci uzwojenie wzbudzenia nie jest początkowo zasilane prądem, natomiast prądy indukowane w klatce rozruchowej wytwarzają taki moment, jak w silniku indukcyjnym; silnik rusza i osiąga prędkość bliską prędkości synchronicznej. Dopiero wówczas włącza się prąd wzbudzający, powstaje strumień i moment obrotowy. Jednak przy bardzo małym poślizgu okres zmienności tego momentu jest bardzo duży, wobec czego w okresie gdy moment jest dodatni, silnik wchodzi w synchronizm.

Aby silnik wszedł w synchronizm moment obrotowy wytworzony w okresie gdy ma on wartość dodatnią musi być wystarczająco duży do przyspieszenia mas od prędkości poślizgu, przy której zostaje włączony prąd wzbudzający, do prędkości synchronicznej. Zależy to od wartości prądu wzbudzającego, momentu bezwładności mas wirujących oraz od poślizgu, przy którym włącza się prąd wzbudzający. Poślizg zależy od charakterystyki momentu asynchronicznego, jaki daje klatka rozruchowa oraz od momentu obciążenia przy rozruchu.

Przebieg asynchronicznej charakterystyki mechanicznej zależy, tak samo jak w silniku indukcyjnym, od rezystancji klatki rozruchowej. Przy małej rezystancji w warunkach prędkości podsynchronicznej charakterystyka jest bardzo stroma, a więc silnik osiąga bardzo mały poślizg. Początkowy moment rozruchowy jest jednak mały; zwiększenie rezystancji klatki zwiększa początkowy moment rozruchowy, ale powoduje bardziej płaski przebieg charakterystyki w zakresie prędkości podsynchronicznej, co utrudnia wejście silnika w synchronizm. Dlatego klatka rozruchowa musi być bardzo dokładnie zaprojektowana.

Największy moment hamujący, jaki silnik może pokonać po włączeniu wzbudzenia, wpadając w synchronizm, nazywa się **momentem wpadu**. Moment silnika podczas pracy asynchronicznej przy poślizgu $s = 0{,}05$ nazywa się **znamionowym momentem wpadu**.

Dotychczas pomijaliśmy wpływ prądu płynącego w uzwojeniu wzbudzenia na przebieg momentu przyjmując, że uzwojenie to jest w czasie rozruchu rozwarte.

Jednak rozwarcie uzwojenia wzbudzenia jest w praktyce przemysłowej niedopuszczalne, gdyż indukowałoby się w nim znaczne napięcie, szczególnie w chwili włączenia, gdy wirnik jest nieruchomy i prędkość pola względem wirnika jest duża; napięcie to mogłoby spowodować przebicie izolacji uzwojenia i stanowiłoby niebezpieczeństwo dla obsługi. Aby nie dopuścić do pojawienia się dużych napięć należy zewrzeć uzwojenie wzbudzenia na czas rozruchu przez odpowiednią rezystancję. Wówczas jednak płynie w uzwojeniu wirnika prąd indukowany przez wirujący strumień i pojawia się dodatkowy moment, który ma wpływ na charakterystykę silnika i jego zachowanie się przy rozruchu.

Pole wirujące indukuje w uzwojeniu wzbudzenia napięcie, którego częstotliwość f_w zależy od prędkości wirnika względem pola wirującego tak jak w maszynie indukcyjnej (5.11) $f_w = f_1 s$.

Płynący w uzwojeniu wzbudzenia prąd wytwarza zatem pole magnetyczne, które jest polem pulsującym względem obwodu magnetycznego wirnika. Pole pulsujące można rozłożyć na dwa pola składowe, wirujące względem wirnika w przeciwne strony z równymi prędkościami, określonymi częstotliwością prądu wirnika i liczbą par biegunów.

Pole wirujące w tę samą stronę, w którą wiruje wirnik (zwane współbieżnym), ma względem wirnika prędkość

$$n_{1w} = \frac{60 f_w}{p} = \frac{60 f_1}{p} s = n_1 s \tag{6.82}$$

natomiast pole przeciwbieżne, wirujące względem wirnika z prędkością przeciwną do kierunku wirowania pola, ma względem wirnika prędkość

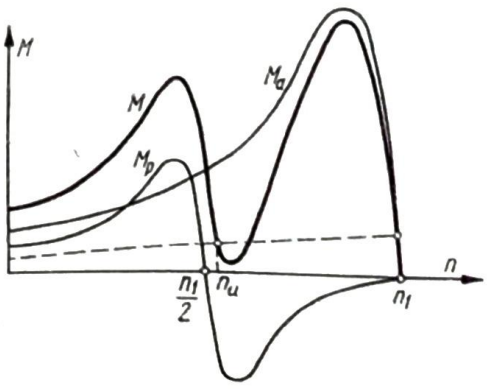
$$n_{2w} = -\frac{60 f_w}{p} = -n_1 s \tag{6.83}$$

Każde z tych pól wiruje względem stojana z prędkością, która jest sumą prędkości wirnika n i prędkości n_{1w} bądź n_{2w}

$$n_1 = n + n_{1w} = n_1(1-s) + n_1 s = n_1 \tag{6.84}$$

$$n_2 = n + n_{2w} = n_1(1-s) - n_1 s = n_1(1-2s) \tag{6.85}$$

Z (6.84) wynika, że pole współbieżne wiruje względem stojana ze stałą prędkością, równą prędkości synchronicznej. Przy dowolnej prędkości obrotowej



Rys. 6.56. Charakterystyki rozruchowe silnika synchronicznego przy rozruchu asynchronicznym
M_a — moment asynchroniczny od klatki rozruchowej i pola współbieżnego, M_p — moment od pola przeciwbieżnego, M — moment wypadkowy

wirnika pole współbieżne jest więc nieruchome względem głównego pola maszyny i te dwa pola, oddziałując na siebie, wytwarzają moment obrotowy zgodny z kierunkiem prędkości wirnika. Moment obrotowy M_a, działający na klatkę rozruchową wirnika łącznie z momentem od pola współbieżnego, ma zatem przebieg taki sam, jak w silniku indukcyjnym (rys. 6.56).

Pole przeciwbieżne wiruje względem stojana z prędkością zależną od poślizgu. Jeżeli $0 < n < n_1/2$, czyli $1 > s > 0{,}5$, to pole obraca się względem stojana z ujemną prędkością, działa więc na stojan w kierunku ujemnym, a na wirnik w kierunku dodatnim. Przy $n = n_1/2$, czyli $s = 0{,}5$, prędkość $n_2 = 0$, a więc pole przeciwbieżne jest względem stojana nieruchome, nie wytwarza zatem żadnego momentu obrotowego. Jeżeli $n_1/2 < n < n_1$, czyli $0{,}5 > s > 0$, prędkość n_2 jest dodatnia, pole to działa na stojan w kierunku dodatnim, a na wirnik ujemnym. Wirujące pole przeciwbieżne daje więc również moment M_p o przebiegu podobnym do momentu silnika indukcyjnego, z tym, że krzywa momentu przechodzi przez zero gdy $n = n_1/2$ (rys. 6.56).

Gdyby można było przyjąć, że strumień przeciwbieżny ma stałą wartość w całym zakresie prędkości, to przebiegi krzywych momentu obrotowego byłyby takie same przy $n < n_1/2$ i $n > n_1/2$, jednak strumień maleje przy zmianie prędkości od $n = 0$ do prędkości podsynchronicznej (ponieważ maleje napięcie indukowane w wirniku) i dlatego krzywa momentu dąży do zera przy $s = 0$.

Suma momentów: indukcyjnego od klatki rozruchowej i od pola współbieżnego M_a oraz od pola przeciwbieżnego M_p, daje łącznie wypadkowy moment obrotowy M, jaki występuje przy rozruchu silnika (rys. 6.56). Prócz tych momentów występuje jeszcze nie uwzględniony na rysunku moment indukcyjny od prądów wirowych w rdzeniu wirnika.

Krzywa momentu wypadkowego wykazuje wyraźnie siodło w rejonie połowy prędkości synchronicznej, spowodowane momentem od pola przeciwbieżnego. Siodło to może uniemożliwić rozruch asynchroniczny silnika, jeżeli krzywa momentu obciążenia M_{obc} przy rozruchu przecina się z krzywą momentu rozruchowego. Silnik osiągnie wówczas prędkość n_u bliską połowie prędkości synchronicznej i utknie przy tej prędkości. Aby zmniejszyć wpływ momentu od pola przeciwbieżnego należy zmniejszyć prąd w obwodzie wzbudzenia przez włączenie w ten obwód na czas rozruchu odpowiednio dobranej rezystancji. Zwykle jest ona ok. 8—10 razy większa od rezystancji samego uzwojenia wzbudzenia.

Przy rozruchu silnika synchronicznego stosuje się niekiedy obniżenie napięcia przez zastosowanie autotransformatora lub włączonego szeregowo dławika. Ogranicza się w ten sposób prąd rozruchowy, ale jednocześnie zmniejsza moment rozruchowy.

W praktyce przemysłowej stosuje się również rozruch częstotliwościowy silnika synchronicznego. Silnik jest zasilany ze specjalnej prądnicy synchronicznej, której prędkość zwiększa się powoli od zera do prędkości synchronicznej, powodując tym samym wzrost częstotliwości od zera do wartości znamionowej. Zarówno uruchamiany silnik jak prądnica są wzbudzane z obcego źródła napięcia, gdyż ruszają od prędkości równej zeru. Silnik wiruje od razu synchronicznie z prędkością

proporcjonalną do częstotliwości. Po uzyskaniu częstotliwości znamionowej i znamionowej prędkości należy dokonać synchronizacji i włączyć silnik do sieci, a wyłączyć prądnicę.

6.5.4. Kompensator synchroniczny

Pobór mocy biernej indukcyjnej przez większość odbiorników i urządzeń (silniki indukcyjne, transformatory, piece indukcyjne) powoduje, że tę moc bierną muszą produkować elektrownie. Jak widać z analizy pracy prądnic synchronicznych, oddawanie mocy przy małym współczynniku mocy (indukcyjnym) jest związane z koniecznością stosowania dużego prądu wzbudzającego. Prąd stojana jest też znacznie większy niż przy dużym cos φ. Mały współczynnik mocy ogranicza produkcję mocy czynnej, a jednocześnie duże prądy blokują sieć energetyczną i powodują duże straty cieplne w przewodach między prądnicą i odbiornikiem.

Oprócz działania w kierunku poprawy współczynnika mocy poszczególnych odbiorników zachodzi często potrzeba kompensacji mocy biernej indukcyjnej dla poprawy współczynnika mocy danego zakładu. Dla utrzymania dużego współczynnika mocy należy przede wszystkim unikać stosowania zbyt dużych dla danego napędu silników indukcyjnych oraz mało obciążanych (w stosunku do mocy znamionowej) transformatorów.

Kompensacja mocy biernej może być realizowana przez stosowanie silników synchronicznych przewzbudzonych (pobierających moc bierną pojemnościową) przez instalowanie baterii kondensatorów (tzw. kompensatorów statycznych) lub silników synchronicznych, pracujących w stanie jałowym (tzw. kompensatorów wirujących).

Kompensator wirujący jest silnikiem synchronicznym, tak wzbudzonym, aby pobierał z sieci moc bierną pojemnościową, czyli oddawał do sieci moc bierną indukcyjną, potrzebną odbiornikom na magnesowanie stali. Jak wynika z wykresów wskazowych i krzywych V, kompensator pracuje w stanie przewzbudzenia. Zwykle nie opłaca się w pełni kompensować mocy biernej, najczęściej wystarcza poprawa współczynnika mocy do wartości 0,8—0,9. Trzeba liczyć się z tym, że kompensator pobiera z sieci pewną moc czynną na pokrycie strat mechanicznych oraz strat w rdzeniu i w miedzi.

Silnik synchroniczny pracujący w stanie jałowym może prócz roli kompensatora spełniać również rolę regulatora napięcia. Regulacja prądu wzbudzającego powoduje zmianę prądu w sieci energetycznej, a zatem zmianę spadków napięć w tej sieci, wskutek czego zmienia się napięcie zasilające odbiorniki. Jeżeli silnik synchroniczny jest zbudowany wyłącznie dla kompensacji mocy biernej, to jego wał wcale nie wystaje poza łożyska maszyny.

Przez właściwe rozmieszczenie kompensatorów i dobór pobieranej przez nie mocy pojemnościowej uzyskuje się lepsze wykorzystanie źródeł energii i sieci zasilającej, przez co poprawia się efekty gospodarki elektroenergetycznej. Zakłady pracy są zachęcane do użytkowania energii elektrycznej przy dużym współczynniku mocy przez stosowanie odpowiednich taryf opłat za energię.

6.5.5. Porównanie silnika synchronicznego i indukcyjnego

Porównanie charakterystyk ruchowych i właściwości eksploatacyjnych silników synchronicznych i indukcyjnych prowadzi do następujących podstawowych wniosków:

1. Silnik synchroniczny ma stałą prędkość, niezależną od stanu obciążenia i nie istnieje praktycznie możliwość regulacji tej prędkości. Prędkość silnika indukcyjnego nieco zmniejsza się ze wzrostem obciążenia; w silnikach pierścieniowych istnieje prosta możliwość regulacji prędkości przez włączenie rezystancji w obwód wirnika.

2. Silnik synchroniczny daje możliwość regulacji współczynnika mocy przez regulację prądu wzbudzenia; może pracować np. przy $\cos\varphi = 1$, a nawet może pobierać moc bierną pojemnościową, kompensując moc bierną indukcyjną, pobieraną przez inne odbiorniki energii elektrycznej. Silnik indukcyjny nie daje żadnych możliwości regulacji współczynnika mocy, który przy napięciu znamionowym zależy tylko od stanu obciążenia. Przy obciążeniu znamionowym współczynnik mocy silnika indukcyjnego wynosi ok. 0,8—0,9; przy niepełnym obciążeniu znacznie mniej; w stanie jałowym ok. 0,1. Szczególnie mały znamionowy współczynnik mocy mają silniki wolnobieżne (ok. 0,7). Korzystny współczynnik mocy, a nawet możliwość kompensacji mocy biernej, pobieranej przez inne odbiorniki energii, stanowi podstawową zaletę silnika synchronicznego.

3. Silnik synchroniczny jest droższy i bardziej kłopotliwy w eksploatacji z powodu konieczności wzbudzenia i synchronizacji, a także mniej niezawodny. Silnik indukcyjny — szczególnie klatkowy — jest tani, prosty w budowie i obsłudze, a dzięki temu w wysokim stopniu niezawodny.

4. Przy obniżeniu napięcia sieci moment silnika synchronicznego zmniejsza się proporcjonalnie do napięcia, a moment silnika indukcyjnego — proporcjonalnie do kwadratu napięcia. Zatem silnik synchroniczny ma pod tym względem lepsze własności ruchowe; natomiast w warunkach znamionowych przeciążalność silnika synchronicznego może być znacznie mniejsza niż silnika indukcyjnego.

5. W silniku indukcyjnym szczelina powietrzna jest mała, gdyż decyduje ona o wartości prądu magnesującego i współczynnika mocy. Grubość szczeliny uwarunkowana jest głównie względami natury technologicznej (montaż, dokładność wykonania, możliwość odkształceń elementów konstrukcyjnych) i wynosi do kilku milimetrów. W silnikach synchronicznych prąd wzbudzający jest doprowadzany ze źródła prądu stałego, grubość szczeliny ma wpływ na wartość prądu wzbudzającego, ale nie ma wpływu na współczynnik mocy. Większa szczelina daje poprawę przeciążalności silnika oraz zwiększa pewność eksploatacyjną. W silnikach synchronicznych szczelina powietrza sięga kilkunastu a niekiedy nawet kilkudziesięciu milimetrów.

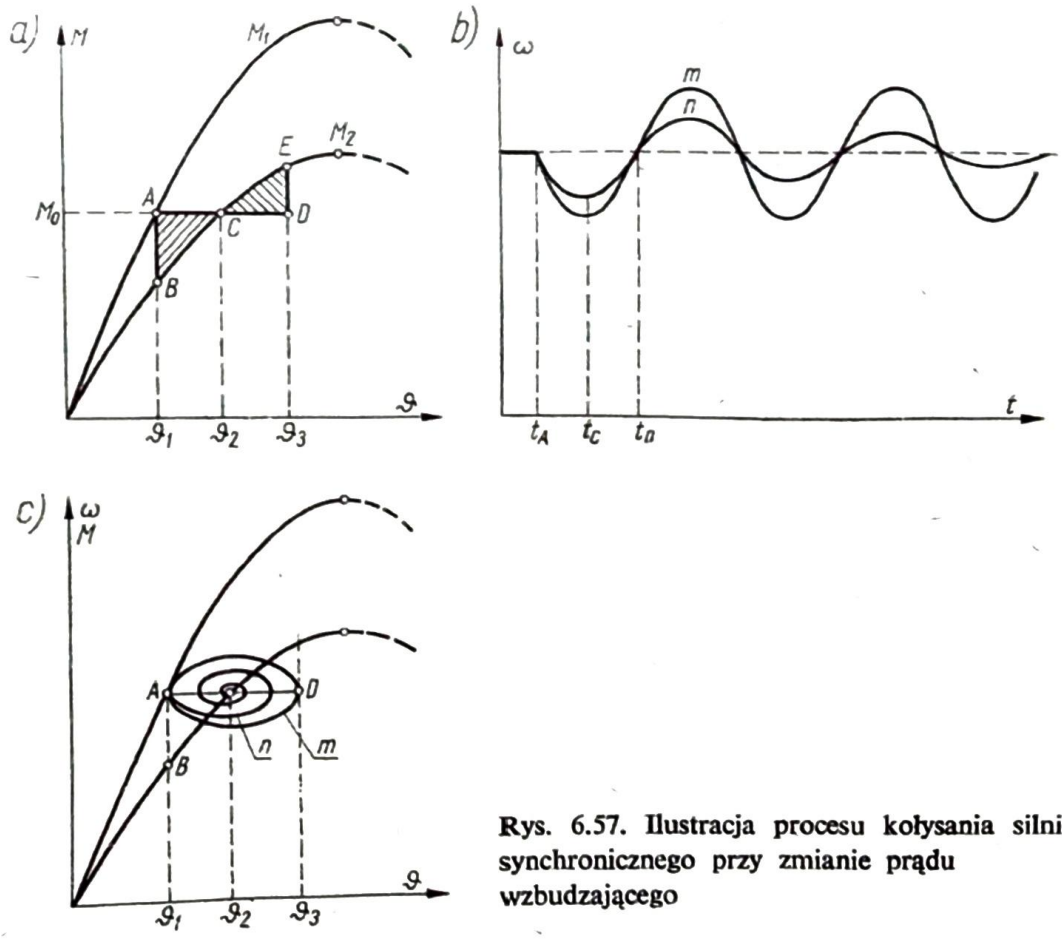
Mimo dużych kosztów silnik synchroniczny jest coraz częściej stosowany (szczególnie w napędach średnich i dużych mocy, gdzie nie trzeba regulować prędkości obrotowej). Duże zastosowanie mają silniki synchroniczne w przemyśle ciężkim, w energetyce i w napędach statków.

6.6. ZAGADNIENIA EKSPLOATACYJNE MASZYN SYNCHRONICZNYCH

6.6.1. Stabilność statyczna i dynamiczna; kołysanie

Przy pracy maszyny synchronicznej włączonej na sieć energetyczną mogą wystąpić zmiany stanu pracy, wywołane np. zmianą prądu wzbudzającego, mocy na wale lub napięcia sieci. Wielkości te określają nowe warunki pracy maszyny, przy czym mogą one odpowiadać zakresowi pracy stabilnej na charakterystykach ruchowych lub znajdować się poza tymi charakterystykami. Np. przy danej mocy mechanicznej jest możliwa praca stabilna dopiero powyżej pewnej granicznej wartości prądu wzbudzającego, określonej krzywą V; przy określonej wartości prądu wzbudzającego maszyna może oddać do sieci (przy pracy prądnicowej) lub na wale (przy pracy silnikowej) co najwyżej moc maksymalną, określoną charakterystyką kątową. Możliwość pracy ustalonej w nowych warunkach zasilania i obciążenia jest określona jako stabilność statyczna.

Jeżeli nawet w nowych warunkach zasilania i obciążenia możliwa jest praca stabilna, to nie zawsze jest możliwe osiągnięcie tego stanu jeżeli zachodzi nagłe przejście do nowego stanu pracy. Zależy to od parametrów stanu początkowego i od charakteru zakłóceń. Maszyna może po okresie określonym jako stan nieustalony dojść do nowego stanu ustalonego albo może wypaść z synchronizmu, nie osiągając tego stanu.



Rys. 6.57. Ilustracja procesu kołysania silnika synchronicznego przy zmianie prądu wzbudzającego

Stabilnością dynamiczną maszyny nazywa się zdolność do przejścia od pewnego stanu początkowego ustalonego do nowego stanu pracy przy nagłej zmianie parametrów; stabilność zależy od parametrów początkowych pracy i od wielkości zakłócenia.

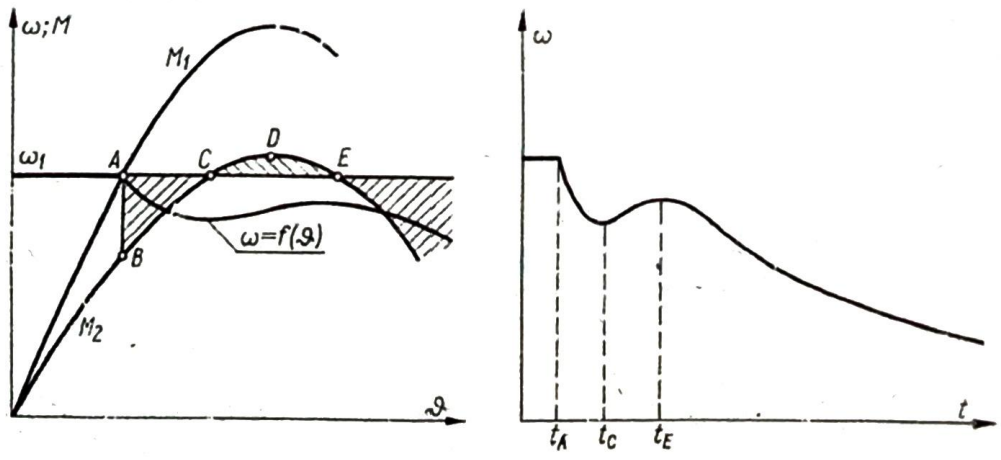
Rozważmy dla ilustracji problem zachowania się silnika przy nagłej zmianie prądu wzbudzającego (rys. 6.57). Silnik pracuje przy stałym momencie obciążenia M_0 w punkcie A przy kącie mocy ϑ_1. Po nagłym zmniejszeniu prądu wzbudzającego silnik zmienia charakterystykę kątową (z M_1 na M_2) i rozwija moment, określony punktem B, mniejszy od momentu obciążenia M_0. Na skutek tego wirnik zwalnia, rośnie kąt mocy i maleje niedobór momentu. Maszyna osiąga po chwili punkt C przy kącie ϑ_2, ale wówczas prędkość silnika jest mniejsza niż synchroniczna, masy wirujące (wirnika i maszyny napędzanej) mają teraz energię kinetyczną mniejszą o

$$\Delta W = \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} (M_0 - M_1)\,\mathrm{d}\vartheta \tag{6.86}$$

Wobec tego wirnik nadal obraca się zbyt wolno, rośnie więc nadal kąt ϑ i pojawia się nadmiar momentu M_2 w stosunku do momentu obciążenia M_0. Jeżeli nie ma w układzie żadnego tłumienia, to wirnik osiągnie taki kąt ϑ_3, przy którym prędkość jest znów prędkością synchroniczną, a energia zużyta na ponowne przyspieszenie wirnika jest równa tej, którą wirnik poprzednio utracił (pola zakreskowane na rys. 6.57a są sobie równe). Ale pojawiająca się nadwyżka momentu powoduje dalszy wzrost prędkości, zmniejszenie kąta mocy i maszyna wchodzi w kołysanie nietłumione (rys. 6.57b krzywa m). Jeżeli występuje tłumienie tych oscylacji, to kolejne maksymalne odchyłki prędkości kątowej i kąta mocy maleją i po pewnym czasie kołysania wygasają (krzywa n).

Kołysania można też zilustrować na wykresie $M = \mathrm{f}(\vartheta)$ w formie krzywych $\omega = \mathrm{f}(\vartheta)$, gdzie dla kołysań nietłumionych otrzymujemy krzywą zamkniętą, wpisaną między punkty A i D, natomiast dla kołysań tłumionych — krzywą przebiegającą spiralnie od punktu A do punktu C (rys. 6.57c)

Przy zmianie prądu wzbudzającego może się jednak zdarzyć, że maszyna nie dojdzie do nowego stanu ustalonego, jeżeli zmiana parametru jest duża. Np. przy zmianie prądu wzbudzającego jak na rys. 6.58 nie zachodzi stabilność dynamiczna.



Rys. 6.58. Ilustracja braku stabilności dynamicznej przy zmianie prądu wzbudzenia

Przechodząc od punktu *A* do *C* silnik traci prędkość obrotową i jeżeli pole *CD EC* jest mniejsze niż *ABCA*, to wirnik nie zdąży przyspieszyć zanim maszyna dojdzie do kąta mocy odpowiadającego punktowi *E*. W punkcie tym moment obciążenia znów staje się większy od momentu M_2, wirnik jest hamowany i maszyna wypada z synchronizmu.

Podobne procesy występują, gdy zachodzi inna zmiana parametrów np. zmiana napięcia sieci lub momentu obciążenia.

Opisane zjawisko kołysania maszyn synchronicznych ma podobny przebieg jak np. drganie ciężaru zawieszonego na sprężynie, przy czym moment synchronizujący odpowiada sprężystości sprężyny, a moment bezwładności wirnika momentowi bezwładności ciężaru.

Tłumienie oscylacji prędkości jest powodowane stratami energii w układzie, głównie stratami w rdzeniu wirnika. Jeżeli tłumienie jest niewystarczające, to wykonuje się specjalne uzwojenie na wirniku, podobne do klatki rozruchowej, zwane klatką tłumiącą. Klatka rozruchowa silnika synchronicznego odgrywa przy kołysaniach jednocześnie rolę klatki tłumiącej. Działanie klatki tłumiącej polega na tym, że każde odchylenie prędkości wirnika od prędkości synchronicznej powoduje pojawienie się w niej prądów i momentu asynchronicznego proporcjonalnego do poślizgu.

Prócz kołysań tzw. *własnych*, występujących przy zmianie stanu pracy, mogą również występować *kołysania wymuszone*, gdy moment na wale nie jest stały, np. gdy prądnica jest napędzana silnikiem tłokowym, albo gdy silnik jest obciążony sprężarką tłokową. Jeżeli okres zmienności momentu jest równy, bliski, lub jest wielokrotnością okresu drgań własnych, wynikającego z momentu bezwładności maszyny, wówczas może następować rezonans drgań i maszyna ma skłonność do wypadania z synchronizmu.

Jeśli wirnik wychylony jest o kąt $\Delta\vartheta$ od położenia równowagi w danych warunkach zasilania, wzbudzenia i obciążenia, to na wirnik ten działa moment, starający się doprowadzić go do położenia równowagi. Moment ten, nazywany statycznym momentem synchronizującym, określa wzór

$$\Delta M = \Delta\vartheta \frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}\vartheta} \tag{6.87}$$

Niekiedy nazywa się momentem synchronizującym jednostkowym wprost pochodną momentu względem kąta mocy

$$M_s = \frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}\vartheta} \tag{6.88}$$

co dla maszyny cylindrycznej wg wzoru (6.29) jest

$$M_s = 9{,}55 \frac{m}{n_1} \frac{UE_w}{X_d} \cos\vartheta$$

a dla jawnobiegunowej wg (6.65)

$$M_s = 9{,}55 \frac{m}{n_1} \left[\frac{UE_w}{X_d} \cos\vartheta + U^2 \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \cos 2\vartheta \right]$$

6.6.2. Zwarcie ustalone

Podczas pomiarów maszyn synchronicznych realizuje się często zwarcie symetryczne, którego celem jest wyznaczenie właściwości ruchowych tych maszyn. W eksploatacji maszyn mogą wystąpić różnego rodzaju zwarcia o charakterze awaryjnym. Rodzaj zwarcia i miejsce, gdzie ono występuje, decyduje o skutkach zwarcia, a w szczególności o wartości prądów jakie się wówczas pojawiają. Zwarcie może wystąpić w samej maszynie, na jej zaciskach lub w sieci (za transformatorem). Zwarcie może być symetryczne (3-biegunowe) lub niesymetryczne (2-biegunowe, zwarcie pewnej liczby zwojów jednej fazy lub doziemienie jednej fazy).

Przy obliczaniu prądów i czasu trwania zwarcia należy zwrócić uwagę na zjawiska termiczne i dynamiczne. Zwykle skutki termiczne nie są groźne dla maszyny, gdyż w odpowiednim czasie działają zabezpieczenia eliminujące lub zmniejszające skutki zwarć. Znacznie groźniejsze są zjawiska dynamiczne, powodujące drgania uzwojeń i mogące spowodować ich trwałe uszkodzenia.

Ze względu na wartość prądu najgroźniejsze są zwarcia małej liczby zwojów jednej fazy (gdyż reaktancja tego obwodu zwarciowego jest mała), w związku z czym może nastąpić lokalne uszkodzenie izolacji. Tego rodzaju zwarcia są tym bardziej groźne, że trudno wykonać odpowiednio skutecznie działające zabezpieczenia.

Analiza zwarcia 3-biegunowego, 2-biegunowego i 1-fazowego prowadzi do wniosku, że najgroźniejsze są skutki zwarcia 1-fazowego. Stosunek ustalonych prądów zwarcia trójfazowego, dwufazowego i jednofazowego wynosi w przybliżeniu

$$I_{k3f} : I_{k2f} : I_{k1f} = 1 : 1{,}6 : 2{,}6 \tag{6.89}$$

Zasadniczy wpływ na wartość ustalonego prądu zwarcia ma wartość reaktancji synchronicznej i dlatego z reguły wykonuje się maszyny o dużej wartości X_d.

6.6.3. Zwarcie w stanie nieustalonym

Rozważmy w zarysie przebiegi prądów i zjawiska, jakie występują bezpośrednio po chwili zwarcia maszyny synchronicznej. Załóżmy przy tym, że w rozpatrywanym okresie napięcie wzbudzenia nie jest regulowane i że prędkość obrotowa jest stała, równa prędkości synchronicznej.

Przy analizie stanów nieustalonych w obwodach elektromagnetycznych obowiązują następujące podstawowe reguły:

a) strumień magnetyczny sprzężony z jakimkolwiek obwodem nie może się zmieniać w sposób skokowy, lecz w sposób ciągły;

b) strumień sprzężony ze zwartym obwodem elektrycznym, w którym pominięto rezystancję jest stały w czasie; jakiekolwiek zmiany w obwodzie zewnętrznym, działające w kierunku zmiany tego strumienia, wywołują w zwartym obwodzie takie prądy, że strumień pozostaje stały. Rezystancja tego obwodu powoduje jednak tłumienie, wskutek czego po pewnym czasie prąd w tym obwodzie zanika i strumień z nim skojarzony zmienia się. Szybkość zanikania oddziaływania

zwartego obwodu jest określona elektromagnetyczną stałą czasową tego obwodu, wyrażającą się stosunkiem jego indukcyjności i rezystancji

$$T = \frac{L}{R} \tag{6.90}$$

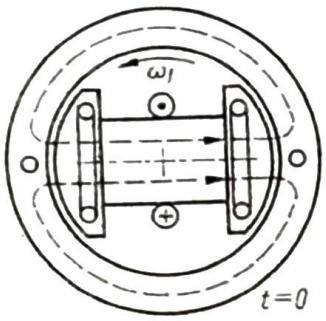
Zwarcie może nastąpić przy różnych wartościach prądu obciążenia i w różnym położeniu wirnika, a więc i strumienia wirującego względem każdej fazy twornika. Załóżmy dla uproszczenia, że rozpatrujemy zwarcie symetryczne i że zwarcie dokonuje się w stanie jałowym maszyny. W rozpatrywanym stanie pracy można obwód wzbudzenia traktować jako zwarty dla indukujących się w nim napięć zmiennych.

Ze wszystkich możliwych położeń wirnika w chwili zwarcia (a więc strumienia wytworzonego przez prąd wzbudzający) można wyróżnić dwie sytuacje skrajne, a mianowicie:

a) zwarcie następuje w chwili, gdy oś poprzeczna wirnika pokrywa się z osią rozpatrywanej fazy; w tym stanie w uzwojeniu rozpatrywanej fazy indukuje się maksymalne napięcie, a nie kojarzy się z tym uzwojeniem strumień wytworzony przez prąd wzbudzający;

b) zwarcie następuje w chwili, gdy oś podłużna wirnika pokrywa się z osią rozpatrywanej fazy; w tym momencie w uzwojeniu danej fazy twornika nie indukuje się żadne napięcie, natomiast z uzwojeniem tym jest skojarzony pełny strumień wzbudzenia.

Rozważmy najpierw przypadek, gdy w chwili zwarcia oś poprzeczna pokrywa się z osią rozpatrywanej fazy (rys. 6.59).

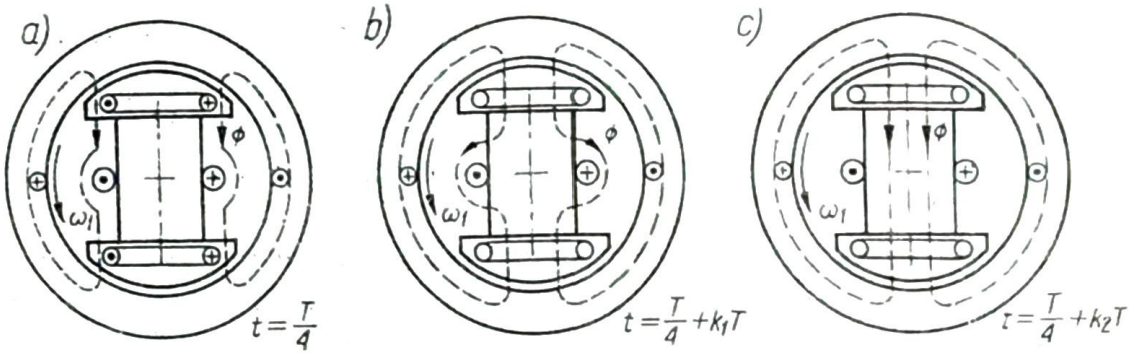


Rys. 6.59. Położenie wirnika w chwili zwarcia, gdy strumień wzbudzenia nie sprzęga się z uzwojeniem rozpatrywanej fazy

Niech uzwojenie rozpatrywanej fazy twornika reprezentuje jeden zwój, znajdujący się w płaszczyźnie poziomej. W wirniku, oprócz prądów w uzwojeniu wzbudzenia, rozpatrzymy prądy płynące w zwartych zwojach reprezentujących klatkę tłumiącą i rdzeń magnetyczny.

Ponieważ w chwili $t = 0$ z uzwojeniem stojana nie kojarzy się żaden strumień, więc po zwarciu w obwodzie stojana pojawi się taki prąd, że strumień wypadkowy skojarzony z uzwojeniem fazy jest równy zeru. Jeżeli pominie się wpływ rezystancji uzwojenia stojana, to prąd stojana zmienia się sinusoidalnie, gdyż jego przepływ kompensuje zmieniający się sinusoidalnie, skojarzony z tym uzwojeniem, przepływ wirnika. Pojawiający się przepływ stojana wytwarza strumień, który

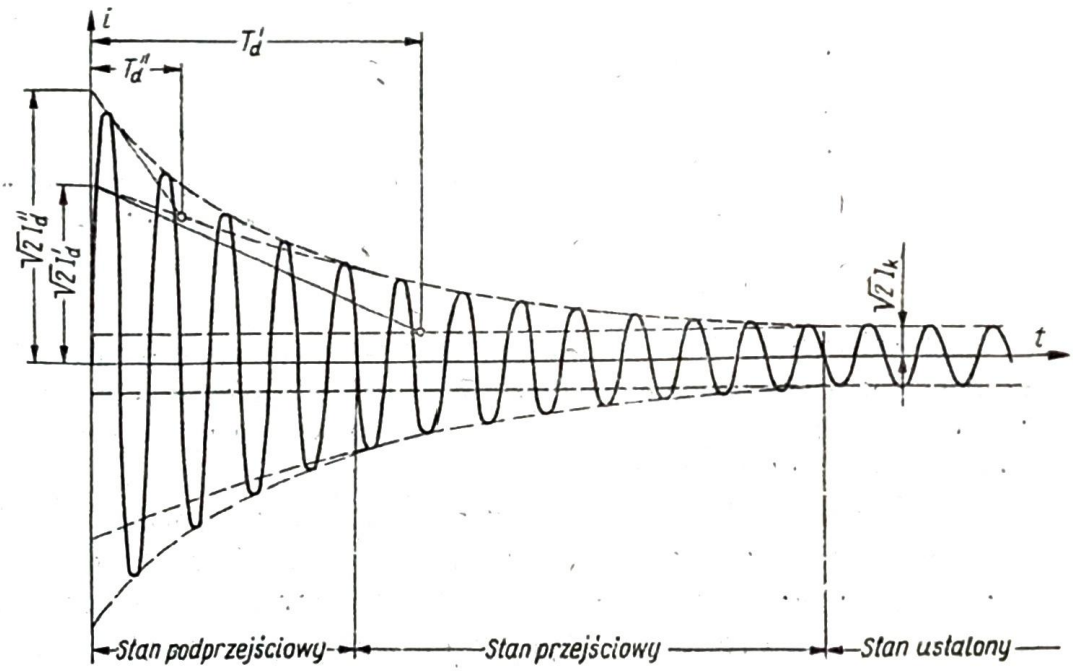
z kolei kojarzy się z uzwojeniem wzbudzenia i uzwojeniem tłumiącym. W pierwszej chwili w obu tych obwodach — praktycznie zwartych — pojawiają się prądy, które uniemożliwiają przenikanie strumienia stojana przez obwód magnetyczny wirnika (rys. 6.60a), gdyż te dwa obwody wirnika działają jak gdyby ekranująco na strumień wytworzony przez prąd stojana.



Rys. 6.60. Wpływ ekranującego działania uzwojeń wirnika na przebieg strumienia wytwarzanego przez prąd zwarciowy stojana w przypadku, gdy w chwili zwarcia oś poprzeczna wirnika jest zgodna z osią uzwojenia rozpatrywanej fazy stojana: a) w stanie podprzejściowym; b) w stanie przejściowym c) w stanie ustalonym

Ponieważ droga strumienia przechodzi na dużym odcinku przez powietrze, więc reluktancja jest duża, a zatem reaktancja obwodu stojana jest mała. Tę reaktancję nazywa się **podprzejściową** i określa symbolem X''_d. Wobec małej reaktancji w zwartym obwodzie stojana płynie duży prąd; stan ten nazywa się **podprzejściowym**.

Rezystancja uzwojeń wirnika powoduje zanikanie ekranującego działania tych uzwojeń. Najpierw zanika ekranowanie klatki tłumiącej ze stałą czasową T''_d;



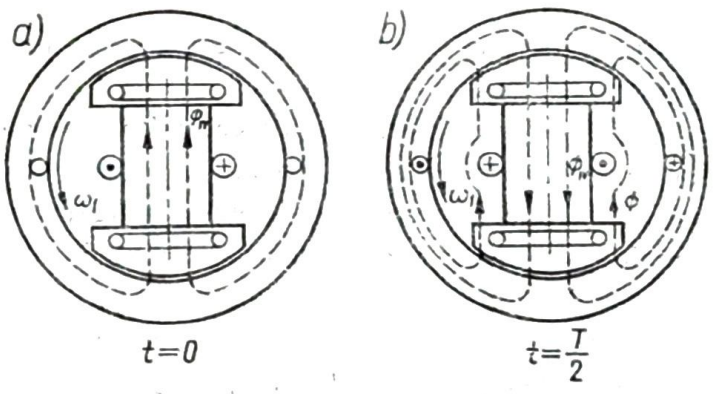
Rys. 6.61. Przebieg prądu w uzwojeniu stojana w przypadku, gdy w chwili zwarcia oś poprzeczna wirnika jest zgodna z osią rozpatrywanej fazy stojana

(rys. 6.61); strumień stojana omija jeszcze uzwojenie wzbudzenia (rys. 6.60b). Stan ten nazywa się przejściowym; charakteryzuje go reaktancja X'_d, zwana reaktancją przejściową. Ekranujące działanie obwodu wzbudzenia zanika ze stałą czasową T'_d, aż wreszcie niknie oddziaływanie obu uzwojeń wirnika i strumień zamyka się wzdłuż drogi magnetycznej, kojarzącej się z obu uzwojeniami (rys. 6.60c); jest to ustalony stan zwarcia.

Rysunek 6.61 ilustruje przebieg prądu w uzwojeniu stojana w przypadku położenia wirnika względem rozpatrywanej fazy w momencie jak na rys. 6.59. Przebieg ten charakteryzuje się zanikaniem amplitudy i skutecznej wartości prądu wg krzywej wykładniczej określonej dwiema stałymi czasowymi: T''_d w stanie podprzejściowym i T'_d w stanie podprzejściowym i przejściowym. Te dwie stałe czasowe można wyznaczyć z wykresu $i=f(t)$ jako czas, w ciągu którego amplituda danego prądu zmniejsza się do 0,368 wartości początkowej. Względne wartości reaktancji charakterystycznych dla stanów podprzejściowego, przejściowego i ustalonego w maszynie z klatką tłumiącą mieszczą się zwykle w granicach: $X''_d \approx 0{,}1-0{,}15$; $X'_d \approx 0{,}20-0{,}40$; $X_d \approx 1{,}5-2{,}7$.

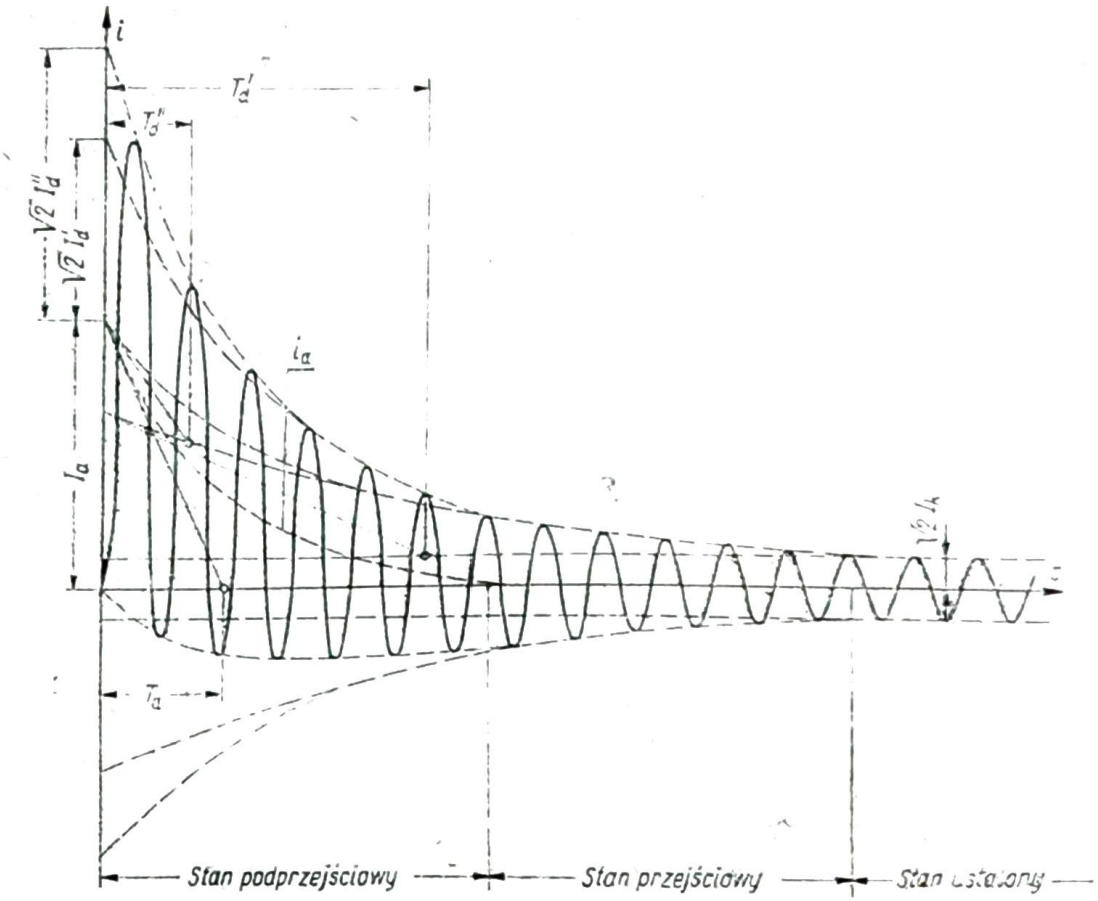
W maszynach bez klatki tłumiącej różnica między X''_d i X'_d jest bardzo mała, gdyż rolę klatki odgrywa tylko lity blok wirnika; jeżeli wirnik jest zrobiony z blach, to praktycznie $X''_d = X'_d$.

Rozpatrzymy teraz przypadek, gdy w chwili zwarcia oś podłużna jest zgodna z osią rozpatrywanej fazy, czyli że w chwili zwarcia jest z daną fazą skojarzony pełny strumień magnetyczny (rys. 6.62).



Rys. 6.62. Wpływ ekranującego działania uzwojeń wirnika na przebieg strumienia wytwarzanego przez prąd zwarciowy stojana w przypadku, gdy w chwili zwarcia oś podłużna wirnika jest zgodna z osią uzwojenia rozpatrywanej fazy stojana: a) stan w chwili $t=0$; b) w stanie podprzejściowym ($t=T/2$)

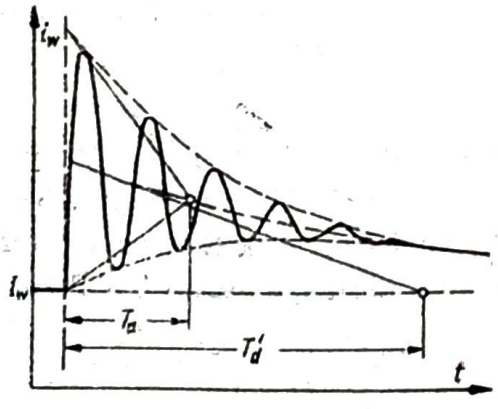
W rozpatrywanej fazie pojawia się teraz prąd jednokierunkowy, który stara się podtrzymać taki strumień skojarzony, jaki jest w chwili zwarcia (rys. 6.63). Prąd ten, zawierający składową aperiodyczną i_a, zanika wskutek tłumienia w rezystancji twornika, przy czym składowa i_a jest tłumiona ze stałą czasową T_a. Prąd w stanie nieustalonym jest poza tym określony tymi samymi dwiema stałymi czasowymi, wynikającymi z tłumiącego działania prądu wzbudzającego i prądu klatki (rys.



Rys. 6.63. Przebieg prądu stojana w przypadku, gdy w chwili zwarcia oś podłużna jest zgodna z osią rozpatrywanej fazy stojana

6.62b). Zawartość składowej aperiodycznej i_a jest zależna od tego, jak duży strumień sprzęga się z danym uzwojeniem w chwili zwarcia.

Dotychczas rozpatrywaliśmy przebiegi dotyczące tylko strumieni w osi podłużnej i stąd na wykresach oznaczono prądy jako I_d'' i I_d'. Należałoby jeszcze rozpatrzyć zjawiska występujące w osi poprzecznej, które wymagają oddzielnego traktowania, gdyż nie występuje tu strumień wzbudzenia, a strumień oddziaływania twornika nie kojarzy się z uzwojeniem wzbudzenia. Natomiast klatka tłumiąca (rozruchowa) i lity blok działają tak samo w osi poprzecznej, jak w osi podłużnej. Stąd reaktancja przejściowa X_q' może być przyjęta jako równa X_q, natomiast reaktancja podprzejściowa X_q'' może być przyjmowana jako równa reaktancji X_d''.



Rys. 6.64. Przebieg prądu wzbudzenia w stanie nieustalonym przy zwarciu uzwojenia stojana

W stanach nieustalonych pojawiają się również w obwodzie wzbudzenia dodatkowe prądy, wynikające z działania przepływu stojana. Składowe periodyczne prądów nieustalonych stojana wytwarzają pole wirujące, więc powodują pojawienie się w uzwojeniu wzbudzenia prądu aperiodycznego tłumionego, natomiast składowe aperiodyczne prądów stojana wytwarzają pole nieruchome, zatem dają składową periodycznie zmienną nieustalonego prądu zwarciowego. Ostatecznie przebieg prądu w obwodzie wzbudzenia ma charakter taki, jak pokazano na rys. 6.64.

Ponieważ stałe czasowe T_d'' i T_d' są w typowych maszynach synchronicznych bardzo małe ($T_d'' = \sim 0{,}02 - 0{,}1$ s, $T_d' = \sim 0{,}1 - 2$ s), więc nieustalone udarowe prądy zwarcia, mimo znacznych ich chwilowych wartości nie są groźne ze względu na ich skutki cieplne. Natomiast niebezpieczne dla maszyny jest działanie dynamiczne sił występujących przy zwarciach. Dlatego przepisy budowy maszyn wymagają, aby przy zwarciu symetrycznym maszyny wzbudzonej w stanie jałowym do napięcia 1,05 U_n maksymalna chwilowa wartość udarowego prądu zwarcia nie przekraczała 15-krotnej wartości amplitudy prądu znamionowego.

6.6.4. Regulacja wzbudzenia, forsowanie wzbudzenia, gaszenie pola, samowzbudzenie

Regulacja wzbudzenia ma na celu utrzymanie żądanego napięcia sieci lub doprowadzenie maszyny do pracy przy żądanym współczynniku mocy. Uzwojenie wzbudzenia jest z reguły zasilane ze wzbudnicy zamontowanej na wspólnym wale, rzadziej z prądnicy napędzanej oddzielnym silnikiem.

Wzbudnicą jest prądnica prądu stałego, bocznikowa lub obcowzbudna, albo wzmacniacz elektromaszynowy (amplidyna, rototrol). Wzbudnice dużych maszyn są maszynami dość znacznej mocy (rzędu kilkudziesięciu a nawet kilkuset kilowatów); ich obwód wzbudzenia jest wówczas z reguły zasilany przez dodatkową prądnicę, zwaną podwzbudnicą lub wzbudnicą pilotującą.

Regulacja prądu wzbudzającego maszyny synchronicznej odbywa się przez regulację prądu wzbudzającego wzbudnicy lub podwzbudnicy. Regulacja ta odbywa się niekiedy ręcznie, zwykle jednak maszyna jest wyposażona w urządzenie automatycznej regulacji prądu wzbudzającego.

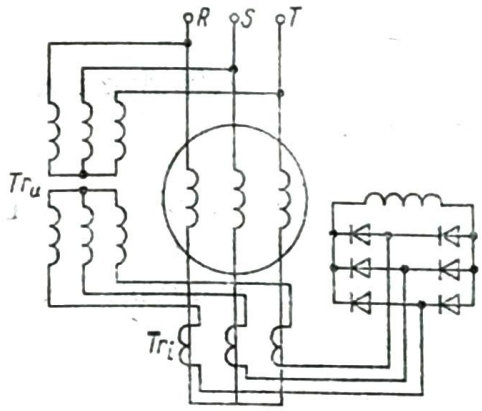
W razie pojawienia się zakłóceń w sieci, spowodowanych np. nagłym odłączeniem danej maszyny spod napięcia lub odłączeniem innej prądnicy pracującej na wspólną sieć, istnieje potrzeba szybkiej regulacji wzbudzenia w kierunku zwiększenia lub osłabienia pola magnetycznego. W przypadku zwarcia w sieci występuje nagły spadek napięcia; wymagany jest wówczas szybki, nawet kilkakrotny wzrost prądu wzbudzającego, nazywany forsowaniem wzbudzenia. Układ regulacyjny dający forsowanie wzbudzenia musi zapewnić powrót do poprzednich warunków pracy po ustaniu zwarcia lub odłączeniu zwartego odcinka sieci.

Jeżeli nastąpi nagłe odłączenie prądnicy od sieci, w której prądnica pracuje, to powstaje niebezpieczeństwo wzrostu napięcia na zaciskach prądnicy do wartości znacznie wyższej od znamionowej. Aby temu przeciwdziałać, należy szybko zmniejszyć strumień przez odwzbudzenie maszyny, zwane gaszeniem pola. Również

gdy wystąpią zwarcia w uzwojeniu, a także w razie dłużej utrzymujących się zwarć w sieci maszyna musi być szybko odwzbudzona.

Ze względu na procesy regulacji wzbudnice muszą mieć odpowiednie własności ruchowe. Jedną z nich jest prędkość narastania wzbudzenia, określona jako przyrost napięcia na sekundę, gdy wzbudnica jest napędzana z prędkością znamionową oraz wzbudzona do napięcia znamionowego i w tym stanie pracy zostaje zwarta odpowiednia rezystancja regulacyjna, włączona w obwód wzbudzenia. Wyznaczenie prędkości narastania napięcia przeprowadza się dla zastępczego liniowego wzrostu napięcia za okres pół sekundy od chwili zwarcia rezystancji regulacyjnej.

Zamiast wzbudnicy prądu stałego stosuje się niekiedy wzbudzenie z sieci prądu przemiennego przy użyciu odpowiednich układów prostownikowych. Prąd wzbudzający jest sterowany w funkcji napięcia na zaciskach i prądu obciążenia twornika. W takich układach samowzbudzenia prądnic stosowane są elementy



Rys. 6.65. Układ samowzbudzenia prądnicy synchronicznej z transformatorem napięciowym Tr_u i prądowym Tr_i oraz półprzewodnikowym układem prostownikowym

półprzewodnikowe, połączone w trójfazowe układy mostkowe (rys. 6.65). Układy samowzbudzenia z zastosowaniem półprzewodników zwiększają pewność ruchu i sprawność prądnicy.

6.7. MASZYNY SYNCHRONICZNE SPECJALNE

W ostatnich latach znalazły szerokie zastosowanie małe silniki synchroniczne specjalnej konstrukcji, bez wzbudzenia. Głównymi przedstawicielami tej grupy są silniki reluktancyjne, z magnesami trwałymi na wirniku oraz histerezowe. W grupie silników reluktancyjnych należy wspomnieć o silnikach reduktorowych i impulsowych.

W pewnym sensie do maszyn synchronicznych należą też silniki skokowe (zwane również krokowymi) oraz łącza sprzężenia synchronicznego (selsyny i magnesyny); przy omawianiu silników synchronicznych ograniczono się jedynie do maszyn wirujących, charakteryzujących się stałą, synchroniczną prędkością obrotową.

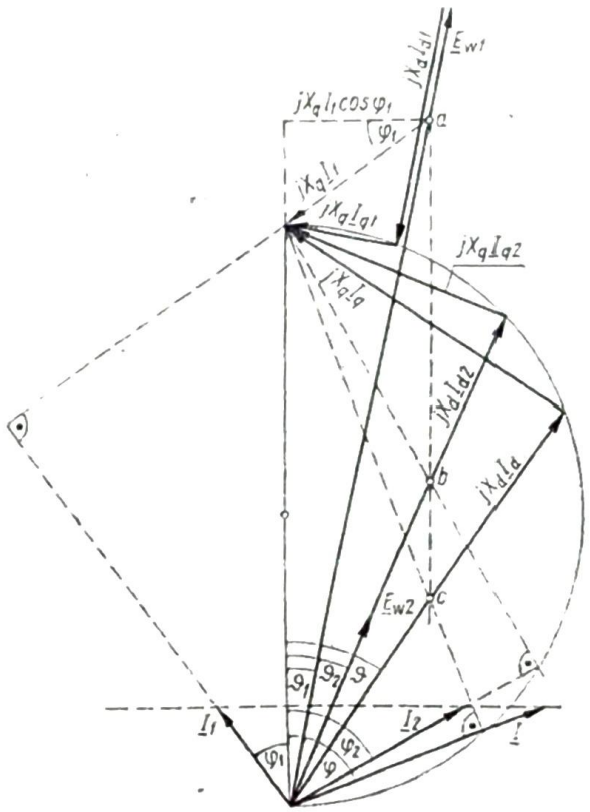
Wśród silników synchronicznych istnieje ogromna liczba różnego rodzaju odmian i typów; przedstawienie ich sprowadzi się z konieczności do omówienia tylko kilku najczęściej stosowanych.

6.7.1. Silniki reluktancyjne

Małe silniki synchroniczne są często budowane jako jawnobiegunowe, bez wzbudzenia. Jedynym momentem obrotowym, jaki w nich występuje, jest moment reluktancyjny, w odniesieniu do większych maszyn określony drugim składnikiem wzoru (6.65)

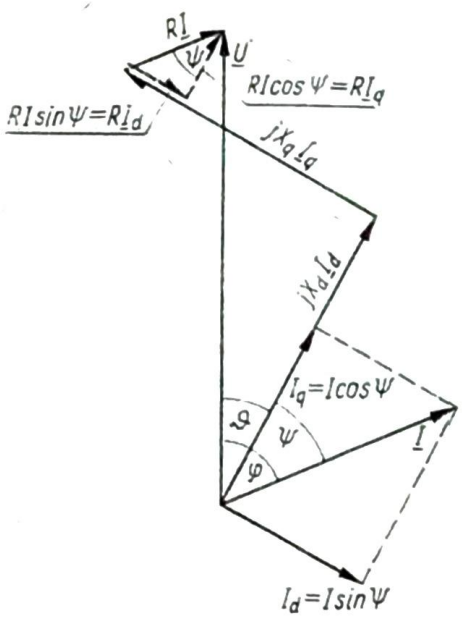
$$M = 9{,}55 \frac{m}{n_1} \frac{U^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\vartheta$$

Własności ruchowe silnika reluktancyjnego określimy na podstawie wykresu wskazowego, który można otrzymać z przytoczonego w rozdz. 6.5 wykresu wskazowego silnika synchronicznego jawnobiegunowego przy warunku $E_w = 0$.

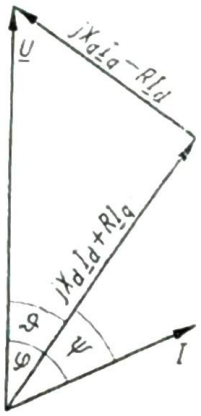


Rys. 6.66. Wykres wskazowy silnika synchronicznego jawnobiegunowego przy $P = \text{const}$ i trzech wartościach napięć: E_{w1}, E_{w2} oraz $E_w = 0$

Na rysunku 6.66 przedstawiono wykres wskazowy silnika wzbudzonego do wartości E_{w1}. Załóżmy, że przy stałej mocy obciążenia zmniejszamy prąd wzbudzający, a więc wartość napięcia E_w od E_{w1} do E_{w2}, a następnie do zera. Ponieważ napięcie $jX_q\underline{I}_q$ oraz napięcie $\underline{E}_d = \underline{E}_w + jX_d\underline{I}_d$ tworzą dwie przyprostokątne trójkąta prostokątnego, którego przeciwprostokątną jest napięcie U, więc początek wskazu $jX_q\underline{I}_q$ przemieszcza się po okręgu koła, którego średnicą jest wskaz napięcia U. Rzut wskazu $jX_q\underline{I}$ na oś poziomą jest miarą mocy czynnej, a zatem punkty a, b, c, które każdorazowo dzielą $jX_d\underline{I}_d$ w proporcji reaktancji synchronicznych, leżą na jednej prostej pionowej. Stąd dla kąta ϑ_2 otrzymujemy punkt b, umożliwiający określenie wartości napięcia E_{w2}. Stan przy $E_w = 0$ można określić, znajdując punkt c na okręgu, który spełnia warunek, że dzieli odcinek od tego punktu do początku



Rys. 6.67. Wykres wskazowy silnika synchronicznego reluktancyjnego z uwzględnieniem rezystancji stojana R



Rys. 6.68. Wykres wskazowy silnika reluktancyjnego (spadek napięcia na rezystancji włączony do napięć na reaktancji podłużnej i poprzecznej)

układu w proporcji reaktancji. Z położenia punktów b i c wynikają prądy $\underline{I}_2$ oraz $\underline{I}$, przy czym składowa czynna prądu pozostaje stała.

Z wykresu wskazowego przy $E_w = 0$ z rys. 6.66 otrzymamy wykres przy $R = 0$, jeżeli do wskazu U dodamy spadek napięcia na tej rezystancji (rys. 6.67). Rzutując $R\underline{I}$ na oś podłużną i poprzeczną oraz dodając odpowiednie składowe do napięć $jX_q\underline{I}_q$ i $jX_d\underline{I}_d$, otrzymujemy wykres wskazowy (rys. 6.68), z którego wynika

$$U\cos\vartheta = X_d I_d + RI_q \tag{6.91}$$

$$U\sin\vartheta = X_q I_q - RI_d \tag{6.92}$$

Przy symetrycznym zasilaniu moc mechaniczna (z pominięciem strat w rdzeniu) wynosi

$$P_m = P_1 - P_{Cu} = mUI\cos\varphi - mRI^2 \tag{6.93}$$

Wyrażając moc pobraną P_1 przez kąt mocy, otrzymujemy

$$P_1 = mUI\cos(\psi+\vartheta) = mU(I\cos\psi\cos\vartheta - I\sin\psi\sin\vartheta) =$$

$$= mU(I_q\cos\vartheta - I_d\sin\vartheta) \tag{6.94}$$

Z (6.91) i (6.92) wynikają zależności

$$I_d = U\frac{X_q'\cos\vartheta - R\sin\vartheta}{X_d X_q + R^2} \tag{6.95}$$

$$I_q = U\frac{X_d\sin\vartheta + R\cos\vartheta}{X_d X_q + R^2} \tag{6.96}$$

Podstawiając (6.95) i (6.96) w wyrażeniu (6.94), otrzymujemy

$$P_1 = m\frac{U^2}{2}\frac{(X_d - X_q)\sin 2\vartheta + 2R}{X_d X_q + R^2} \tag{6.97}$$

Straty w miedzi wyrażają się związkiem

$$\Delta P_{Cu} = mR(I_d^2 + I_q^2) = \\ = \frac{mU^2}{(X_d X_q + R^2)^2}[(X_d^2 \sin^2\vartheta + X_q^2 \cos^2\vartheta)R + R^2(X_d - X_q)\sin 2\vartheta + R^3] \tag{6.98}$$

Podstawiając (6.97) i (6.98) w (6.93), otrzymujemy

$$P_m = \frac{mU^2(X_d - X_q)}{2(X_d X_q + R^2)^2}[(X_d X_q - R^2)\sin 2\vartheta - 2R(X_d + X_q)\sin^2\vartheta + 2RX_q] \tag{6.99}$$

Korzystając ze związku $\sin^2\vartheta = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\vartheta)$, otrzymujemy

$$P_m = \frac{mU^2(X_d - X_q)}{2(X_d X_q + R^2)^2}[(X_d X_q - R^2)\sin 2\vartheta + \\ + R(X_d + X_q)\cos 2\vartheta - R(X_d - X_q)] \tag{6.100}$$

a oznaczając

$$X_d X_q - R^2 = c\cos\gamma \tag{6.101}$$

$$R(X_d + X_q) = c\sin\gamma \tag{6.102}$$

otrzymujemy

$$P_m = \frac{mU^2(X_d - X_q)}{2(X_d X_q + R^2)^2}[\sqrt{(X_d^2 + R^2)(X_q^2 + R^2)}\sin(2\vartheta - \gamma) - R(X_d - X_q)] \tag{6.103}$$

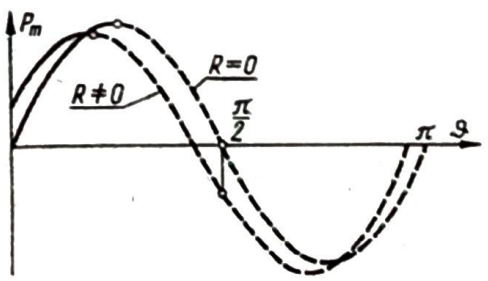
gdzie

$$\gamma = \operatorname{arc\,tg}\frac{R(X_d + X_q)}{X_d X_q - R^2} \tag{6.104}$$

Jest to bardziej ogólny wzór na moc reluktancyjną, obowiązujący również dla silników jawnobiegunowych większych mocy. Jeżeli podstawimy $R = 0$, to otrzymujemy $\gamma = 0$, a moc wyraża się wzorem

$$P_m = \frac{mU^2(X_d - X_q)}{2X_d X_q}\sin 2\vartheta \tag{6.105}$$

znanym z ogólnej teorii dużych maszyn synchronicznych.



Rys. 6.69. Charakterystyka kątowa silnika reluktancyjnego z uwzględnieniem rezystancji stojana

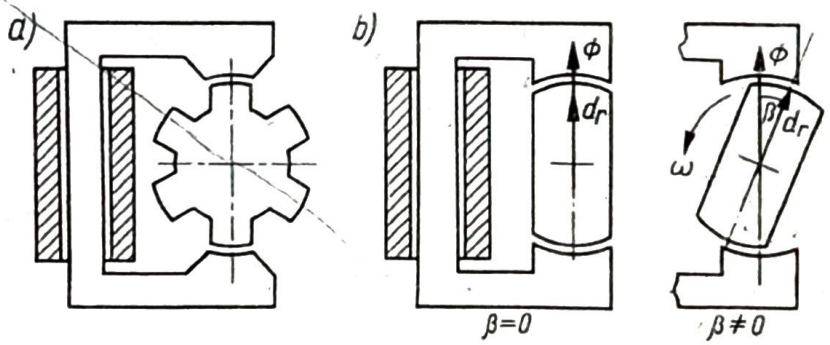
Moc wyrażona wzorem (6.103) ma zatem dwa składniki: składnik zależny sinusoidalnie od kąta $2\vartheta-\gamma$ oraz składnik stały. Przebieg mocy reluktancyjnej w funkcji kąta mocy przy $R=0$ i $R\neq 0$ ilustruje rys. 6.69. Z przebiegu krzywych $P_m=f(\vartheta)$ widać, że rezystancja R ma wpływ na wartość mocy maksymalnej i przeciążalność silnika.

Silniki reluktancyjne mają na stojanie uzwojenie trójfazowe, zasilane z sieci trójfazowej lub uzwojenie dwufazowe z kondensatorem w jednej fazie, zasilane z sieci jednofazowej. Wirniki mają taką konstrukcję, aby reluktancja podłużna znacznie różniła się od poprzecznej.

Rys. 6.70. Typowe odmiany konstrukcyjne wirników silników reluktancyjnych małych mocy

Kilka podstawowych odmian wirników silników reluktancyjnych czterobiegunowych ilustruje rys. 6.70. Na rysunku przedstawiono: wirnik z litej stali z dodatkową klatką rozruchową, wykonaną z miedzianych lub mosiężnych prętów zwartych pierścieniami, wirnik wykonany ze stali z przekładkami niemagnetycznymi i wirnik o budowie jawnobiegunowej z klatkami rozruchowymi, oddzielnymi na każdym nabiegunniku.

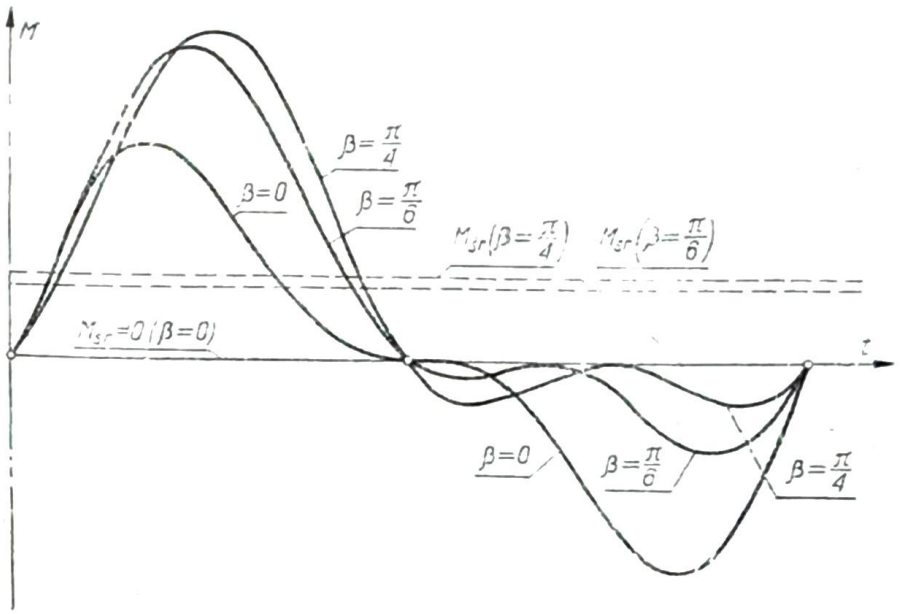
Silniki reluktancyjne są również wykonywane jako jednofazowe, znane pod nazwą silników momentowych lub impulsowych. W stojanie silnika jest ułożone uzwojenie skupione w postaci cewki, wirnik ma kształt rozetki o parzystej liczbie par biegunów (rys. 6.71).



Rys. 6.71. Model silnika impulsowego: a) silnik 6-biegunowy, b) silnik 2-biegunowy

Silnik taki nie ma własnego momentu rozruchowego. Jeżeli jednak zostanie doprowadzony do prędkości synchronicznej, to pojawia się moment, zależny od kąta β, określonego położeniem osi podłużnej wirnika d_r względem osi biegunów w momencie gdy strumień osiąga wartość maksymalną.

Zasadę działania silnika impulsowego wygodniej jest zilustrować na modelu, którego wirnik ma jedną parę biegunów (rys. 6.71b). Dla podobnego modelu maszyny określono przebieg momentu w funkcji czasu wzorem (2.101) $m=\frac{I^2}{2}(L_d-L_q)\cos 2\omega t \sin 2(\omega t-\beta)$.

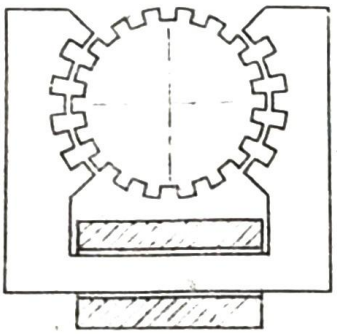


Rys. 6.72. Wykres momentu silnika impulsowego przy różnych wartościach kąta β

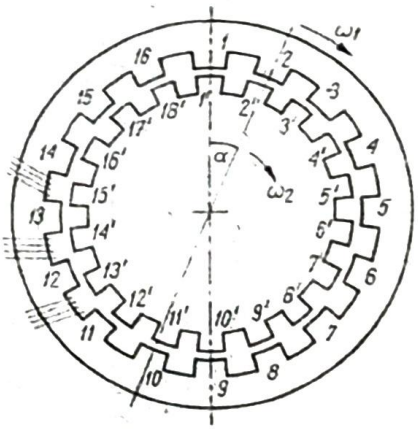
Przebieg momentu w funkcji czasu przy $\beta=0$ i $\beta\neq 0$ ilustruje rys. 6.72. Średnia wartość momentu za całkowitą liczbę okresów wg (2.102) $M_{śr}=\frac{1}{4}I^2(L_d-L_q)\sin 2\beta$.

Widać stąd, co można również wywnioskować z wykresu $M=f(t)$, że przy $\beta=0$ moment średni jest równy zeru. Maksymalny moment średni występuje przy $\beta=\pi/4$. Dla uzyskania większego momentu średniego wykonuje się stojan uzębiony (rys. 6.73) i wówczas moment jest sumą momentów działających na jeden ząb.

Do grupy silników reluktancyjnych należy również tzw. silnik reduktorowy (rys. 6.74). W żłobkach stojana umieszczone jest uzwojenie trójfazowe lub



Rys. 6.73. Model silnika impulsowego o uzębionych biegunach stojana



Rys. 6.74. Zasada budowy silnika reduktorowego

dwufazowe, które wytwarza wirujące pole magnetyczne. Liczba zębów stojana jest o dwa mniejsza lub większa od liczby zębów wirnika. Gdy wirujące pole magnetyczne znajduje się np. w położeniu pionowym, to wirnik ustawia się tak, aby w tej osi strumienia zęby stojana i wirnika leżały naprzeciw siebie. Gdy pole obróci się o pewien kąt α, to wirnik znów tak się ustawi, aby zęby w nowej osi strumienia były ustawione naprzeciw siebie. Wynika stąd, że na jeden obrót pola wirnik obróci się o dwa zęby, a zatem prędkość wirnika wynosi

$$n = n_1 \frac{z_2 - z_1}{z_2} \tag{6.106}$$

gdzie: n_1 — prędkość synchroniczna pola stojana; z_1, z_2 — liczby zębów stojana i wirnika.

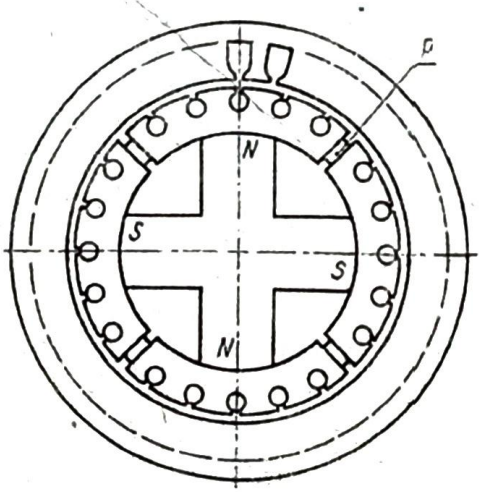
Moment wytworzony w silniku reduktorowym można traktować jako moment harmonicznych pól żłobkowych. W silnikach indukcyjnych — szczególnie klatkowych — wyższe harmoniczne pola magnetycznego, wywołane żłobkowaniem stojana i wirnika są zjawiskiem szkodliwym i tak się dobiera liczbę żłobków stojana i wirnika, by harmoniczne te możliwie zmniejszyć. Natomiast w silniku reduktorowym moment ten jest jedynym użytecznym momentem napędowym.

Istnieje wiele odmian silników reduktorowych. Przy dużej liczbie żłobków otrzymuje się prędkość znacznie mniejszą niż synchroniczna, mamy tu więc do czynienia z redukcją prędkości obrotowej drogą elektryczną.

6.7.2. Silniki synchroniczne z magnesem trwałym

Silniki synchroniczne z trwałym magnesem, umieszczonym na wirniku, są wykonywane najczęściej jako jednofazowe, ze zwartym uzwojeniem pomocniczym (wykonanym w postaci jednego zwoju) na części bieguna. Do uzyskania momentu rozruchowego służy umieszczona na wirniku klatka rozruchowa. Wirnik jest zbudowany z materiału o dużym strumieniu remanentu (tzw. materiału magnetycznego twardego), magnesowanego zwykle już po zmontowaniu maszyny.

Najbardziej typowym przedstawicielem silników synchronicznych z magnesem trwałym jest silnik *Merrilla*, zwany też **permasynem**. Zasadę budowy tego silnika przedstawia rys. 6.75.



Rys. 6.75. Zasada budowy silnika z magnesem trwałym (permasynu)

Magnes trwały jest wprasowany w pierścień z blach, w którym znajduje się klatka rozruchowa. Dla zmniejszenia pola rozproszenia biegunów magnesu wstawione są w pierścienie między biegunami cienkie przekładki niemagnetyczne *p*. Reluktancja tych przekładek nie jest jednak bardzo duża, gdyż w razie wymontowania wirnika z maszyny musi się przez nie zamknąć strumień magnesów trwałych (gdyby reluktancja była bardzo duża, to wystąpiłoby silne osłabienie magnesów), a poza tym w chwili rozruchu, gdy strumień wiruje względem wirnika, musi się on w większej swej części zamknąć przez pierścienie, a nie przez magnesy, gdyż wówczas wystąpiłoby ich przemagnesowywanie, a więc pogorszenie własności magnesu trwałego.

Dla wzmocnienia strumienia magnesu trwałego przeprowadza się w chwili rozruchu domagnesowanie przez zwiększenie napięcia zasilającego uzwojenia stojana do kilkakrotnej wartości napięcia znamionowego.

6.7.3. Silnik histerezowy

Silnikami histerezowymi nazywa się silniki synchroniczne (zwykle jednofazowe kondensatorowe lub ze zwartym uzwojeniem pomocniczym na części bieguna), których działanie polega na wykorzystaniu zjawiska histerezy magnetycznej. Wirniki takich silników są wykonane całkowicie lub częściowo w postaci pierścienia z twardej stali o szerokiej pętli histerezy. Niektóre wirniki silników histerezowych są wykonywane ze sproszkowanych spiekanych materiałów magnetycznych.

Dla określenia zależności momentu obrotowego od prędkości założymy, że pole jest kołowe i że moc doprowadzona do wirnika jest taka sama, gdy wirnik obraca się i gdy jest nieruchomy. Moc doprowadzona do wirnika P_e dzieli się na moc mechaniczną i moc strat histerezowych w rdzeniu wirnika

$$P_e = M\omega + \Delta P_{hist} = M\omega + V w_h f_1 s \tag{6.107}$$

gdzie: V — objętość rdzenia wirnika; f_1 — częstotliwość napięcia sieci; s — poślizg; w_h — straty histerezowe w jednostce objętości na 1 cykl przemagnesowania wirnika.

Przy nieruchomym wirniku ($\omega = 0$, $s = 1$) otrzymuje się

$$P_{e0} = V w_h f_1 \tag{6.108}$$

a więc przy założeniu, że $P_e = P_{e0} = \text{const}$, będzie

$$V w_h f_1 = M\omega + V w_h f_1 s \tag{6.109}$$

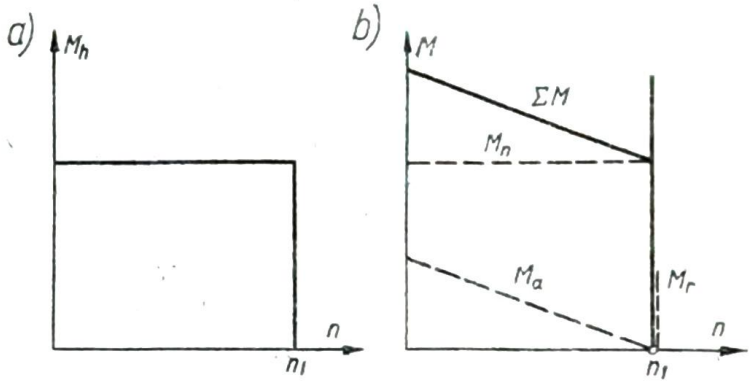
skąd

$$M = \frac{1}{\omega} V w_h f_1 (1-s) \tag{6.110}$$

ponieważ zaś $f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi}$ oraz $1-s = \frac{\omega}{\omega_1}$, więc

$$M = \frac{V w_h}{2\pi} \tag{6.111}$$

Moment obrotowy jest więc stały w zakresie prędkości od zera do synchronicznej (rys. 6.76a), a zależy jedynie od objętości wirnika i jednostkowych strat histerezowych.



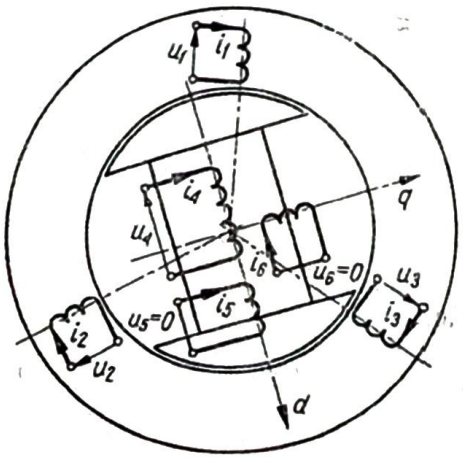
Rys. 6.76. Charakterystyki mechaniczne silnika histerezowego: a) moment histerezowy, b) moment wypadkowy ΣM jako suma momentu histerezowego M_h, asynchronicznego M_a i reluktancyjnego M_r

Moment histerezowy nie jest jedynym momentem występującym w omawianym silniku; oprócz niego występuje również moment asynchroniczny, wytworzony przez prądy płynące w rdzeniu wirnika oraz niekiedy moment reluktancyjny, wywołany anizotropowością, remanentem magnetycznym lub asymetrią mechaniczną (rys. 6.76b).

6.8. ZARYS OGÓLNEJ TEORII MASZYN SYNCHRONICZNYCH

6.8.1. Podstawowe równania napięć i momentów

Rozważmy jawnobiegunową maszynę synchroniczną (rys. 6.77) jako elektromechaniczny przetwornik energii. Dla uogólnienia rozważań wprowadzamy oprócz uzwojeń stojana i wzbudzenia dodatkowe dwa zwarte uzwojenia w osi podłużnej i poprzecznej, reprezentujące klatkę tłumiącą oraz lity rdzeń wirnika.



Rys. 6.77. Model jawnobiegunowej maszyny synchronicznej ze zwartymi obwodami wirnika w osiach d i q

Z równań Eulera-Lagrange'a dla współrzędnych elektrycznych otrzymujemy 6 równań napięć, które w zapisie macierzowym — analogicznie do (5.246) — mają postać

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \cdots \\ u_4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc:ccc} R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 & 0 & 0 & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & R_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_6 \end{array}\right] \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ \cdots \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} +$$

$$+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left\{\left[\begin{array}{ccc:ccc} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} & M_{15} & M_{16} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} & M_{25} & M_{26} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} & M_{35} & M_{35} \\ \hdashline M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} & M_{45} & 0 \\ M_{51} & M_{52} & M_{53} & M_{54} & M_{55} & 0 \\ M_{61} & M_{62} & M_{63} & 0 & 0 & M_{66} \end{array}\right] \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ \cdots \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix}\right\} \tag{6.112}$$

Równania te — podobnie jak (5.247) — wygodniej będzie zapisać w postaci równania hipermacierzowego, którego macierze wynikają z podziału macierzy w równaniu (6.112) na części dotyczące stojana i wirnika

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}^z \\ \mathbf{u}^w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}^z & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}^w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}^z \\ \mathbf{i}^w \end{bmatrix} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left\{\begin{bmatrix} \mathbf{M}^z(\varphi) & \mathbf{M}^{zw}(\varphi) \\ \mathbf{M}^{wz}(\varphi) & \mathbf{M}^w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}^z \\ \mathbf{i}^w \end{bmatrix}\right\} \tag{6.113}$$

Równanie Eulera-Lagrange'a dla współrzędnej mechanicznej daje moment elektromagnetyczny jak (5.250)

$$m_e = -\frac{1}{2}[\mathbf{i}^{zT}, \mathbf{i}^{wT}] \frac{\partial}{\partial \varphi} \begin{bmatrix} \mathbf{M}^z(\varphi) & \mathbf{M}^{zw}(\varphi) \\ \mathbf{M}^{wz}(\varphi) & \mathbf{M}^w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}^z \\ \mathbf{i}^w \end{bmatrix} \tag{6.114}$$

Wzory (6.113) i (6.114) różnią się od wzorów (5.247) i (5.250), dotyczących maszyny indukcyjnej, tylko tym, że indukcyjności uzwojenia stojana, określone macierzą $\mathbf{M}^z(\varphi)$ są w jawnobiegunowej maszynie synchronicznej funkcją kąta φ.

Dla uproszczenia rozważań przy wyprowadzaniu wzorów użytecznych do obliczeń przyjmujemy następujące założenia:

— uzwojenia stojana są identyczne i rozłożone są symetrycznie,

— uwzględnia się tylko podstawowe harmoniczne przepływów i indukcji magnetycznych,

— zakładamy liniowość charakterystyki magnesowania, a tym samym przyjmujemy, że indukcyjności własne i wzajemne uzwojeń nie zależą od prądów, a jedynie od położenia wirnika (współrzędnej φ).

Rezystancje stojana oznaczamy wspólnym symbolem

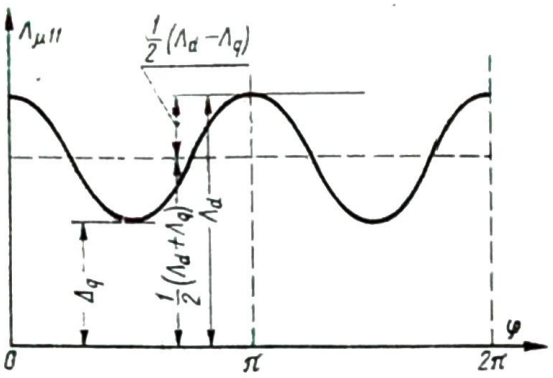
$$R^z = R_1 = R_2 = R_3 \tag{6.115}$$

6.8.2. Indukcyjności własne i wzajemne uzwojeń

Określmy najpierw zależność indukcyjności własnych stojana od kąta φ.

Prąd i_1 wytwarza strumień główny i strumień rozproszony, a zatem całkowita permeancja uzwojenia jest sumą permeancji obwodu rozproszenia i obwodu głównego

$$\Lambda_{11} = \Lambda_s^z + \Lambda_{\mu 11} \tag{6.116}$$



Rys. 6.78. Zmienność permeancji $\Lambda_{\mu 11}$ w funkcji kąta φ

Można przyjąć, że permeancja rozproszenia Λ_s^z jest stała, natomiast permeancja $\Lambda_{\mu 11}$ jest sinusoidalną funkcją kąta φ, przedstawioną na rys. 6.78. Zależność tę można zapisać wzorem

$$\Lambda_{\mu 11} = \frac{1}{2}(\Lambda_d + \Lambda_q) + \frac{1}{2}(\Lambda_d - \Lambda_q)\cos 2\varphi \tag{6.117}$$

Indukcyjność własna uzwojenia 1 wyraża się więc zależnością

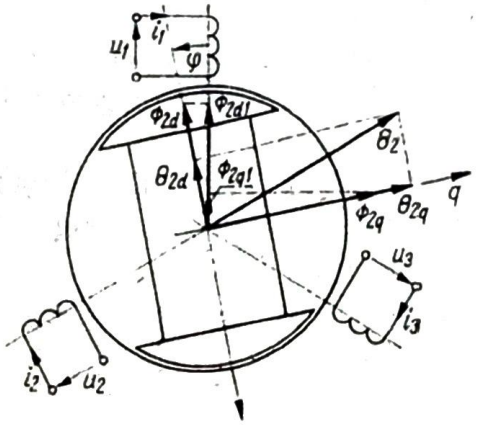
$$M_{11} = (z_z k_{uz})^2 \Lambda_{11} = L_s^z + M^z + \Delta M \cos 2\varphi \tag{6.118}$$

gdzie: $L_s^z = (z_z k_{uz})^2 \Lambda_s^z$; $M^z = \frac{1}{2}(\Lambda_d + \Lambda_q)(z_z k_{uz})^2$; $\Delta M = \frac{1}{2}(\Lambda_d - \Lambda_q)(z_z k_{uz})^2$.

Podobnie można określić

$$M_{22} = L_s^z + M^z + \Delta M \cos\left(2\varphi - \frac{4}{3}\pi\right) \tag{6.118a}$$

$$M_{33} = L_s^z + M^z + \Delta M \cos\left(2\varphi - \frac{2}{3}\pi\right) \tag{6.118b}$$



Rys. 6.79. Przepływy i strumienie do określenia indukcyjności wzajemnej uzwojeń stojana

Aby określić indukcyjność wzajemną M_{12}, wyraźmy strumień wytworzony przez prąd i_2, a skojarzony z uzwojeniem 1. Prąd i_2 wytwarza przepływ

$$\Theta_2 = z_z k_{uz} i_2 \tag{6.119}$$

którego składowe w osiach d i q (rys. 6.79) wynoszą

$$\Theta_{2d} = \Theta_2 \cos\left(\frac{2}{3}\pi - \varphi\right) \tag{6.120}$$

$$\Theta_{2q} = \Theta_2 \sin\left(\frac{2}{3}\pi - \varphi\right) \tag{6.121}$$

Przepływy te wytwarzają strumienie

$$\Phi_{2d} = \Theta_{2d} \Lambda_d \tag{6.122}$$

$$\Phi_{2q} = \Theta_{2q} \Lambda_q \tag{6.123}$$

a składowe tych strumieni w osi uzwojenia *1* wynoszą

$$\Phi_{2d1} = \Phi_{2d} \cos\varphi \tag{6.124}$$

$$\Phi_{2q1} = \Phi_{2q} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = -\Phi_{2q} \sin\varphi \tag{6.125}$$

Suma tych strumieni w osi uzwojenia *1*

$$\Phi_{12} = \Phi_{2d1} + \Phi_{2q1} \tag{6.126}$$

a strumień sprzężony

$$\Psi_{12} = z_z k_{uz} \Phi_{12} \tag{6.127}$$

Wykorzystując wzory (6.119)—(6.127), otrzymujemy zależność na indukcyjność wzajemną:

$$M_{12} = \frac{\Psi_{12}}{i_2} = (z_z k_{uz})^2 \Lambda_d \cos\varphi \cos\left(\frac{2}{3}\pi - \varphi\right) - \Lambda_q \sin\varphi \sin\left(\frac{2}{3}\pi - \varphi\right) \tag{6.128}$$

Jeżeli wyrazimy Λ_d i Λ_q następująco

$$\Lambda_d = \frac{1}{2}(\Lambda_d + \Lambda_q) + \frac{1}{2}(\Lambda_d - \Lambda_q)$$

$$\Lambda_q = \frac{1}{2}(\Lambda_d + \Lambda_q) - \frac{1}{2}(\Lambda_d - \Lambda_q)$$

to po przekształceniach otrzymujemy

$$M_{12} = -\frac{1}{2} M^{\Sigma} + \Delta M \cos\left(2\varphi - \frac{2}{3}\pi\right) \tag{6.129}$$

Określając podobnie pozostałe indukcyjności wzajemne, możemy zapisać macierz $\mathbf{M}^{zz}(\varphi)$ w postaci

$$\mathbf{M}^{zz}(\varphi)=$$

$$=\begin{bmatrix} L_s^z+M^z+\Delta M\cos 2\varphi & -\frac{1}{2}M^z+\Delta M\cos\left(2\varphi-\frac{2}{3}\pi\right) & -\frac{1}{2}M^z+\Delta M\cos\left(2\varphi-\frac{4}{3}\pi\right) \\ -\frac{1}{2}M^z+\Delta M\cos\left(2\varphi-\frac{2}{3}\pi\right) & L_s^z+M^z+\Delta M\cos\left(2\varphi-\frac{4}{3}\pi\right) & -\frac{1}{2}M^z+\Delta M\cos 2\varphi \\ -\frac{1}{2}M^z+\Delta M\cos\left(2\varphi-\frac{4}{3}\pi\right) & -\frac{1}{2}M^z+\Delta M\cos 2\varphi & L_s^z+M^z+\Delta M\cos\left(2\varphi-\frac{2}{3}\pi\right) \end{bmatrix} \tag{6.130}$$

Macierze indukcyjności wzajemnych uzwojeń stojana i wirnika wyrażają się następująco

$$\mathbf{M}^{zw}(\varphi)=\mathbf{M}^{wz\,T}_{(\varphi)}=\begin{bmatrix} M_4^d\cos\varphi & M_5^d\cos\varphi & -M_6^q\sin\varphi \\ M_4^d\cos\left(\varphi-\frac{2}{3}\pi\right) & M_5^d\cos\left(\varphi-\frac{2}{3}\pi\right) & -M_6^q\sin\left(\varphi-\frac{2}{3}\pi\right) \\ M_4^d\cos\left(\varphi-\frac{4}{3}\pi\right) & M_5^d\cos\left(\varphi-\frac{4}{3}\pi\right) & -M_6^q\sin\left(\varphi-\frac{4}{3}\pi\right) \end{bmatrix} \tag{6.131}$$

gdzie M_4^d, M_5^d i M_6^q są to indukcyjności maksymalne, odpowiadające współosiowemu położeniu odpowiednich uzwojeń.

Macierz indukcyjności własnych i wzajemnych wirnika można zapisać w postaci

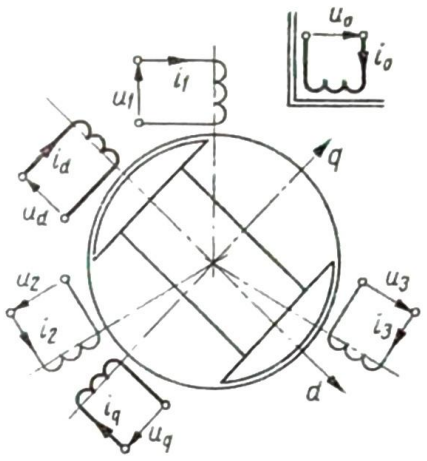
$$\mathbf{M}^w=\begin{bmatrix} L_{s4}+L_4 & M_{45} & 0 \\ M_{54} & L_{s5}+L_5 & 0 \\ 0 & 0 & L_{s6}+L_6 \end{bmatrix} \tag{6.132}$$

gdzie L_{s4}, L_{s5} i L_{s6} są odpowiednimi indukcyjnościami rozproszeń, L_4, L_5 i L_6 — indukcyjnościami własnymi, a $M_{45}=M_{54}$ — indukcyjnością wzajemną uzwojenia wzbudzenia i obwodu *5*.

6.8.3. Transformacja współrzędnych; równania Parka-Goriewa

Równania napięć (6.112) tworzą układ równań różniczkowych o zmiennych współczynnikach, zależnych od kąta φ, a zatem od czasu t. Aby doprowadzić ten układ równań do dogodniejszej postaci równań o stałych współczynnikach, dokonamy odpowiedniej transformacji współrzędnych stojana.

W maszynach synchronicznych najbardziej dogodną okazuje się transformacja do współrzędnych 0, *d*, *q* (zwanych *prostokątnymi współrzędnymi wirującymi* lub *współrzędnymi Parka*). Transformacja ta polega na zastąpieniu trójfazowego uzwojenia stojana dwoma uzwojeniami (rys. 6.80), usytuowanymi w osiach *d* i *q* (a więc wirującymi wraz z wirnikiem) oraz trzecim uzwojeniem (0), znajdującym się poza maszyną (nie sprzężonym z pozostałymi uzwojeniami maszyny).



Rys. 6.80. Model stojana maszyny synchronicznej jawnobiegunowej dla współrzędnych 0, *d*, *q*

Równoważność uzwojeń *1*, *2* i *3* oraz uzwojeń zastępczych 0, *d*, *q* można wyrazić związkiem między prądami i napięciami uzwojeń rzeczywistych i zastępczych. Np. dla prądów można napisać

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} C & C & C \\ \cos\varphi & \cos\left(\varphi-\frac{2}{3}\pi\right) & \cos\left(\varphi-\frac{4}{3}\pi\right) \\ -\sin\varphi & -\sin\left(\varphi-\frac{2}{3}\pi\right) & -\sin\left(\varphi-\frac{4}{3}\pi\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \tag{6.133}$$

Wartości liczbowe K i C wynikają z dodatkowych założeń. Ze względu na to, że przyjętą transformację zastosujemy do określenia momentu i mocy, uczynimy założenie, że moc chwilowa wyrażona przez nowe współrzędne i współrzędne rzeczywiste ma być taka sama

$$[u_0 \; u_d \; u_q] \begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} = [u_1 \; u_2 \; u_3] \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \tag{6.134}$$

przy czym transformacja napięć dokonuje się według tej samej zależności jak dla prądów

$$\begin{bmatrix} u_0 \\ u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \tag{6.135}$$

Ze wzorów (6.133), (6.134) i (6.135) wynika

$$[u_1 \; u_2 \; u_3] \mathbf{T}^T \mathbf{T} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = [u_1 \; u_2 \; u_3] \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \tag{6.136}$$

skąd

$$\mathbf{T}^T\mathbf{T} = \mathbf{E} \tag{6.137}$$

Po podstawieniu macierzy (6.133) otrzymuje się

$$K = \sqrt{\frac{2}{3}}; \quad C = \frac{1}{\sqrt{2}} \tag{6.138}$$

a zatem macierz transformacji ma postać

$$\mathbf{T} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\varphi & \cos\left(\varphi - \frac{2}{3}\pi\right) & \cos\left(\varphi - \frac{4}{3}\pi\right) \\ -\sin\varphi & -\sin\left(\varphi - \frac{2}{3}\pi\right) & -\sin\left(\varphi - \frac{4}{3}\pi\right) \end{bmatrix} \tag{6.139}$$

Zapiszmy na podstawie (6.113) równanie napięć stojana

$$\mathbf{u}^z = \mathbf{R}^z\mathbf{i}^z + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathbf{M}^z(\varphi)\mathbf{i}^z) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathbf{M}^{zw}(\varphi)\mathbf{i}^w)$$

i pomnóżmy obie strony lewostronnie przez macierz T

$$\mathbf{T}\mathbf{u}^z = \mathbf{R}^z\mathbf{T}\mathbf{i}^z + \mathbf{T}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathbf{M}^z(\varphi)\mathbf{i}^z) + \mathbf{T}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathbf{M}^{zw}(\varphi)\mathbf{i}^w) \tag{6.140}$$

Korzystając z reguły dotyczącej pochodnej iloczynu, otrzymujemy

$$\mathbf{T}\mathbf{u}^z = \mathbf{R}^z\mathbf{T}\mathbf{i}^z + \underbrace{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathbf{T}\mathbf{M}^z(\varphi)\mathbf{i}^z)}_{1} - \underbrace{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathbf{T})(\mathbf{M}^z(\varphi)\mathbf{i}^z)}_{2} + \underbrace{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathbf{T}\mathbf{M}^{zw}(\varphi)\mathbf{i}^w)}_{3} - \underbrace{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathbf{T})(\mathbf{M}^{zw}(\varphi)\mathbf{i}^w)}_{4} \tag{6.141}$$

Wykonajmy oddzielnie działanie określone w czterech zaznaczonych członach równania.

1. Wpisujemy macierz jednostkową między $\mathbf{M}^z(\varphi)$ a $\mathbf{i}^z$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathbf{T}\mathbf{M}^z(\varphi)\mathbf{i}^z) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathbf{T}\mathbf{M}^z(\varphi)\mathbf{T}^T\mathbf{T}\mathbf{i}^z) \tag{6.142}$$

i obliczamy iloczyn pierwszych trzech macierzy

$$\mathbf{T}\mathbf{M}^z(\varphi)\mathbf{T}^T = \begin{bmatrix} L_s^z & 0 & 0 \\ 0 & L_s^z + \frac{3}{2}(M^z + \Delta M) & 0 \\ 0 & 0 & L_s^z + \frac{3}{2}(M^z - \Delta M) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_0 & 0 & 0 \\ 0 & L_d & 0 \\ 0 & 0 & L_q \end{bmatrix} \tag{6.143}$$

gdzie

$$L_0 = L_s^z \tag{6.144}$$

$$L_d = L_s^z + \frac{3}{2}(M^z + \Delta M) \tag{6.145}$$

$$L_q = L_s^z + \frac{3}{2}(M^z - \Delta M) \tag{6.146}$$

zatem

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\mathbf{T}\mathbf{M}^z(\varphi)\mathbf{i}^z\right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} L_0 & 0 & 0 \\ 0 & L_d & 0 \\ 0 & 0 & L_q \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} \tag{6.147}$$

2. Podobnie jak wyżej dopisujemy macierz jednostkową

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathbf{T})\left(\mathbf{M}^z(\varphi)\mathbf{i}^z\right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathbf{T})\left(\mathbf{M}^z(\varphi)\mathbf{T}^T\mathbf{T}\mathbf{i}^z\right) \tag{6.148}$$

a po obliczeniu pochodnej **T** i pomnożeniu macierzy mamy

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathbf{T})\left(\mathbf{M}^z(\varphi)\mathbf{i}^z\right) = \omega\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_q \\ 0 & -L_q & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \omega\begin{bmatrix} 0 \\ L_q i_q \\ -L_d i_d \end{bmatrix} \tag{6.149}$$

3. $$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\mathbf{T}\mathbf{M}^{zw}(\varphi)\mathbf{i}^w\right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sqrt{\frac{3}{2}}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ M_4^d & M_5^d & 0 \\ 0 & 0 & M_6^q \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} \tag{6.150}$$

4. $$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathbf{T})\left(\mathbf{M}^{zw}(\varphi)\mathbf{i}^w\right) = \omega\sqrt{\frac{3}{2}}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_6^q \\ -M_4^d & -M_5^d & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} \tag{6.151}$$

Po podstawieniu we wzorze (6.141) otrzymujemy równania napięć stojana

$$\begin{bmatrix} u_0 \\ u_d \\ u_q \end{bmatrix} = R^z\begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} L_0 i_0 \\ L_d i_d \\ L_q i_q \end{bmatrix} + \omega\begin{bmatrix} 0 \\ -L_q i_q \\ L_d i_d \end{bmatrix} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sqrt{\frac{3}{2}}\begin{bmatrix} 0 \\ M_4^d i_4 + M_5^d i_5 \\ M_6^q i_6 \end{bmatrix} + \omega\sqrt{\frac{3}{2}}\begin{bmatrix} 0 \\ -M_6^q i_6 \\ M_4^d i_4 + M_5^d i_5 \end{bmatrix} \tag{6.152}$$

co można przedstawić w postaci

$$\begin{bmatrix} u_0 \\ u_d \\ u_q \end{bmatrix} = R^z\begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} L_0 i_0 \\ L_d i_d + \sqrt{\frac{3}{2}} M_4^d i_4 + \sqrt{\frac{3}{2}} M_2^d i_5 \\ L_q i_q + \sqrt{\frac{3}{2}} M_6^d i_6 \end{bmatrix} + \omega\begin{bmatrix} 0 \\ -L_q i_q - \sqrt{\frac{3}{2}} M_6^q i_6 \\ L_d i_d + \sqrt{\frac{3}{2}} M_4^d i_4 + \sqrt{\frac{3}{2}} M_5^q i_5 \end{bmatrix} \tag{6.153}$$

Postępując podobnie, otrzymujemy ze wzoru (6.113) układ równań napięć dla wirnika

$$\begin{bmatrix} u_4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_4 & 0 & 0 \\ 0 & R_5 & 0 \\ 0 & 0 & R_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} (L_{s4}+L_4)\, i_4 + \sqrt{\frac{3}{2}}\, M_4^d\, i_d + M_{45}\, i_5 \\ (L_{s5}+L_5)\, i_5 + \sqrt{\frac{3}{2}}\, M_5^d\, i_d + M_{45}\, i_4 \\ (L_{s6}+L_6)\, i_6 + \sqrt{\frac{3}{2}}\, M_6^q\, i_q \end{bmatrix} \tag{6.154}$$

Wprowadzając oznaczenia na strumienie sprzężone

$$\Psi_0 = L_0\, i_0 \tag{6.155}$$

$$\Psi_d = L_d\, i_d + \sqrt{\frac{3}{2}}\, M_4^d\, i_d + \sqrt{\frac{3}{2}}\, M_5^d\, i_5 \tag{6.156}$$

$$\Psi_q = L_q\, i_q + \sqrt{\frac{3}{2}}\, M_6^q\, i_6 \tag{6.157}$$

$$\Psi_4 = (L_{s4}+L_4)\, i_4 + \sqrt{\frac{3}{2}}\, L_4^d\, i_d + M_{45}\, i_5 \tag{6.158}$$

$$\Psi_5 = (L_{s5}+L_s)\, i_5 + \sqrt{\frac{3}{2}}\, L_s^d\, i_d + M_{45}\, i_4 \tag{6.159}$$

$$\Psi_6 = (L_{s6}+L_6)\, i_6 + \sqrt{\frac{3}{2}}\, L_6^q\, i_q \tag{6.160}$$

otrzymujemy równania napięciowo-strumieniowe

$$\begin{bmatrix} u_0 \\ u_d \\ u_q \end{bmatrix} = R^z \begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} 0 \\ \Psi_d \\ \Psi_q \end{bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} 0 \\ -\Psi_q \\ \Psi_d \end{bmatrix} \tag{6.161}$$

$$\begin{bmatrix} u_4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_4 & 0 & 0 \\ 0 & R_5 & 0 \\ 0 & 0 & R_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} \Psi_4 \\ \Psi_5 \\ \Psi_6 \end{bmatrix} \tag{6.162}$$

Przedstawione równania maszyny, zwane równaniami *Parka-Goriewa*, stanowią podstawę do analizy stanów ustalonych i nieustalonych.

Łatwo zauważyć, że równanie dla składowej zerowej, napięcia i prądu nie jest powiązane z pozostałymi prądami, można je więc traktować zupełnie oddzielnie. Wynika stąd, że obwód ten nie jest sprzężony z żadnym uzwojeniem maszyny.

6.8.4. Moment obrotowy

Z ogólnego wzoru (6.114) na moment obrotowy można napisać

$$m_e = -\frac{1}{2}\left\{\mathbf{i}^{zT}\frac{\partial}{\partial\varphi}(\mathbf{M}^{z}(\varphi))\mathbf{i}^{z} + \mathbf{i}^{zT}\frac{\partial}{\partial\varphi}(\mathbf{M}^{zw}(\varphi))\,\mathbf{i}^{w} + \right.$$

$$\left. + \mathbf{i}^{wT}\frac{\partial}{\partial\varphi}(\mathbf{M}^{wz}(\varphi))\mathbf{i}^{z} + \mathbf{i}^{wT}\frac{\partial}{\partial\varphi}(\mathbf{M}^{w})\,\mathbf{i}^{w}\right\} \tag{6.163}$$

Ponieważ zachodzi równość (6.131) $(\mathbf{M}^{zw}(\varphi))^T = \mathbf{M}^{wz}(\varphi)$, a z (6.132) wynika $\frac{\partial}{\partial\varphi}(\mathbf{M}^{w}) = 0$, zatem

$$m_e = -\frac{1}{2}\mathbf{i}^{zT}\frac{\partial}{\partial\varphi}(\mathbf{M}^{z}(\varphi))\mathbf{i}^{z} - \mathbf{i}^{zT}\frac{\partial}{\partial\varphi}(\mathbf{M}^{zw}(\varphi))\mathbf{i}^{w} \tag{6.164}$$

Wprowadzając transformację prądów, otrzymujemy

$$m_e = -\frac{1}{2}[i_0, i_d, i_q]\,\underbrace{\mathbf{T}\frac{\partial}{\partial\varphi}(\mathbf{M}^{z}(\varphi))\mathbf{T}^{T}}_{1}\begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} - [i_0, i_d, i_q]\,\underbrace{\mathbf{T}\frac{\partial}{\partial\varphi}(\mathbf{M}^{zw}(\varphi))\mathbf{i}^{w}}_{2} \tag{6.165}$$

Po dokonaniu różniczkowania i mnożenia w zaznaczonych członach otrzymujemy

$$1.\quad \mathbf{T}\frac{\partial}{\partial\varphi}(\mathbf{M}^{z}(\varphi))\mathbf{T}^{T} = 3\Delta M\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{6.166}$$

$$2.\quad \mathbf{T}\frac{\partial}{\partial\varphi}(\mathbf{M}^{zw}(\varphi)) = \sqrt{\frac{3}{2}}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -M_6^q \\ M_4^d & M_5^d & 0 \end{bmatrix} \tag{6.167}$$

Moment wyraża się więc wzorem

$$m_e = -\frac{1}{2}3\Delta M[i_0, i_d, i_q]\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} - [i_0, i_d, i_q]\sqrt{\frac{3}{2}}\begin{bmatrix} 0 & 0 & \\ 0 & 0 & -M_6^q \\ M_4^d & M_5^d & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} \tag{6.168}$$

lub po wykonaniu mnożenia

$$m_e = -3\Delta M i_d i_q - \left(\sqrt{\frac{3}{2}}M_4^d i_4 + \sqrt{\frac{3}{2}}M_5^d i_5\right)i_q + \sqrt{\frac{3}{2}}M_6^q i_6 i_d \tag{6.169}$$

Ze wzorów (6.145) i (6.146) wynika $L_d - L_q = 3\Delta M$, więc można napisać

$$m_e = -(L_d - L_q) i_d i_q - \left(\sqrt{\frac{3}{2}} M_4^d i_4 + \sqrt{\frac{3}{2}} M_5^d i_5\right) i_q + \sqrt{\frac{3}{2}} M_6^q i_6 i_d =$$

$$= -\left(L_d i_d + \sqrt{\frac{3}{2}} M_4^d i_4 + \sqrt{\frac{3}{2}} M_5^d i_5\right) i_q + \left(L_q i_q + \sqrt{\frac{3}{2}} M_6^q i_6\right) i_6 \qquad (6.170)$$

skąd na podstawie (6.156) i (6.157) otrzymujemy

$$m_e = \Psi_q i_d - \Psi_d i_q \qquad (6.171)$$

Otrzymane w ten sposób równanie momentu wraz z układem równań napięć stanowi kompletny układ równań, opisujących maszynę w dowolnym stanie pracy. Jest to w ogólnym przypadku nadal układ nieliniowy, ponieważ w równaniach napięć występuje prędkość obrotowa, która może być funkcją czasu, poza tym źródłem nieliniowości są iloczyny funkcji czasowych, występujące we wzorze na moment obrotowy.

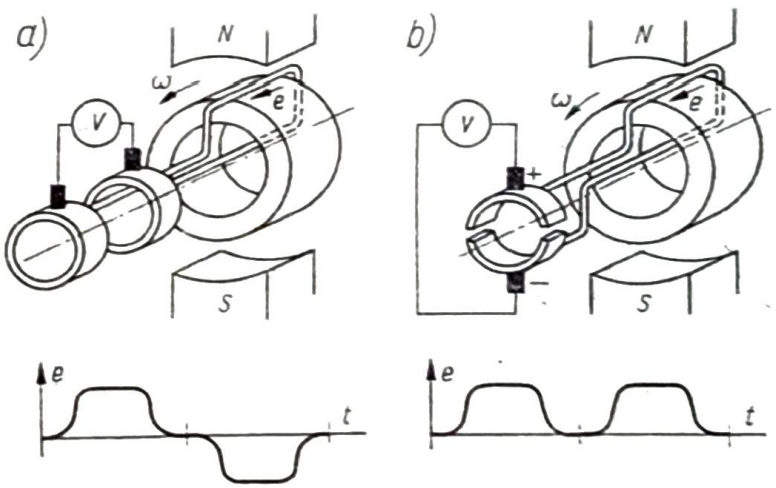
Jeżeli założy się stałą prędkość obrotową, to zagadnienie znacznie się upraszcza, gdyż można stosować rachunek operatorów, co umożliwia stosunkowo łatwe obliczenie przebiegów czasowych prądów i napięć, a stąd przebiegu czasowego momentu obrotowego.

7. MASZYNY PRĄDU STAŁEGO

7.1. ZASADA DZIAŁANIA I BUDOWA MASZYN PRĄDU STAŁEGO

7.1.1. Zasada działania maszyny; rola komutatora

Zgodnie z zasadą odwracalności pracy elektromechanicznych przetworników energii także i maszyny prądu stałego mogą pracować jako prądnice i jako silniki lub mogą być wykorzystane jako hamulce. Zasadę działania prądnicy rozpatrzymy na uproszczonym modelu, przedstawionym na rys. 7.1.



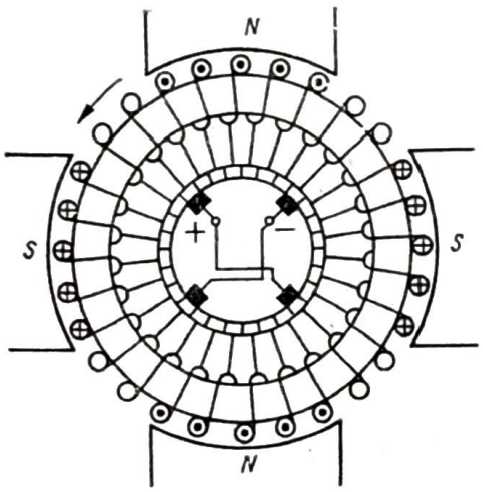
Rys. 7.1. Model prądnicy o jednym zwoju: a) układ z pierścieniami ślizgowymi, b) układ z komutatorem dwuwycinkowym; wykresy przedstawiają przebieg napięcia wskazywanego przez woltomierz w układzie *a* i *b*

Między dwoma biegunami magnetycznymi obraca się wirnik, mający kształt wydrążonego walca, na którym jest umieszczony zwój z wyprowadzonymi dwoma końcami. Przy obracaniu się wirnika pręt leżący na zewnętrznej pobocznicy walca przecina linie pola magnetycznego przechodzące od biegunów do rdzenia wirnika. W pręcie tym indukuje się napięcie, którego chwilowa wartość jest proporcjonalna do indukcji magnetycznej w tym miejscu, gdzie się ten pręt znajduje. Gdyby końce zwoju były przyłączone do dwóch pierścieni ślizgowych (rys. 7.1a), to napięcie na woltomierzu przyłączonym do tych pierścieni za pośrednictwem nieruchomych szczotek miałoby w ciągu pełnego obrotu wirnika przebieg jak na

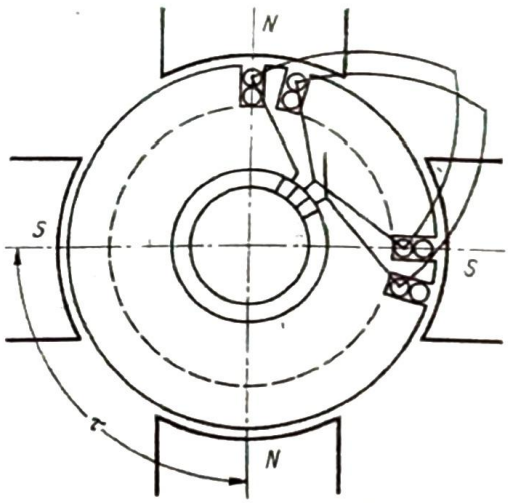
wykresie pod schematem maszyny, a więc byłoby to napięcie o zmiennej biegunowości. Krzywa napięcia przy stałej prędkości odpowiada krzywej indukcji magnetycznej wzdłuż obwodu maszyny.

Aby otrzymać stałą biegunowość napięcia należałoby dokonać zmiany przyłączenia woltomierza w momencie, gdy napięcie przechodzi przez zero. Można to uzyskać przy użyciu dwóch wzajemnie od siebie odizolowanych półpierścieni (rys. 7.1b), obracających się wraz z wirnikiem, do których przyłączone są końce zwoju. Wraz ze zmianą zwrotu napięcia indukowanego w pręcie zmienia się układ połączenia szczotek z półpierścieniami i na woltomierzu otrzymuje się napięcie o zmiennej wartości, ale stałej biegunowości. Te dwa półpierścienie odgrywają rolę mechanicznego prostownika napięcia. Urządzenie, którego celem jest dokonanie w maszynach elektrycznych zmiany układu połączenia obwodu wirującego z obwodem nieruchomym, nazywa się komutatorem.

Aby otrzymać bardziej równomierny przebieg napięcia należy wykonać uzwojenie o większej liczbie zwojów i połączyć je z komutatorem o większej liczbie wycinków. Dla lepszego wykorzystania maszyny można też wykonać więcej biegunów w części nieruchomej. Rys. 7.2. przedstawia model maszyny z tzw. *uzwojeniem pierścieniowym* (Gramme'a) o czterech biegunach.



Rys. 7.2. Model maszyny czterobiegunowej z uzwojeniem pierścieniowym



Rys. 7.3. Model maszyny czterobiegunowej z uzwojeniem bębnowym

Napięcia w prętach pod każdym biegunem dodają się do siebie, a ponieważ pod sąsiednimi biegunami napięcia indukują się w przeciwne strony, więc na szczotkach przylegających do komutatora w strefie między biegunami pojawia się na przemian potencja l dodatni i ujemny.

Ponieważ rozkład indukcji pod każdym biegunem jest jednakowy, a uzwojenie jest rozłożone równomiernie, więc suma napięć indukowanych w grupie zwojów pod każdym biegunem jest taka sama. Po połączeniu razem szczotek „+" i razem szczotek „−" otrzymuje się obwód elektryczny, składający się z czterech równoległych gałęzi, przyłączonych do szczotek. Przy wirowaniu wirnika coraz nowe zwoje tworzą wspólną gałąź, ale układ połączeń w 4 gałęzie i biegunowość napięć pozostają stałe.

Maszyny takie jak na rys. 7.2 były wykonywane przed ok. 100 laty, obecnie stosuje się wyłącznie wirniki bębnowe.

Zasadę budowy maszyny o uzwojeniu bębnowym ilustruje rys. 7.3. Uzwojenie jest rozłożone w żłobkach wykonanych na zewnętrznej części wirnika, każdy zwój leży w dwóch różnych żłobkach odległych od siebie w przybliżeniu o podziałkę biegunową τ. Z reguły uzwojenie wirnika jest wykonane jako dwuwarstwowe. Każdy zwój uzwojenia bębnowego składa się z dwóch boków czynnych ułożonych w żłobkach i z połączeń czołowych.

Na rysunku 7.3 przedstawiono fragment uzwojenia bębnowego maszyny czterobiegunowej. W każdym z boków wyrysowanego zwoju indukuje się napięcie, a ponieważ boki te znajdują się pod różnymi biegunami, więc napięcie zwoju jest sumą napięć indukowanych w obu bokach. Pod względem zasady działania uzwojenie bębnowe nie różni się niczym od pierścieniowego, taka sama jest też rola komutatora. Maszyna o uzwojeniu bębnowym jest łatwiejsza do wykonania i umożliwia lepsze wykorzystanie obwodu elektrycznego.

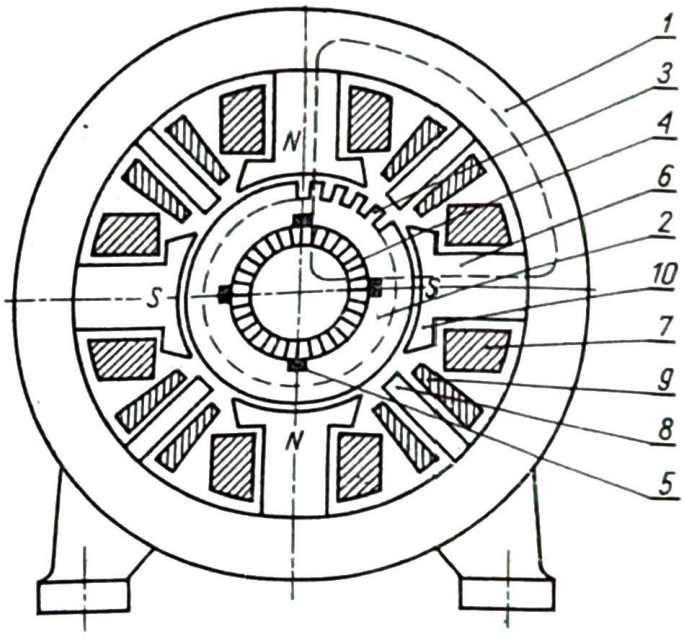
Ten sam model maszyny, jaki był przedstawiony na rys. 7.2 lub 7.3, może być wykorzystany jako silnik. Jeżeli np. w modelu maszyny pierścieniowej zasili się uzwojenie wirnika, doprowadzając napięcie do zacisków „+" i „−", to popłynie w uzwojeniu prąd, który współdziałając z polem biegunów, wytworzy siłę mechaniczną i moment obrotowy. Kierunek działającego momentu jest taki sam pod każdym biegunem, gdyż zmienia się biegunowość strumienia i kierunek prądu.

7.1.2. Budowa współczesnej maszyny prądu stałego

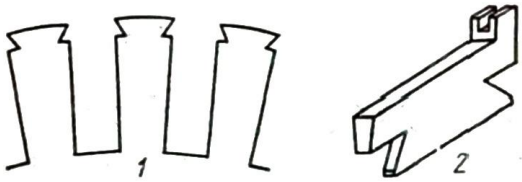
Współczesne maszyny prądu stałego budowane są z reguły jako tzw. heteropolarne (różnobiegunowe). Maszyny unipolarne (jednakobiegunowe) są używane bardzo rzadko, gdyż budowa ich jest dostosowana tylko do bardzo niskich napięć (p. 7.4.1).

Na rysunku 7.4 przedstawiono przekrój poprzeczny maszyny czterobiegunowej. Wirnik, zwany niekiedy tradycyjnie twornikiem, ma kształt walca. Na jego części zewnętrznej znajdują się żłobki, w których ułożone są uzwojenia. Żłobki wirnika są z reguły prostokątne otwarte, tzn. że wlot żłobka jest równy jego szerokości (rys. 7.5). Aby zapobiec wypadnięciu prętów ze żłobka przy wirowaniu wirnika, po umieszczeniu uzwojeń żłobek zamyka się specjalnymi klinami, wykonanymi zazwyczaj z drewna lub fibry. Ponieważ wirnik obraca się w nieruchomym polu, jego rdzeń jest przemagnesowywany i dlatego jest on wykonany z blach.

Część nieruchoma, czyli stojan, składa się z jarzma i umieszczonych po jego wewnętrznej stronie biegunów głównych. Większe maszyny (o mocy od kilkuset watów) mają zwykle bieguny pomocnicze (zwane też biegunami komutacyjnymi lub zwrotnymi). Na biegunach głównych znajduje się uzwojenie wzbudzenia, zasilane prądem stałym w taki sposób, że otrzymuje się biegunowość pola na przemian N i S. Pole magnetyczne stojana jest stałe, dlatego zarówno jarzmo stojana jak i bieguny są wykonane z litego materiału ferromagnetycznego (odlew z żeliwa lub staliwa). Niekiedy bieguny łącznie z nabiegunnikami są wykonane z blach. Część bieguna, położona blisko wirnika, nosi nazwę nabiegunnika;



Rys. 7.4. Przekrój maszyny prądu stałego
1 — jarzmo stojana, *2* — jarzmo wirnika, *3* — zęby, *4* — komutator, *5* — szczotki, *6* — bieguny, *7* — uzwojenie wzbudzenia, *8* — bieguny pomocnicze, *9* — uzwojenie biegunów pomocniczych, *10* — nabiegunniki



Rys. 7.5. Szczegóły konstrukcyjne maszyn prądu stałego
1 — typowy kształt żłobka, *2* — wycinek komutatora

jest ona szersza od pozostałej części bieguna. Obracanie się uzębionego wirnika powoduje pulsację strumienia w nabiegunnikach w związku z czym nabiegunniki wykonuje się z blach, ułożonych w płaszczyźnie prostopadłej do osi maszyny. Strumień główny maszyny wytwarzany jest przez prąd, płynący w uzwojeniu wzbudzenia; układ połączeń tego uzwojenia jest różny w poszczególnych typach maszyn. Uzwojenia pomocnicze mają ważne znaczenie ze względu na występujące zjawiska oddziaływania wirnika (p. 7.1.8) i komutacji (p. 7.1.9); uzwojenia te są zawsze połączone w szereg z uzwojeniem wirnika.

Komutator wykonuje się z miedzi utwardzonej (z dodatkiem kadmu). Wycinki komutatora są odizolowane od siebie i od elementów konstrukcyjnych maszyny mikanitem z odpowiednim lepiszczem, a charakterystyczne wycięcia (tzw. jaskółczy ogon — rys. 7.5) służą do umocowania wycinków za pomocą specjalnych pierścieni. Wycinki komutatorów małych maszyn są zaprasowane w materiałach z termoutwardzalnych mas plastycznych. Do każdego wycinka komutatora są przymocowane końcówki uzwojeń wirnika — na ogół przez zalutowanie w tzw. *chorągiewce*, czyli w elemencie wystającym ponad część walcową, po której ślizgają się szczotki.

Szczotki, ślizgające się po komutatorze, umożliwiają połączenie wirującego obwodu elektrycznego wirnika z nieruchomym obwodem zewnętrznym.

Szczotki umieszczone są w specjalnych trzymadłach szczotkowych zapewniających nieruchome ich położenie względem biegunów oraz właściwy docisk do komutatora.

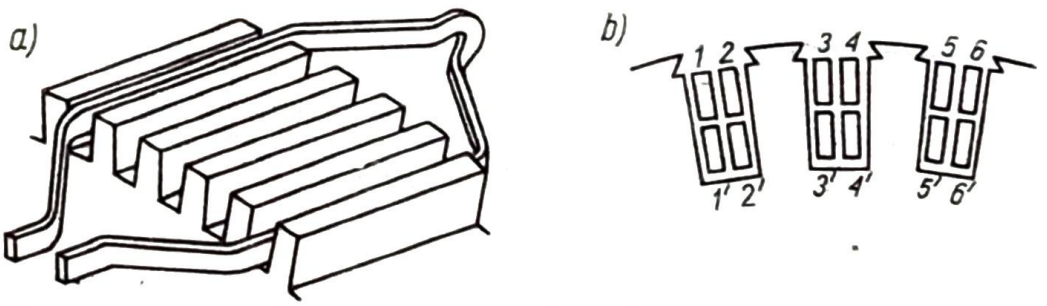
W maszynach prądu stałego o mocach powyżej 1 kW szczelina między nabiegunnikami i wirnikiem wynosi kilka milimetrów, jest więc dość duża w porównaniu ze szczeliną w silnikach indukcyjnych. Duża szczelina jest korzystna ze względu na osłabienie wpływu oddziaływania wirnika. Jeszcze większa jest szczelina między wirnikiem i biegunami pomocniczymi, dochodząca w dużych maszynach do kilku centymetrów.

Główne pole magnetyczne zamyka się przez jarzmo stojana, bieguny, nabiegunniki, szczelinę, zęby i jarzmo wirnika. Strumień biegunów pomocniczych zamyka się przez jarzmo stojana, rdzenie biegunów pomocniczych, szczelinę i wirnik. Prócz tych strumieni występują również strumienie rozproszone uzwojeń stojana i wirnika.

7.1.3. Uzwojenie wirnika

Uzwojenia stojana są wykonane jako skupione, mają więc postać bardzo prostą, natomiast uzwojenia wirników, ze względu na funkcję jaką spełniają, są dość różnorodne i złożone, poświęcimy im więc nieco więcej uwagi.

Rozpatrzymy wyłącznie uzwojenia bębnowe dwuwarstwowe. Zasadniczym elementem uzwojenia jest zwój, składający się z dwóch boków czynnych i połączeń czołowych. Szereg zwojów, połączonych szeregowo i ułożonych w tej samej parze żłobków, tworzy zezwój. Zezwoje są wykonywane na specjalnych wzornikach w takiej formie, aby po ułożeniu w żłobkach jeden bok zezwoju leżał w górnej warstwie żłobka, a drugi w dolnej (rys. 7.6a).



Rys. 7.6. Ułożenie zezwojów w żłobkach: a) ukształtowanie zezwoju uzwojenia dwuwarstwowego; b) układ i numeracja boków w żłobkach przy $u = 2$

W każdym żłobku są z reguły umieszczone więcej niż 2 boki, np. na rys. 7.6b przedstawiono układ uzwojeń, gdzie w żłobku znajdują się 4 boki. Liczbę boków w jednej warstwie żłobka oznacza się literą u (na rys. 7.6b $u = 2$); zwykle w maszynach u wynosi 2 do 5.

Ponieważ każdy zezwój łączy się z dwoma wycinkami komutatora, a do każdego wycinka są przyłączone dwa końce dwóch różnych zezwojów, więc liczba wycinków komutatora jest równa liczbie wszystkich zezwojów w maszynie. Zezwojów zaś jest tyle, ile jest boków w jednej warstwie wszystkich żłobków. Oznaczając

przez K liczbę wycinków komutatora, a przez $\dot{Z}$ liczbę żłobków otrzymujemy zależność

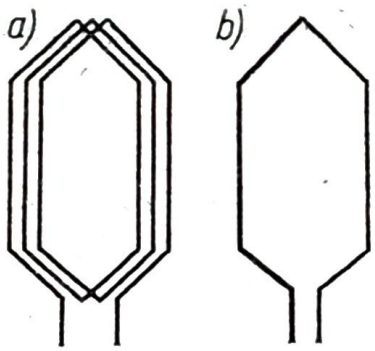
$$K = u\dot{Z} \tag{7.1}$$

Rozpiętość zezwoju y_1 powinna być w przybliżeniu równa podziałce biegunowej τ. Ponieważ rozpiętość y_1, liczona według numeracji boków w żłobkach, musi być liczbą całkowitą, więc podziałkę biegunową również wygodniej będzie obliczać nie w miarach długości, lecz jako liczbę boków w jednej warstwie żłobków, przypadającą na jeden biegun, czyli liczbę wycinków komutatora na jeden biegun

$$\tau = \frac{u\dot{Z}}{2p} = \frac{K}{2p} \tag{7.2}$$

Uzwojenie powinno być wykonane tak, aby $y_1 = \tau$ (tzw. uzwojenie średnicowe), jeżeli zaś τ nie jest liczbą całkowitą, to dobiera się $y_1 < \tau$. Jest to uzwojenie o zezwojach skróconych (tzw. cięciwowe).

Istnieją trzy sposoby rysowania schematów uzwojeń. *Schemat Arnolda* — w postaci rozwiniętej na tle poprzecznego przekroju maszyny (jak na rys. 7.3), *schemat Richtera*, polegający na tym, że uzwojenie jest jak gdyby rozwinięte na płaszczyźnie, łącznie z komutatorem i *schemat Novaka*, polegający na zestawieniu numerów boków i wycinków komutatora, które mają być ze sobą połączone. Ze względu na prostszą postać i pełne informacje, jakich dostarcza *schemat Richtera*, jest on obecnie najczęściej stosowany.

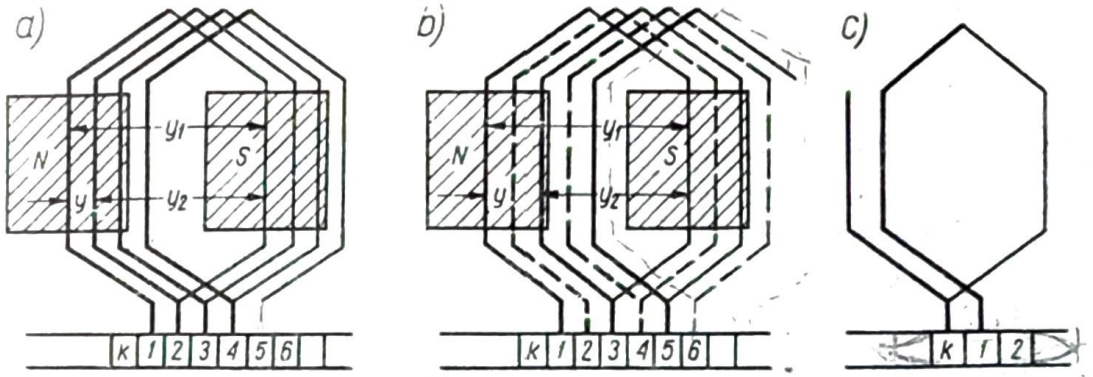


Rys. 7.7. Sposób przedstawiania zezwojów uzwojenia: a) zezwój o zwojności $z = 3$; b) szkic zezwoju do schematu Richtera

Na schematach Richtera cały zezwój, zawierający z zwojów (rys. 7.7a), rysuje się w postaci dwóch boków połączonych przewodami, reprezentującymi połączenie czołowe (rys. 7.7b). Grubą linią oznacza się boki leżące w jednej z warstw żłobka (np. górnej), cienką — boki leżące w drugiej warstwie. Połączeń czołowych po stronie komutatora nie rysuje się, są one identyczne jak po stronie przeciwnej. Po stronie komutatora rysuje się tylko połączenia końców zezwojów z poszczególnymi wycinkami.

W zależności od sposobu połączenia uzwojeń z komutatorem rozróżnia się dwa podstawowe rodzaje uzwojeń: pętlicowe i faliste. Poza tym wykonuje się też uzwojenia pętlicowo-faliste (tzw. żabkowe).

Zasadę budowy uzwojenia pętlicowego prostego ilustruje rys. 7.8a. Końce każdego zezwoju są przyłączone do sąsiednich wycinków komutatora; tym



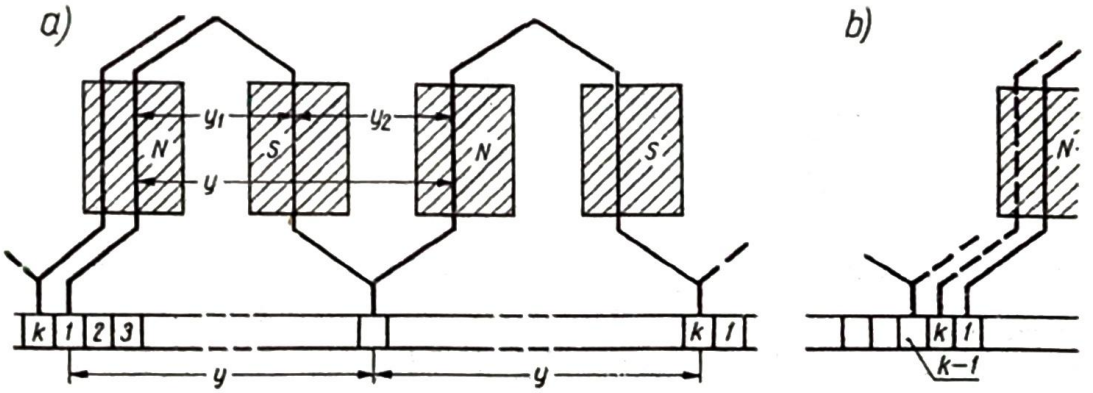
Rys. 7.8. Zasada budowy uzwojenia pętlicowego: a) proste nieskrzyżowane, b) dwukrotne nieskrzyżowane, c) proste skrzyżowane

samym zezwoje łączone ze sobą bezpośrednio szeregowo leżą obok siebie na obwodzie twornika. Uzwojenie pętlicowe wielokrotne wykonuje się w ten sposób, że końce zezwoju są łączone nie do sąsiednich działek, lecz np. w uzwojeniu dwukrotnym — do co drugiej działki (rys. 7.8b), w trzykrotnym — do co trzeciej itd. Praktycznie, ze względu na konieczność dochowania warunków symetrii (p. 7.1.5), stosuje się uzwojenia pętlicowe tylko proste lub dwukrotne. Przedstawione na rys. 7.8a i b uzwojenia noszą nazwę nieskrzyżowanych. Jeżeli połączenia z komutatorem danego zezwoju krzyżują się (rys. 7.8c), to uzwojenie nazywa się skrzyżowanym.

Dla określenia związków liczbowych, dotyczących uzwojeń, wprowadzono oznaczenia trzech poskoków: y_1 — poskok częściowy pierwszy, równy rozpiętości zwoju, y_2 — poskok częściowy drugi, określający odległość boków przyłączonych do tego samego wycinka komutatora, y — poskok całkowity, oznaczający odległość między lewymi bokami zezwojów, połączonych ze sobą bezpośrednio szeregowo.

Na podstawie rys. 7.8 można zapisać, że w odniesieniu do uzwojenia pętlicowego obowiązują następujące zależności

uzwojenie nieskrzyżowane	$y = y_1 - y_2 = 1$
uzwojenie proste skrzyżowane	$y = y_1 - y_2 = -1$
uzwojenie wielokrotne nieskrzyżowane	$y = y_1 - y_2 = m$
uzwojenie wielokrotne skrzyżowane	$y = y_1 - y_2 = -m$



Rys. 7.9. Zasada budowy uzwojenia falistego: a) proste nieskrzyżowane, b) dwukrotne nieskrzyżowane

Ogólna zatem zależność może być napisana w postaci

$$y = \pm m \tag{7.3}$$

gdzie m jest krotnością uzwojenia, znak „+" dotyczy uzwojenia nie skrzyżowanego, znak „−" skrzyżowanego.

W uzwojeniu falistym (rys. 7.9) są ze sobą łączone szeregowo boki znajdujące się kolejno pod wszystkimi biegunami. Po przejściu *falą* przez boki pod kolejnymi biegunami musi się w uzwojeniu prostym nieskrzyżowanym trafić na odcinek K (rys. 7.9a). Ponieważ takich *fal* jest tyle, ile par biegunów, a uzwojenie rozpoczyna się od boku *1* i wycinka *1*, więc musi zachodzić zależność

$$yp+1 = K \tag{7.4}$$

stąd poskok całkowity y wynosi

$$y = \frac{K-1}{p} \tag{7.5}$$

W uzwojeniu dwukrotnym, którego fragment ilustruje rys. 7.9b, po kolejnym połączeniu boków pod wszystkimi biegunami wchodzi się na wycinek K — 1, skąd wynika, że

$$yp+1 = K-1 \tag{7.6}$$

czyli

$$y = \frac{K-2}{p} \tag{7.7}$$

Ogólnie w odniesieniu do uzwojenia m-krotnego obowiązuje zatem związek

$$y = \frac{K-m}{p} \tag{7.8}$$

W szczególnym przypadku może być wykonane uzwojenie skrzyżowane, np. w uzwojeniu prostym, rozpoczynając od wycinka *1*, po przejściu przez p fal wchodzi się na wycinek *2*; w dwukrotnym — na *3*. Ogólnie więc można zapisać, że poskok całkowity w uzwojeniu falistym skrzyżowanym wynosi

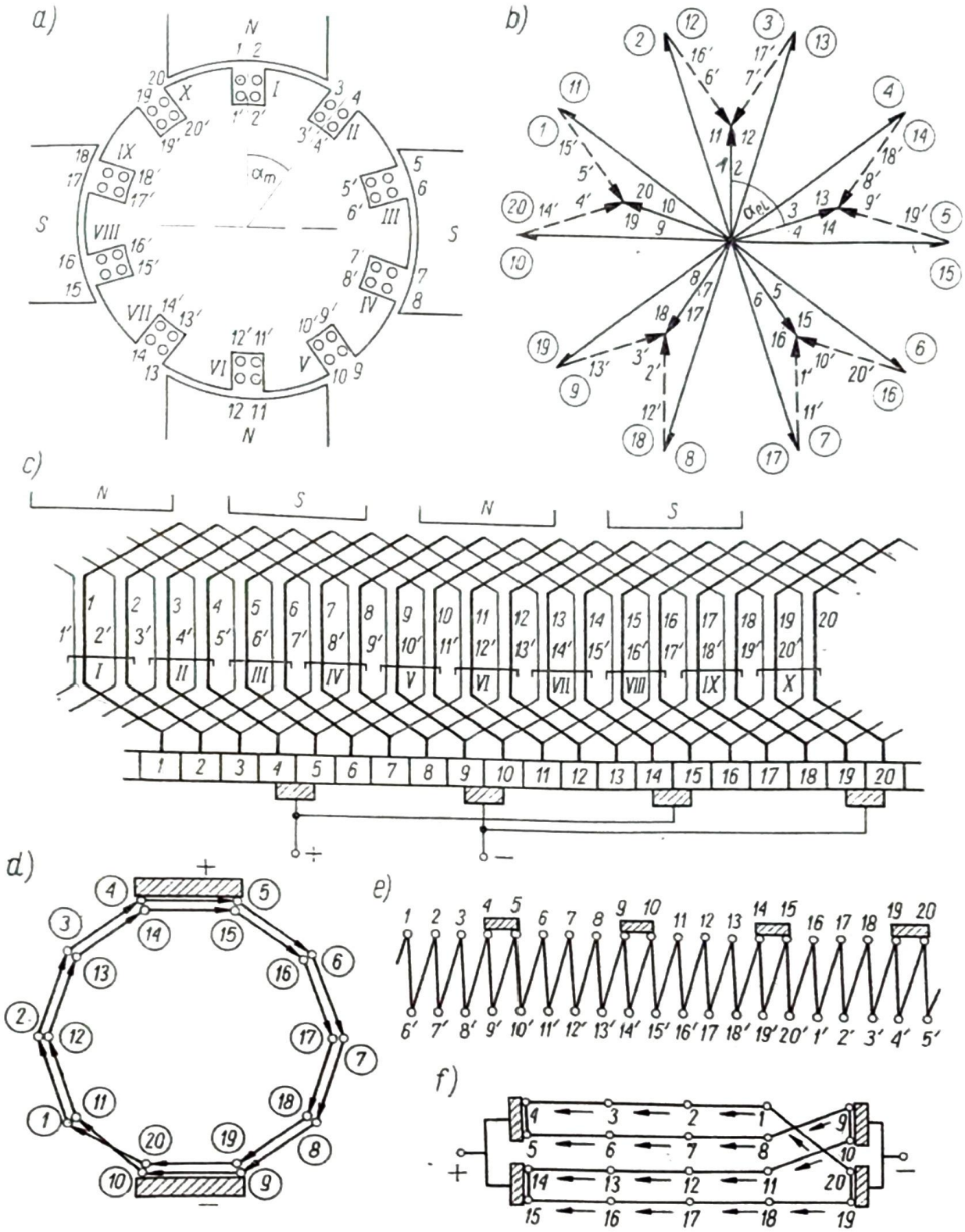
$$y = \frac{K+m}{p} \tag{7.9}$$

a więc ogólna zależność może być napisana w postaci

$$y = \frac{K \mp m}{p} \tag{7.10}$$

gdzie górny znak odnosi się do uzwojenia nieskrzyżowanego, a dolny do skrzyżowanego.

Jak widać z porównania (7.3) i (7.10), uzwojenie pętlicowe jest zawsze wykonalne, gdyż m jest liczbą całkowitą, natomiast uzwojenie faliste można wykonać tylko wówczas, gdy $K \mp m$ jest podzielne przez liczbę par biegunów.



Rys. 7.10. Uzwojenie pętlicowe o danych $Z = 10$, $p = 2$, $u = 2$: a) model maszyny, b) gwiazda napięć żłobkowych i zezwojowych, c) schemat Richtera, d) wielobok napięć, e) schemat Novaka, f) schemat gałęzi równoległych uzwojenia

7.1.4. Gwiazda i wielobok napięć; schemat Novaka

Aby określić właściwości uzwojenia i ustalić położenie szczotek na komutatorze, buduje się tzw. gwiazdę napięć i wielobok napięć, które ilustrują chwilowe wartości napięć U w poszczególnych bokach i rozkład napięcia na komutatorze. Rozpatrzymy konstrukcję gwiazdy i wieloboku napięć dla konkretnych przykładów uzwojenia pętlicowego i falistego, aby przy okazji zwrócić uwagę na pewne dodatkowe właściwości, dotyczące liczby par gałęzi równoległych i przedstawić schemat Novaka.

Rozpatrzymy uzwojenie pętlicowe proste o danych: $\dot{Z}=10$, $p=2$, $u=2$. Obliczamy: $K=u\dot{Z}=2\cdot 10=20$, $\tau=\frac{K}{2p}=\frac{20}{2\cdot 2}=5$, $y=1$, $y_1=5$, $y_2=4$.

Na rysunku 7.10a przedstawiono układ obwodu magnetycznego maszyny oraz rozłożenie i numerację boków w żłobkach. Przy założeniu sinusoidalnego rozkładu indukcji magnetycznej na obwodzie maszyny, napięcie indukowane w każdym boku zmienia się sinusoidalnie w funkcji czasu (przy stałej prędkości obrotowej), a więc można wszystkie napięcia poszczególnych boków przedstawić w postaci gwiazdy napięć żłobkowych (rys. 7.10b), gdzie

$$\alpha_{el}=p\alpha_m=p\frac{360}{\dot{Z}}=2\frac{360}{10}=72^\circ$$

Każdy promień gwiazdy reprezentuje napięcie wszystkich boków w danym żłobku, poza tym w rozpatrywanym przykładzie po 2 promienie pokrywają się, gdyż największy wspólny podzielnik liczby żłobków i liczby par biegunów jest równy 2.

Na podstawie obliczonych wartości $y_1=5$, $y_2=4$ można narysować schemat Richtera (rys. 7.10c), a stąd określić wartości napięć zezwojowych przez sumowanie odpowiadających sobie napięć żłobkowych. Przykładowo, napięcie pierwszego zezwoju, przyłączonego do wycinków 1 i 2, jest geometryczną różnicą napięć 1 i 6 (rys. 7.10b). Oznaczamy koniec promienia tego napięcia przez ② i podobnie sumujemy kolejno wszystkie napięcia żłobkowe, otrzymując w ten sposób gwiazdę napięć zezwojowych.

Każde napięcie zezwojowe jest przy założonym połączeniu wirnika napięciem między dwoma wycinkami komutatora, do których jest ten zezwój przyłączony. Zestawiając kolejno napięcia międzywycinkowe otrzymujemy wielobok napięć (rys. 7.10d), gdzie cyfry w kółkach oznaczają numery wycinków komutatora. W wieloboku tego widać, że najwyższy potencjał dodatni występuje na wycinkach *4* i *5* oraz *14* i *15*, natomiast potencjał ujemny na wycinkach *9* i 10 oraz *19* i *20*. Na tych wycinkach powinny znaleźć się szczotki, aby otrzymać maksymalne napięcie. Rozmieszczenie szczotek na komutatorze jest pokazane na schemacie Richtera, przy czym jednoimienne szczotki są ze sobą połączone.

Schemat Novaka (rys. 7.10e) ilustruje jedynie sposób połączenia ze sobą poszczególnych boków; górne cyfry dotyczą numerów lewych boków zezwojów i numerów wycinków komutatora, dolne cyfry dotyczą prawych boków zezwojów.

Z tego bardzo prostego wykresu można odczytać poskoki uzwojeń, położenie szczotek, liczbę gałęzi równoległych itd.

W rozpatrywanym przykładzie napięcia obiegają wielobok dwukrotnie, przy czym odpowiednie promienie napięć pokrywają się ze sobą. Między szczotkami + i − występują łącznie 4 gałęzie równoległe; oznaczając przez a liczbę par gałęzi równoległych, otrzymujemy $a=2$. W uzwojeniu pętlicowym obowiązuje ogólna zależność

$$a = pm \tag{7.11}$$

Schemat uzwojenia z zaznaczeniem zwrotu indukowanych napięć ilustruje rys. 7.10f, gdzie wyraźnie widać, że w każdej gałęzi znajduje się ta sama liczba boków i że szczotkami zwarte są te zezwoje, w których nie indukuje się w danej chwili żadne napięcie.

Należy podkreślić, że układ gwiazdy i wieloboku napięć, położenie szczotek w schematach Richtera i Novaka, jak również skład zezwojów wchodzących do danej gałęzi równoległej, dotyczą pewnego konkretnego położenia wirnika, przy czym w przykładzie rozpatrzono taki stan, że żłobek *1* leży w osi bieguna. W innym położeniu wirnika gwiazda napięć i wielobok będą obrócone o odpowiedni kąt elektryczny, szczotki zaś będą przylegać do innych wycinków komutatora, jednak znowu będą to wycinki znajdujące się na pionowej prostej połowiącej wielobok, lub też obok tej prostej. Przy wirowaniu wirnika wielobok napięć niejako wiruje względem nieruchomych szczotek.

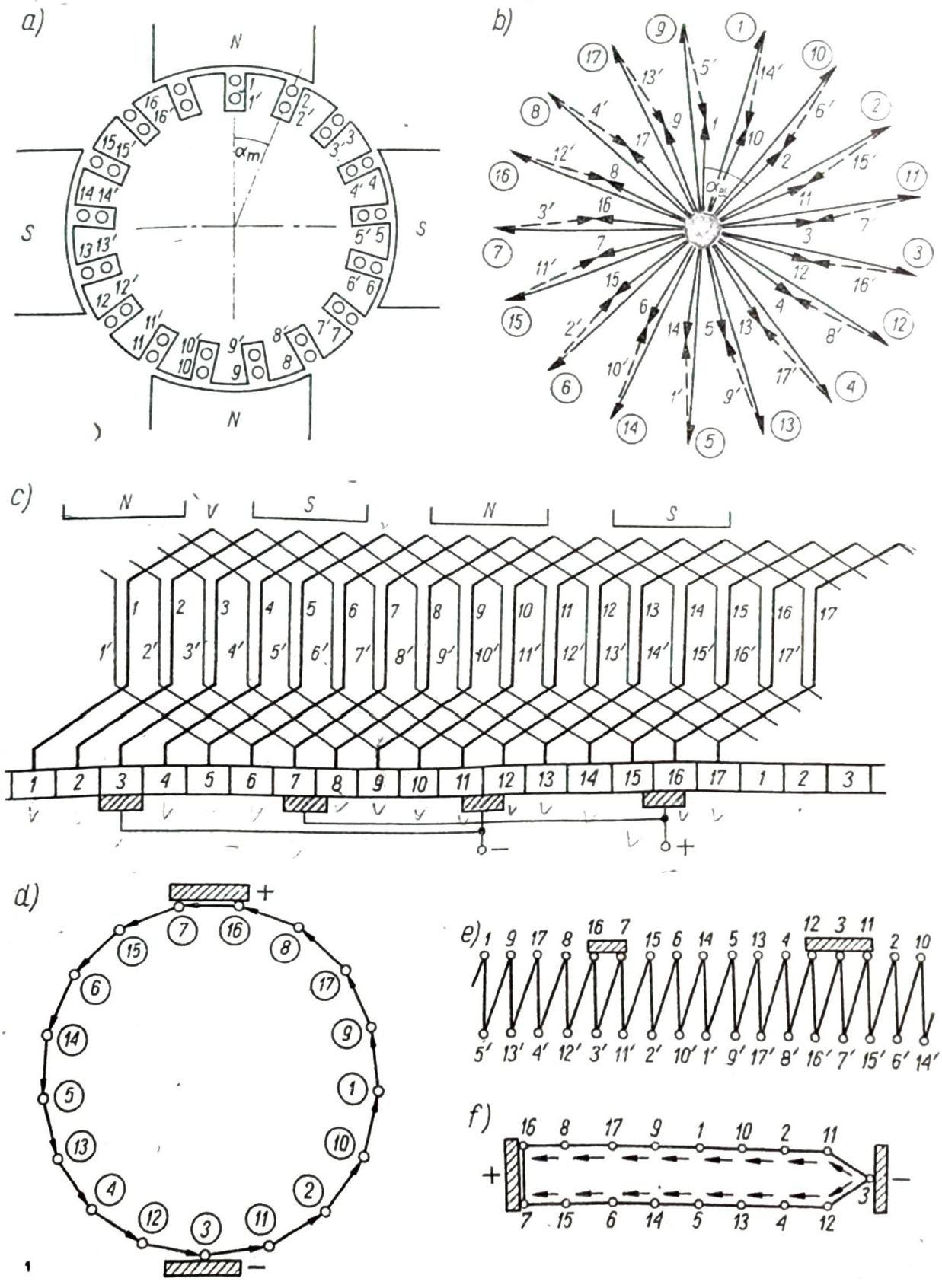
Uzwojenie dwukrotne może być rozpadające się lub nierozpadające. W przypadku uzwojenia rozpadającego się otrzymujemy dwa nie złączone ze sobą wieloboki. Uzwojenie tworzy dwa nie połączone ze sobą obwody elektryczne; łączą się one tylko przez szczotki. Jeżeli uzwojenie dwukrotne jest nierozpadające się, to cały obwód uzwojenia jest połączony elektrycznie; zachodzi to wtedy, gdy liczba wycinków komutatora jest nieparzysta.

Dla ilustracji związków dotyczących uzwojenia falistego rozpatrzmy, czy można wykonać takie uzwojenie, przyjmując dane wyjściowe z poprzedniego przykładu. Otrzymujemy $\frac{K-1}{p}=\frac{20-1}{2}=\frac{19}{2}$. Ponieważ y musi być liczbą całkowitą, nie można zrobić uzwojenia prostego falistego dla założonych danych.

Przyjmujemy zatem dane: $\dot{Z}=17$, $u=1$, $p=2$. Stąd: $K=u\dot{Z}=17$, $\tau=\frac{K}{2p}=\frac{17}{2\cdot p}=4+\frac{1}{4}$, $y=\frac{K-1}{p}=\frac{17-1}{2}=8$, czyli $y_1=4$, $y_2=4$.

Na rys. 7.11a przedstawiono rozkład boków w żłobkach i położenie wirnika w rozpatrywanym stanie pracy. Kąt mechaniczny między sąsiednimi żłobkami wynosi $\alpha_m=\frac{360}{\dot{Z}}=\frac{360}{17}=21{,}2°$, a kąt elektryczny między kolejnymi promieniami napięć żłobkowych (rys. 7.11b) $\alpha_{el}=p\alpha_m=2\cdot 21{,}2=42{,}4°$.

Na podstawie obliczonych poskoków rysujemy schemat rozwinięty Richtera oraz gwiazdę napięć zezwojowych. Konstrukcja wieloboku polega teraz na tym, by dodawać kolejne napięcia zezwojów łączonych szeregowo. Pierwszy zezwój obejmuje boki *1* i *5'* i jest przyłączony do wycinków *1* i *9*. Kolejnym napięciem



Rys. 7.11. Uzwojenie faliste o danych $Z = 17$, $p = 2$, $u = 1$: a) model maszyny, b) gwiazda napięć żłobkowych i zezwojowych, c) schemat Richtera, d) wielobok napięć, e) schemat Novaka, f) schemat gałęzi równoległych uzwojenia

łączonym szeregowo jest napięcie zezwoju przyłączonego do wycinków *9* i *17*. Zezwój ten obejmuje boki *9* i *13'*. Zestawiając kolejno napięcia zezwojów z gwiazdy napięć otrzymujemy wielobok napięć (rys. 7.11d). Na podstawie tego wieloboku stwierdzamy, że minimalny potencjał występuje na wycinku *3*, a maksymalny na wycinkach *7* i *16*, które są ze sobą połączone zezwojem zawierającym boki *7* i *11'*. Szczotkę „+" można więc dać na wycinku *7* albo *16* można też dać na obydwu wycinkach szczotki. Podobnie prócz szczotki na wycinku *3* można dać drugą szczotkę „−" na wycinkach *11* i *12*. Należy zwrócić uwagę, że w uzwojeniu pętlicowym musi być tyle szczotek, ile jest biegunów, w uzwojeniu falistym wystarczą 2 szczotki, ale może być też tyle szczotek, ile jest biegunów.

Mimo, że maszyna ma 2 pary biegunów, wielobok napięć jest pojedynczy, czyli uzwojenie tworzy jedną parę biegunów. W uzwojeniu falistym liczba par gałęzi równoległych jest równa krotności uzwojenia, a nie zależy od liczby par biegunów:

$$a = m \tag{7.12}$$

Na rysunku 7.11e przedstawiono schemat Novaka, który ilustruje sposób połączenia zezwojów i komutatora oraz miejsce położenia szczotek w rozpatrywanym stanie, gdy żłobek *1* znajduje się w osi bieguna. Skład gałęzi równoległych uzwojenia jest przedstawiony na rys. 7.11f.

Omówione układy stanowią jedynie przykład schematów uzwojeń, gwiazd i wieloboków napięć. Ze względu na różnice dotyczące liczby żłobków, liczby biegunów, sposobu ułożenia boków w żłobkach, krotności uzwojenia, skrócenia poskoków itp., występuje ogromna różnorodność uzwojeń i postaci wieloboków napięć.

7.1.5. Warunki symetrii uzwojeń; połączenia wyrównawcze

Aby w poszczególnych równoległych gałęziach uzwojenia nie płynęły prądy wyrównawcze, napięcia indukowane w tych gałęziach muszą w każdej chwili być sobie równe. W tym celu konieczne jest, aby były spełnione warunki symetrii magnetycznej i elektrycznej.

Symetria magnetyczna polega na tym, aby rozkład indukcji pod każdym biegunem był identyczny. W tym celu musi być przede wszystkim zapewniona jednakowa szczelina powietrzna między wirnikiem i biegunami i jednakowe przepływy magnesujące.

Symetria elektryczna sprowadza się do trzech warunków:

1) w każdej gałęzi równoległej musi być ta sama liczba boków, a więc liczba boków musi być podzielna przez liczbę gałęzi równoległych, skąd wynika warunek

$$\frac{K}{a} = lc \tag{7.13}$$

(skrót *lc* oznacza liczbę całkowitą).

2) każdemu bokowi w danej gałęzi musi odpowiadać bok w każdej innej gałęzi znajdujący się w tych samych warunkach magnetycznych, skąd wynika, że liczba żłobków powinna być podzielna przez liczbę gałęzi równoległych; ponieważ

jednak w każdym żłobku znajdują się przynajmniej dwa boki, zatem wystarcza warunek

$$\frac{Ż}{a} = lc \tag{7.14}$$

3) odpowiednie boki wszystkich gałęzi równoległych muszą być rozmieszczone w jednakowych polach, skąd na każdą gałąź musi przypadać ta sama liczba biegunów, czyli że liczba biegunów musi być podzielna przez liczbę gałęzi równoległych; ponieważ liczba boków w żłobku jest parzysta, więc wystarcza warunek

$$\frac{2p}{a} = lc \tag{7.15}$$

Prócz wymienionych warunków, do poprawnej pracy maszyny jest konieczne, aby:

a) żłobki były rozmieszczone równomiernie na obwodzie wirnika,

b) bieguny były równomiernie rozłożone na obwodzie stojana maszyny,

c) każdy zezwój miał te same poskoki,

d) w każdym żłobku była ta sama liczba boków.

W szczególnych okolicznościach mogą być wykonane maszyny nie spełniające niektórych warunków symetrii, np. gdy zachodzi potrzeba zmiany parametrów maszyny (prędkości, napięcia) i dokonuje się zmiany rodzaju uzwojenia przy istniejącej liczbie żłobków i wycinków komutatora.

Jeżeli skutkiem niesymetrii mechanicznej (np. ekscentryczności wirnika) lub wad materiałowych pojawi się asymetria magnetyczna, to w przypadku uzwojenia pętlicowego wieloboki napięć staną się niejednakowe i przez szczotki popłyną prądy wyrównawcze. Aby tego uniknąć wykonuje się połączenia wyrównawcze (pierwszego rodzaju), polegające na połączeniu między sobą tych punktów uzwojenia pętlicowego, które powinny mieć zawsze ten sam potencjał. Zwykle wykonuje się te połączenia po stronie komutatora, łącząc odpowiednie wycinki, odległe o tzw. poskok potencjalny, wynoszący $y_p = K/a$.

W uzwojeniach falistych wielokrotnych otrzymujemy m wieloboków napięć, w których występują punkty równych potencjałów. Punkty te łączy się połączeniami wyrównawczymi drugiego rodzaju.

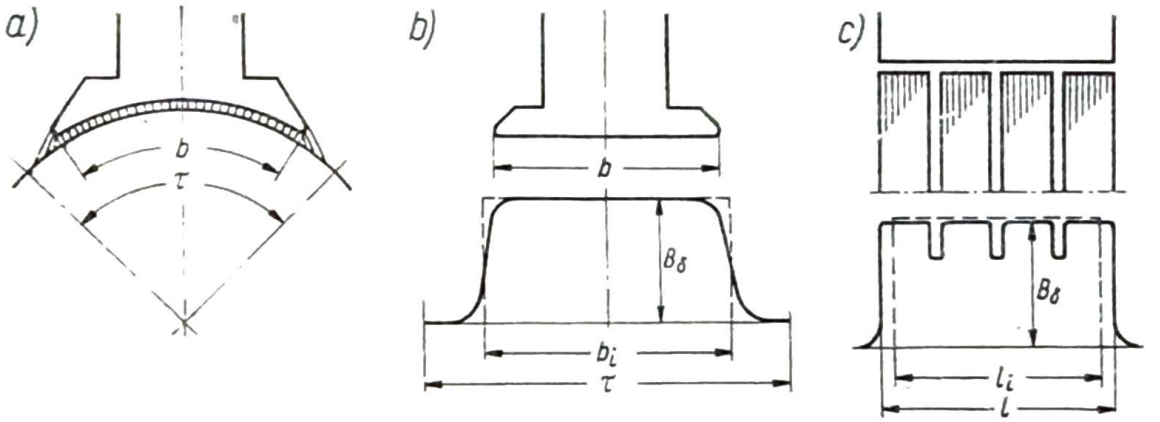
W uzwojeniach pętlicowych dwukrotnych i wielokrotnych falistych punkty ekwipotencjalne leżą po przeciwnych stronach maszyny: jeden na odpowiednim wycinku komutatora, a drugi na połowie połączenia czołowego tylnego, przy czym ten drugi punkt może być dostępny tylko wtedy, gdy zwojność zezwoju jest równa jedności. Połączenia wyrównawcze (trzeciego rodzaju) łączą takie punkty po przeciwnych stronach maszyny, przy czym przewody przeprowadzone są przez specjalne otwory w wirniku tak wykonane, aby przewody połączeń wyrównawczych nie przecinały linii pola magnetycznego przy ruchu maszyny.

Połączenia wyrównawcze wykonuje się tylko w maszynach dużych mocy. W maszynach tych stosuje się niekiedy uzwojenia pętlicowo-faliste, nie wyma-

gające żadnych połączeń wyrównawczych. Jeżeli w tych samych żłobkach rozmieści się dwa odpowiednio dobrane uzwojenia przyłączone do tego samego komutatora, przy czym jedno z tych uzwojeń jest faliste, a drugie pętlicowe, to każde z nich stanowi jednocześnie komplet połączeń wyrównawczych dla drugiego uzwojenia. Uzwojenia te, zwane też żabkowymi, mają tę ważną zaletę, że występują w nich znacznie mniejsze straty dodatkowe niż w przypadku uzwojeń falistych lub pętlicowych, co daje poprawę sprawności szczególnie istotną w maszynach dużych mocy.

7.1.6. Napięcie indukowane w uzwojeniu

Rozkład indukcji magnetycznej wzdłuż obwodu maszyny w obszarze jednej podziałki biegunowej ilustruje rys. 7.12a.



Rys. 7.12. Rozkład indukcji w maszynie prądu stałego: a) przebieg strumienia pod biegunem, b) krzywa indukcji w obszarze podziałki biegunowej, c) rozkład indukcji wzdłuż maszyny

Załóżmy, że szczotki znajdują się w takim położeniu, że mają połączenie elektryczne ze zwojami, w których nie indukuje się napięcia, a więc znajdującymi się w osi między biegunami; tę oś nazywamy osią neutralną maszyny. Rzeczywisty przebieg indukcji zastąpmy przebiegiem prostokątnym o wysokości B_δ (rys. 7.12b); długość tego zastępczego prostokąta jest zwykle nieco większa od szerokości bieguna i nazywa się idealną szerokością bieguna b_i.

W każdym pręcie, znajdującym się w polu o indukcji B_δ i poruszającym się z prędkością v, indukuje się napięcie wg (4.10) $e = B_\delta l_i v$, gdzie l_i jest idealną długością maszyny, określającą długość zastępczego prostokąta indukcji magnetycznej w podłużnym przekroju maszyny przy zachowaniu wysokości B_δ. Zatem pod zastępczym biegunem o wymiarach b_i i l_i oraz przy stałej indukcji B_δ występuje ten sam strumień, co w rzeczywistej maszynie

$$\Phi = B_\delta l_i b_i \tag{7.16}$$

Liczba prętów w całym tworniku wynosi N, z tego na jedną gałąź równoległą przypada $\frac{N}{2a}$ prętów. Napięcie indukuje się tylko w prętach przecinających pole, a więc całkowite napięcie indukujące się w każdej gałęzi wyraża się związkiem

$$E = e\frac{N}{2a}\frac{b_i}{\tau} \tag{7.17}$$

podstawiając zaś $v=\frac{\pi Dn}{60}$, $\tau=\frac{\pi D}{2p}$, otrzymujemy

$$E = B_\delta l_i \frac{\pi Dn}{60} \frac{N}{2a} b_i \frac{2p}{\pi D} = \frac{N}{a} \frac{pn}{60} B l_i b_i \tag{7.18}$$

i stosując (7.16), otrzymujemy ostateczny wzór

$$E = \frac{N}{a} \frac{pn}{60} \Phi \tag{7.19}$$

Ponieważ w konkretnej maszynie wielkości n, a i p są stałe, więc można napisać, że napięcie indukowane jest proporcjonalne do iloczynu strumienia i prędkości

$$E = c_E \Phi n \tag{7.20}$$

W tej formie będziemy określać napięcie przy rozpatrywaniu własności ruchowych prądnic i silników prądu stałego.

7.1.7. Moment obrotowy

Jeżeli w uzwojeniu wirnika płynie prąd I, to prąd w każdej gałęzi wynosi

$$I_g = \frac{I}{2a} \tag{7.21}$$

Na każdy pręt przecinający na długości l_i pole o indukcji B_δ działa siła mechaniczna

$$F_1 = B_\delta I_g l_i \tag{7.22}$$

zatem na wszystkie pręty maszyny przecinające pole, których jest $N\frac{b_i}{\tau}$, działa moment obrotowy

$$M = F_1 N \frac{b_i}{\tau} \frac{D}{2} = B_\delta \frac{I}{2a} l_i N b_i \frac{2p}{\pi D} \frac{D}{2} = \frac{N}{a} \frac{p}{2\pi} I \tag{7.23}$$

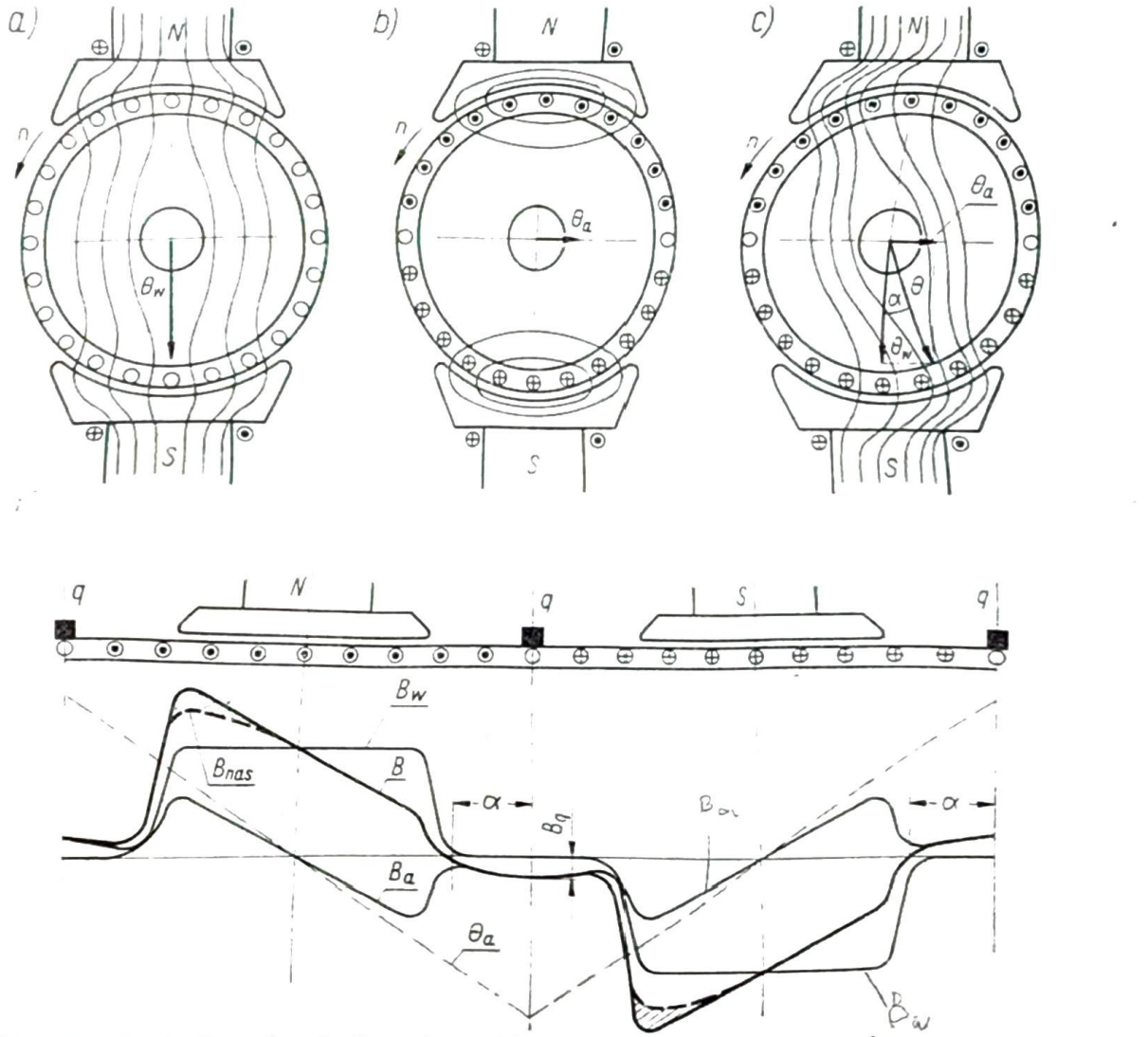
Wobec stałości N, a i p można napisać zależność

$$M = c_M I \Phi \tag{7.24}$$

Moment ten działa na wirnik maszyny prądu stałego zarówno przy pracy silnikowej jak prądnicowej. W przypadku pracy silnikowej moment działa w kierunku prędkości, przy pracy prądnicowej zaś — w kierunku przeciwnym do kierunku prędkości. W drugim z wymienionych przypadków konieczne jest napędzanie wirnika odpowiadającym mu momentem dla uzyskania żądanej prędkości obrotowej.

7.1.8. Oddziaływanie wirnika

W każdej maszynie prądu stałego, pracującej jako prądnica lub silnik, może wystąpić taki szczególny stan pracy, że prąd wirnika jest równy zeru. Jedynym przepływem jest wówczas przepływ wzbudzenia, który wytwarza pole magnetyczne skierowane wzdłuż osi biegunów. Kształt tego pola w maszynie o jednej parze



Rys. 7.13. Oddziaływanie wirnika: a) przebieg strumienia głównego, b) przebieg strumienia oddziaływania wirnika, c) przebieg strumienia wypadkowego, d) rozkład indukcji magnetycznej wzdłuż obwodu maszyny

biegunów ilustruje rys. 7.13a. W przedstawionym stanie pracy rozkład indukcji magnetycznej w obszarze dwóch podziałek biegunowych ilustruje krzywa B_w na rys. 7.13d; pod biegunami indukcja magnetyczna ma wartość stałą, a w strefie neutralnej, gdzie znajdują się szczotki, indukcja jest równa zeru.

Jeżeli maszyna jest obciążona, to w uzwojeniu wirnika płynie prąd. W każdym pręcie płynie prąd określony wzorem (7.21). Okładem prądowym nazywa się liczbę amperoprętów, przypadających na jednostkę długości na obwodzie wirnika

$$A = \frac{NI_g}{\pi D} = \frac{NI}{2a\pi D} \tag{7.25}$$

Ponieważ uzwojenie jest rozłożone na obwodzie równomiernie, więc okład prądowy w całej strefie między osiami neutralnymi jest stały. W strefie neutralnej okład prądowy zmienia znak. Okład prądowy wirnika daje przepływ działający w osi neutralnej (rys. 7.13b). Strumień wytworzony przez ten przepływ (zwany

strumieniem poprzecznym) zamyka się przez nabiegunniki, zęby wirnika, jarzmo wirnika i szczelinę powietrzną. Ponieważ okład prądowy jest stały, przepływ zmienia się liniowo, a w osi neutralnej osiąga wartość maksymalną, równą

$$\Theta_a = A\frac{\tau_1}{2} = \frac{NI}{2a\pi D}\frac{\pi D}{2p} = \frac{Ni}{4ap} \tag{7.26}$$

Rozkład przepływu Θ_a przedstawiono na rys. 7.13d. Indukcja magnetyczna strumienia wytworzonego przez przepływ poprzeczny w dowolnym miejscu na obwodzie wirnika zależy od wartości przepływu i reluktancji, którą reprezentuje głównie szczelina powietrzna

$$B_a = \mu_0 H = \mu_0 \frac{Ax}{\delta'} \tag{7.27}$$

gdzie δ' jest obliczeniową drogą strumienia przez powietrze, x — współrzędną geometryczną wzdłuż obwodu, liczoną od osi bieguna.

Ponieważ pod biegunem szczelina powietrzna jest z reguły równomierna, przebieg indukcji jest tu tak samo liniowy jak przebieg przepływu (krzywa B_a na rys. 7.13d); natomiast w strefie między biegunami indukcja B_a, wywołana prądem wirnika, jest mała, mimo że występuje tu duża wartość przepływu.

Wypadkowy strumień magnetyczny (rys. 7.13c) jest skręcony względem osi podłużnej o pewien kąt α. Jeżeli obwód magnetyczny jest nienasycony, to przebieg wypadkowej indukcji magnetycznej można otrzymać, sumując wartości indukcji w każdym punkcie; w ten sposób powstał wykres B na rys. 7.13d. Jeżeli obwód magnetyczny jest nasycony, to pod połówkami biegunów, gdzie indukcje B_w i B_a dodają się, krzywa wypadkowa B_n przebiega niżej, niż to wynika z sumowania B_w i B_a, tym samym strumień wypadkowy, którego miarą jest powierzchnia ograniczona krzywą B_n, jest mniejszy od strumienia magnesów określonego krzywą B_w lub B.

Oddziaływanie wirnika (zwane też reakcją twornika) wywiera więc następujące skutki:

a) ulega zmianie rozkład indukcji magnetycznej pod biegunami;

b) indukcja jest równa zeru nie w osi poprzecznej, lecz w punkcie przesuniętym w stosunku do niej o kąt α, czyli rzeczywista oś neutralna obraca się o kąt α względem geometrycznej osi neutralnej,

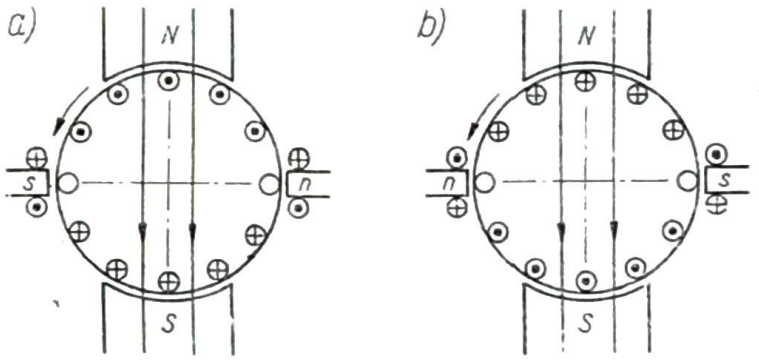
c) w maszynie nasyconej strumień ulega zmniejszeniu.

Zniekształcenie przebiegu indukcji pod biegunami powoduje, że w niektórych zezwojach, znajdujących się w polu o powiększonej indukcji, indukuje się większe napięcie niż w stanie jałowym; może to być powodem zwiększenia napięcia międzywycinkowego do takiej wartości, że wystąpi iskrzenie na komutatorze.

Przesunięcie osi neutralnej powoduje, że w osi poprzecznej, gdzie są umieszczone szczotki, występuje pole o indukcji B_q, a więc w zwartych przez szczotkę zezwojach indukuje się napięcie, co powoduje przepływ znacznego prądu w tych obwodach i pojawienie się iskrzenia pod szczotkami.

Zmniejszenie strumienia powoduje spadek indukowanego napięcia, czego skutek będzie omawiany przy rozpatrywaniu własności ruchowych poszczególnych maszyn.

Najbardziej niekorzystne dla pracy maszyny jest przesunięcie osi neutralnej. Aby przeciwdziałać skutkowi pojawienia się indukcji B_q w strefie szczotek, można przesunąć szczotki o kąt α do tego miejsca, gdzie indukcja jest równa zeru. W prądnicy, jak wynika z rys. 7.13, należałoby przesunąć szczotki w kierunku wirowania wirnika, w silniku zaś szczotki należałoby przesuwać przy obciążeniu w kierunku przeciwnym do kierunku prędkości. Przesuwanie szczotek byłoby jednak uciążliwe, ponieważ kąt przesunięcia strefy neutralnej jest zależny od prądu obciążenia. Przed kilkudziesięciu laty przeciwdziałano skutkom oddziaływania wirnika przez zmianę położenia szczotek. Obecnie takiego sposobu nie stosuje się, wykonuje się natomiast dodatkowe małe bieguny między biegunami głównymi (rys. 7.4) i zasila je tak, by strumień tych biegunów znosił w osi szczotek strumień wywołany oddziaływaniem wirnika. Ponieważ działanie tych dodatkowych biegunów (zwanych pomocniczymi lub komutacyjnymi) ma być proporcjonalne do prądu wirnika, ich uzwojenia są połączone szeregowo z uzwojeniem wirnika.



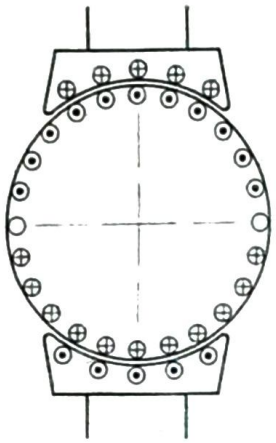
Rys. 7.14. Wyznaczanie kolejności biegunów głównych i pomocniczych (komutacyjnych): a) w prądnicy, b) w silniku

Dla określenia sposobu uzwojenia biegunów pomocniczych można rozważyć kierunek działania przepływu oddziaływania wirnika przy pracy silnikowej i prądnicowej (rys. 7.14). Z analizy wynika, że kolejność biegunów głównych i pomocniczych, licząc w kierunku prędkości jest następująca:

w prądnicy — N, s, N, n,

w silniku — N, n, S, s.

Bieguny pomocnicze nie likwidują jednak zniekształcenia pola pod biegunami, działają one jedynie w strefie szczotek. Aby znieść oddziaływanie przepływu wirnika w strefie biegunów wykonuje się specjalne uzwojenia, umieszczone w nabiegunnikach (rys. 7.15). Uzwojenia te, zwane kompensacyjnymi, są połączone szeregowo z uzwojeniem wirnika, przy czym kierunek prądu musi być przeciwny do prądu wirnika pod danym biegunem. W maszynie z uzwojeniami kompensacyjnymi indukcja pod biegunami pozostaje stała, więc nawet przy dużym nasyceniu obwodu magnetycznego strumień nie zmienia się.

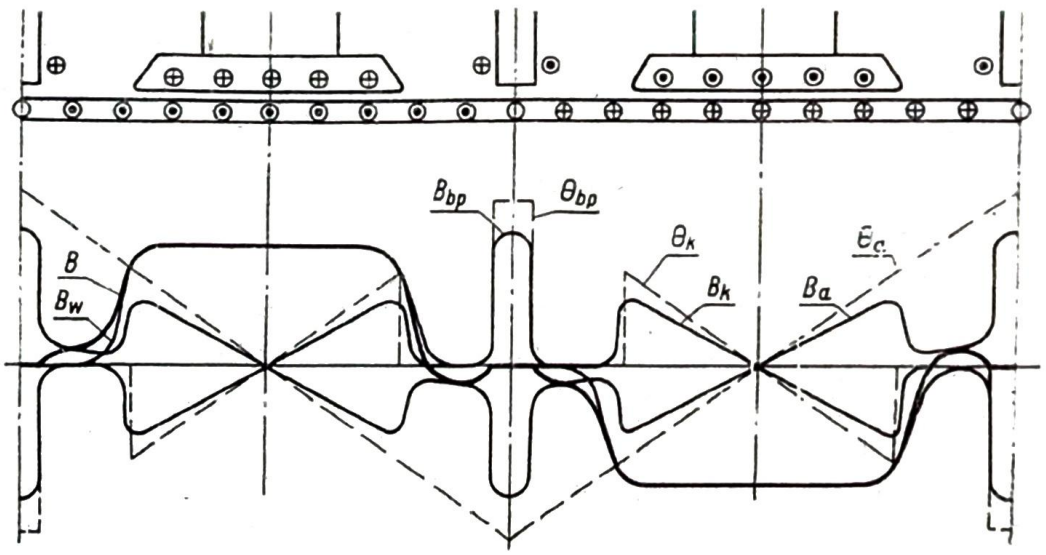


Rys. 7.15. Kierunek prądu w uzwojeniach kompensacyjnych

Bieguny pomocnicze mają obecnie wszystkie maszyny o mocy od kilkuset watów. Uzwojenie kompensacyjne, ze względu na ich duży koszt, wykonuje się tylko w dużych maszynach, o mocy od kilkudziesięciu kilowatów; w maszynach mniejszej mocy stosuje się mniejsze nasycenie obwodu magnetycznego i ogranicza napięcia międzywycinkowe przez odpowiedni dobór liczby działek komutatora.

Pewne zmniejszenie szkodliwych wpływów oddziaływania wirnika w strefie biegunów głównych można osiągnąć przez zwiększenie szczeliny powietrznej między biegunem i wirnikiem. Dlatego w maszynach prądu stałego stosuje się szczeliny większe niż w maszynach indukcyjnych. Ponieważ strumień oddziaływania wirnika występuje głównie na krawędziach biegunów, wykonuje się często nabiegunniki w taki sposób, że szczelina powietrzna jest najmniejsza w osi bieguna i stopniowo zwiększa się ku jego krawędziom.

Bieguny pomocnicze, ustawione w osi neutralnej powodują, że obraz pola przedstawiony na rys. 7.13 ulega dość znacznej zmianie. Przepływ wirnika, działający w tej osi, wytwarza teraz duży strumień, mimo że szczelina powietrzna pod biegunami pomocniczymi jest znacznie większa niż pod biegunami głównymi. Rys. 7.16 ilustruje rozkład przepływów, indukcji magnetycznych składowych oraz

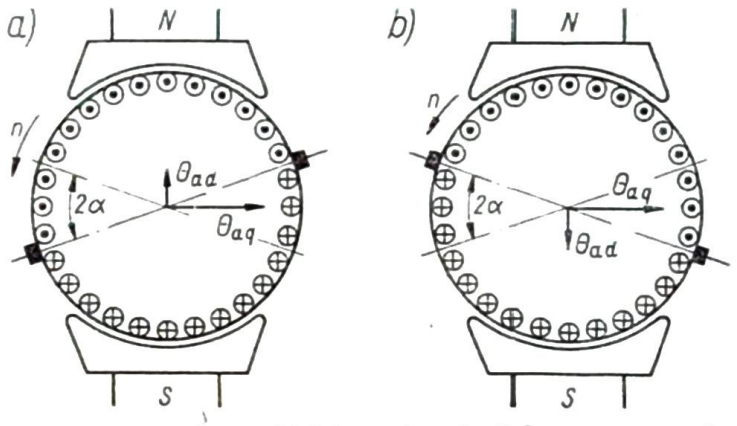


Rys. 7.16. Rozkład przepływów i indukcji w maszynie z biegunami pomocniczymi i uzwojeniem kompensacyjnym

indukcji wypadkowej w maszynie z biegunami pomocniczymi i uzwojeniem kompensacyjnym.

Bieguny pomocnicze i uzwojenie kompensacyjne sprawiają, że rozkład indukcji przy obciążeniu jest niemal taki sam, jak w stanie jałowym. Przez odpowiedni dobór liczby zwojów uzwojeń pomocniczych można spowodować, że w strefie neutralnej indukcja będzie równa zeru lub, jeśli to okaże się potrzebne, będzie miała określoną wartość. Potrzeba taka wynika z analizy zjawiska, zwanego komutacją (p. 7.1.9).

Przy rozpatrywaniu zagadnień oddziaływania wirnika przyjęto, że szczotki znajdują się w osi poprzecznej, czyli że przepływ występuje w osi prostopadłej do osi biegunów. Dla uzyskania żądanych własności maszyny, szczotki są niekiedy



Rys. 7.17. Przepływ oddziaływania wirnika przy przesunięciu szczotek z osi neutralnej: a) przy obróceniu szczotek w kierunku prędkości; b) przy obróceniu w kierunku przeciwnym do kierunku prędkości

przesunięte z osi neutralnej (rys. 7.17) i wówczas przepływ wirnika można traktować jako składający się z dwóch składowych: przepływu poprzecznego Θ_{aq} i podłużnego Θ_{ad}. Składowy przepływ poprzeczny daje takie skutki, jak przy położeniu szczotek w osi neutralnej, natomiast podłużny powoduje osłabienie lub wzmocnienie strumienia. Łatwo stwierdzić, że obrócenie szczotek w kierunku prędkości powoduje w prądnicy osłabienie, a w silniku wzmocnienie pola podłużnego, przy obrocie szczotek w kierunku przeciwnym do kierunku prędkości działanie przepływu podłużnego jest odwrotne.

7.1.9. Komutacja

Gdy zezwój przemieszcza się przez strefę neutralną, w której znajdują się szczotki, wówczas przechodzi on z jednej gałęzi do drugiej i w tym momencie następuje w nim zmiana kierunku prądu na przeciwny. Zmiana kierunku prądu w zezwoju następuje więc w czasie, gdy zezwój jest zwarty przez szczotkę. Sam proces zmiany kierunku prądu w obwodzie nazywa się komutacją, a zespół zjawisk, jakie w maszynie komutatorowej towarzyszą zmianie kierunku prądu w zezwoju zwartym przez szczotkę, określa się jako zagadnienie komutacji.

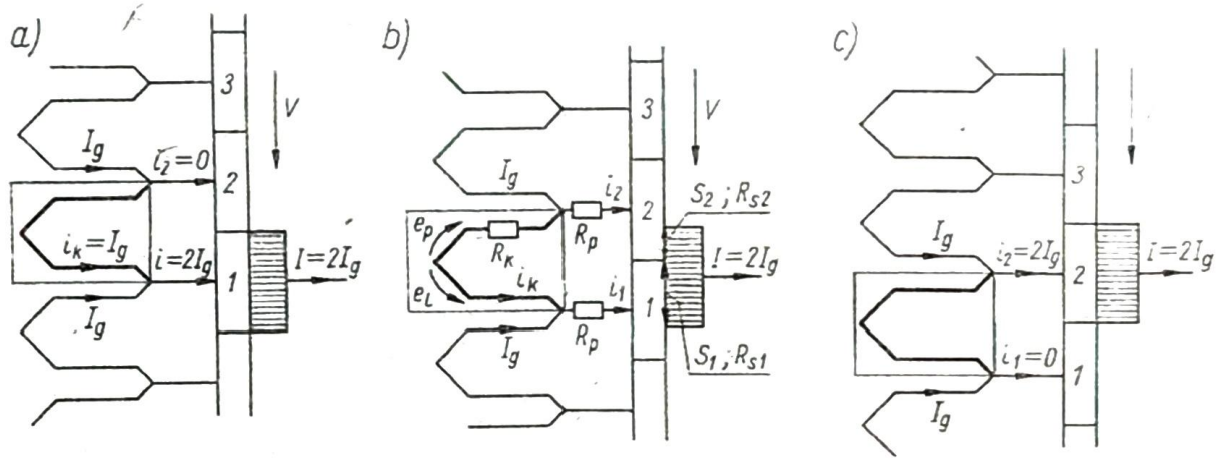
Proces komutacji jest dość złożony, gdyż występuje w nim jednocześnie szereg współzależnych od siebie zjawisk mechanicznych, elektromagnetycznych,

elektrochemicznych i termicznych. Rozpatrywanie wszystkich tych zagadnień jest trudne, dlatego dla celów praktycznych ograniczamy się zwykle do rozpatrzenia procesu komutacji w dość znacznym uproszczeniu.

Zła komutacja wywołuje iskrzenie, które może spowodować zniszczenie szczotek i komutatora, dlatego dąży się do tego, by komutacja była beziskrowa.

Iskrzenie szczotek może być wywołane przyczynami natury mechanicznej i elektrycznej. Do przyczyn natury mechanicznej zaliczamy przede wszystkim nierówności powierzchni, zanieczyszczenia lub mimośrodowość komutatora, złe przyleganie szczotek, zbyt słaby lub zbyt silny ich docisk, drgania szczotek lub trzymadeł szczotkowych itp. Do przyczyn natury elektrycznej, mających wpływ na komutację, zaliczamy przede wszystkim gęstość prądu na styku między szczotką i komutatorem oraz własności elektryczne szczotek.

Rozpatrzmy przebieg prądu w zezwoju zwartym przez szczotki przy założeniu, że szczotka ma szerokość równą szerokości wycinka komutatora.



Rys. 7.18. Rozpływ prądów przy komutacji, gdy: a) $t=0$, b) $0<t<T_k$, c) $t=T_k$

Zezwój jest zwarty przez szczotkę od momentu, gdy cała szczotka przylega do wycinka *1* (rys. 7.18a) do momentu gdy cała szczotka znajdzie się na wycinku *2* (rys. 7.18c). Czas ten, zwany **okresem komutacji** wynosi

$$T_k=\frac{60}{nK} \tag{7.28}$$

gdzie n jest prędkością obrotową (w obrotach na minutę). Przy stosowanych prędkościach znamionowych i liczbach wycinków okres komutacji jest bardzo krótki (rzędu setnych a nawet tysięcznych sekundy) i w tym czasie musi się dokonać zmiana wartości prądu w zezwoju komutowanym od $+I_g$ do $-I_g$, czyli o wartość $2I_g$. Wynika stąd, że w zwartym zezwoju indukują się napięcia samoindukcji i indukcji wzajemnej, które mają duży wpływ na wartość prądu w zezwoju.

Rozpatrywany zezwój komutujący (zaznaczony na rys. 7.18 grubszą linią) znajduje się w czasie $t=0$ w górnej gałęzi, a więc $i_k=I_g$, natomiast po okresie komutacji ($t\geqslant T_k$) prąd w rozpatrywanym zwoju zmienił kierunek, czyli $i_k=-I_g$. Gdy szczotka zajmuje częściowo wycinek *1*, a częściowo wycinek *2*, prąd przepływa

do szczotki przez obydwa wycinki. Aby określić prąd w zezwoju zwartym napiszemy bilans prądów w dwóch węzłach

$$i_1 = I_g + i_k \tag{7.29}$$

$$i_2 = I_g - i_k \tag{7.30}$$

oraz bilans napięć w zwartym obwodzie, w którym uwzględnimy spadek napięcia od prądu i_k na rezystancji zwartego zezwoju R_k, spadki napięć od prądów i_1 i i_2 na rezystancjach przejścia między szczotką i odpowiednimi wycinkami komutatora R_{s1} i R_{s2} i na rezystancjach przejścia pomiędzy zezwojem a komutatorem R_p, a także napięcie samoindukcji i indukcji wzajemnej e_l i napięcie e_p, indukowane przez pole magnetyczne, występujące w miejscu, gdzie znajduje się zwarty zezwój. Przy przyjętym strzałkowaniu prądów i napięć napiszemy

$$i_1 R_p + i_1 R_{s1} - i_2 R_p - i_2 R_{s2} + i_k R_k = e_l - e_p \tag{7.31}$$

Przyjmijmy, że rezystancja przejścia między szczotką i wycinkiem komutatora jest odwrotnie proporcjonalna do powierzchni styku szczotki z tym wycinkiem. Jeżeli przez R_s oznaczymy rezystancję przejścia dla całej szczotki, to dla wycinka *1* i *2* jak na rys. 7.18b otrzymamy

$$R_{s1} = R_s \frac{S}{S_1} = R_s \frac{T_k}{T_k - t} \tag{7.32}$$

$$R_{s2} = R_s \frac{S}{S_2} = R_s \frac{T_k}{t} \tag{7.33}$$

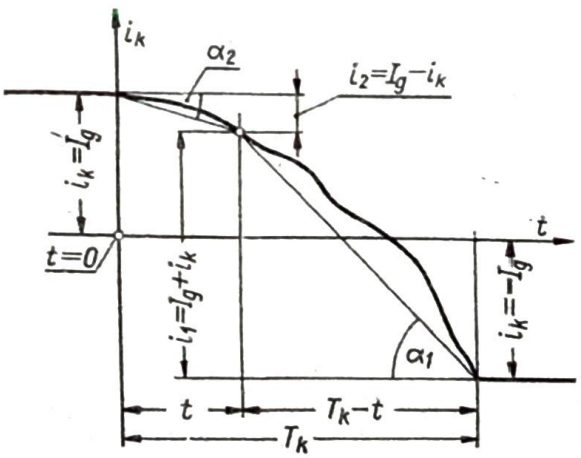
gdyż powierzchnie styku S_1 i S_2 są odpowiednio proporcjonalne do czasów $T_k - t$ oraz t. Po podstawieniu (7.29), (7.30), (7.32) i (7.33) w (7.31) otrzymujemy

$$i_k \left[R + R_s \frac{T_k^2}{(T_k - t)\, t} \right] - I_g R_s \frac{T_k (T_k - 2t)}{(T_k - t)\, t} = e_l - e_p \tag{7.34}$$

gdzie

$$R = R_k + 2R_p \tag{7.35}$$

Założenie dotyczące rezystancji R_{s1} i R_{s2} jest tak daleko idącym uproszczeniem (pomija się zależność R_{s1} i R_{s2} od gęstości prądu, nie uwzględnia się zmian



Rys. 7-19. Przebieg prądu w zezwoju komutującym

rezystancji jako skutku jonizacji powietrza, przyjmuje się, że szczotka idealnie przylega do komutatora), że nie warto rozwiązywać otrzymanego równania różniczkowego, ponieważ wynik będzie tylko przybliżeniem przebiegów rzeczywiście występujących w maszynie. Rozważymy tylko ogólnie przebiegi prądów w zezwoju komutującym i to przy dalszych założeniach upraszczających.

Jeżeli prąd w zezwoju komutującym jest określony pewną funkcją czasu (rys. 7.19), to gęstości prądu między szczotką i wycinkami *1* i *2* w danej chwili t wyrażają się związkami

$$j_1 = \frac{i_1}{S_1} = \frac{T_k}{S}\frac{i_1}{T_k - t} = c\,\mathrm{tg}\,\alpha_1 \tag{7.36}$$

$$j_2 = \frac{i_2}{S_2} = \frac{T_k}{S}\frac{i_2}{t} = c\,\mathrm{tg}\,\alpha_2 \tag{7.37}$$

Wynika stąd, że z krzywej prądu komutacyjnego można odczytać wartość gęstości prądu na styku między szczotką i wycinkiem *1* (zwanym *zbiegającym*) oraz między szczotką i wycinkiem *2* (zwanym *nabiegającym*).

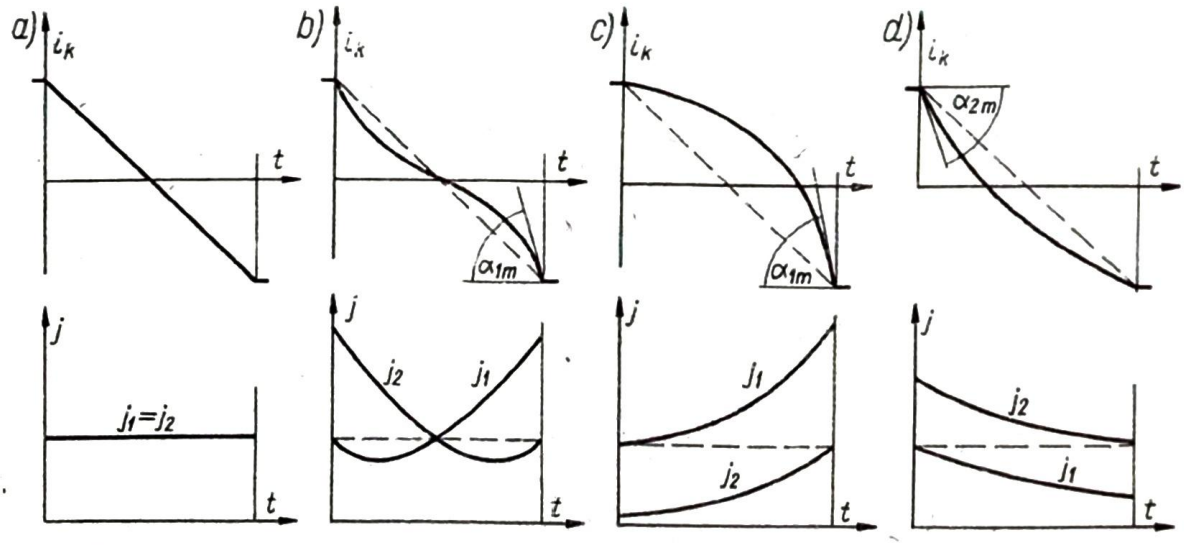
Załóżmy, że napięcia e_l i e_p znoszą się oraz pomińmy rezystancje R_k i R_p jako bardzo małe w porównaniu z R_{s1} i R_{s2}. Z ogólnego równania napięć (7.34) otrzymamy wówczas

$$i_k T_k - I_g(T_k - 2t) = 0 \tag{7.38}$$

czyli

$$i_k = I_g \frac{T_k - 2t}{T_k} = I_g\left(1 - \frac{2t}{T_k}\right) \tag{7.39}$$

Otrzymany przebieg jest liniową funkcją czasu. Komutację taką nazywa się prostoliniową (rys. 7.20a). Gęstość prądu jest przy komutacji prostoliniowej stała w ciągu całego okresu komutacji i taka sama na końcu zbiegającym i nabiegającym.



Rys. 7.20. Przebiegi prądów w zezwojach komutujących i odpowiadające im gęstości prądów na końcu zbiegającym j_1 i nabiegającym j_2: a) komutacja prostoliniowa; b) komutacja z uwzględnieniem rezystancji R; c) komutacja opóźniona; d) komutacja przyspieszona

Jeżeli uwzględnimy rezystancję $R = R_k + 2R_p$, to otrzymamy

$$i_k = I_a \frac{1 - 2\frac{t}{T_k}}{1 + \frac{R}{R_s}\frac{t}{T_k}\left(1 - \frac{t}{T_k}\right)} \tag{7.40}$$

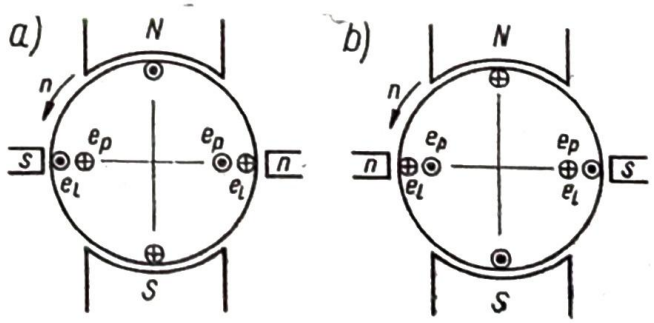
Przebieg komutacji przy uwzględnieniu rezystancji R jest przedstawiony na rys. 7.20b, a odpowiadający mu wykres gęstości prądu wskazuje, że na początku komutacji gęstość prądu jest większa na końcu nabiegającym, a na końcu komutacji — na końcu zbiegającym. Wpływ rezystancji nie jest więc korzystny, szczególnie z powodu większej niż przy komutacji prostoliniowej gęstości prądu w momencie, gdy szczotka traci styk z wycinkiem *1*.

Przy uwzględnieniu napięcia samoindukcji i indukcji wzajemnej (przy $e_p = 0$) otrzymujemy komutację przedstawioną na rys. 7.20c, gdyż zgodnie z regułą Lenza napięcia te starają się opóźnić zmiany prądu zachodzące w zezwoju. Komutacja taka nazywa się opóźnioną.

Przebiegi gęstości prądu wskazują, że na końcu zbiegającym gęstość jest duża na samym końcu okresu komutacji, a więc właśnie w chwili, gdy występuje skłonność do iskrzenia. Komutacja opóźniona jest więc szczególnie niekorzystna. Dla przeciwdziałania napięciu e_l, które opóźnia komutację, pręty zezwoju komutującego powinny znajdować się w takim polu, by napięcie e_p działało przeciwnie niż napięcie samoindukcji i indukcji wzajemnej.

Jeżeli e_p jest większe od e_l, to otrzymujemy komutację przyspieszoną (rys. 7.20d). Gęstość prądu jest tu podwyższona na końcu nabiegającym i jeżeli osiąga dużą wartość, to pojawia się na tym końcu iskrzenie. Natomiast korzystna jest gęstość j_1 na końcu zbiegającym dlatego, że na końcu okresu komutacji osiąga małą wartość. Najlepsza jest zatem komutacja nieco przyspieszona, skąd wynika, że w tym miejscu, gdzie znajduje się zwój zwarty przez szczotkę, powinno być pole o takiej biegunowości i indukcji, by zostało zniesione napięcie samoindukcji i indukcji wzajemnej i aby dodatkowo nieco przyspieszyć komutację.

Na rysunku 7.21 rozważono zwrot napięć e_l oraz napięć e_p, które mają znieść e_l i dać komutację przyspieszoną. Z założonej biegunowości biegunów głównych i kierunku prędkości dla prądnicy i silnika wynika zwrot prądu pręta w strefie



Rys. 7.21. Wyznaczenie biegunowości biegunów pomocniczych ze względu na warunki komutacji: a) w prądnicy; b) w silniku

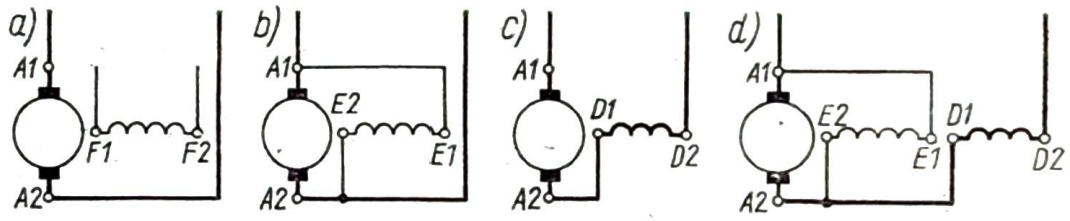
biegunów głównych; napięcie e_l jest zgodne co do kierunku z kierunkiem prądu w pręcie, zanim znalazł się on w strefie komutacji. Ponieważ e_p musi mieć zwrot przeciwny, wynikająca stąd biegunowość biegunów pomocniczych jest taka sama jak przy rozpatrywaniu oddziaływania wirnika. Stąd wniosek, że dla poprawienia komutacji bieguny pomocnicze powinny mieć przepływ nieco większy niż to wynika z warunku zniesienia oddziaływania wirnika w osi poprzecznej.

Dla poprawy warunków komutacji stosuje się również w maszynach komutatorowych szczotki o znacznej rezystancji przejścia, są to szczotki węglowo-grafitowe i grafitowe. Dla szczotek stosowanych w maszynach nie podaje się rezystywności, lecz charakteryzują się one określonym spadkiem napięcia, który na parę szczotek wynosi ok. 2 V. W maszynach niskonapięciowych stosuje się szczotki miedziano-grafitowe o spadku napięcia (na parę szczotek) od 0,2 do 1,8 V, a niekiedy metalowe.

W maszynach bez biegunów pomocniczych poprawia się komutację przez odpowiednie przesunięcie szczotek ze strefy neutralnej. Z rys. 7.21 wynika, że szczotki należy obrócić o pewien kąt względem osi poprzecznej — w prądnicy w kierunku prędkości, w silniku w kierunku przeciwnym do kierunku prędkości.

7.1.10. Układy połączeń obwodu elektrycznego

Ze względu na sposób zasilania uzwojeń wzbudzenia, znajdujących się na biegunach głównych, rozróżnia się kilka rodzajów maszyn prądu stałego. Jeżeli uzwojenie wzbudzenia nie jest połączone z uzwojeniem wirnika, lecz jest zasilane z obcego



Rys. 7.22. Układy połączenia maszyn prądu stałego: a) obcowzbudnej, b) bocznikowej, c) szeregowej, d) szeregowo-bocznikowej

źródła napięcia, to maszynę nazywa się obcowzbudną (rys. 7.22a). Jeżeli uzwojenie wzbudzenia jest połączone z uzwojeniem wirnika to maszynę nazywa się samowzbudną. W zależności od układu połączeń rozróżnia się maszyny samowzbudne bocznikowe (rys. 7.22b), szeregowe (rys. 7.22c) i szeregowo-bocznikowe, czyli dozwojone (rys. 7.22d). Jeżeli maszyna ma bieguny pomocnicze i ewentualnie uzwojenia kompensacyjne, to są one połączone zawsze w szereg z uzwojeniem wirnika (dla przejrzystości uzwojenia te na rys. 7.22 nie są uwidocznione).

Dla ułatwienia eksploatacji maszyn końce poszczególnych obwodów są często oznaczane następującymi symbolami:

A1, *A2* — uzwojenie wirnika,

E1, *E2* — uzwojenie bocznikowe,

D1, *D2* — uzwojenie szeregowe,
B1, *B2* — bieguny pomocnicze,
C1, *C2* — uzwojenie kompensacyjne,
F1, *F2* — uzwojenie wzbudzenia zasilane z obcego źródła,
H1, *H2* — uzwojenie dodatkowe w osi podłużnej (osi uzwojenia wzbudzenia),
J1, *J2* — uzwojenie dodatkowe w osi poprzecznej (w osi neutralnej).

Przyjmuje się, że wskaźnik *1* oznacza początek a, wskaźnik *2* koniec danego uzwojenia. Przy uruchamianiu maszyny konieczne jest uzyskanie określonej biegunowości napięcia — przy pracy prądnicowej lub określonego kierunku prędkości — przy pracy silnikowej. Aby nie trzeba było przeprowadzać dodatkowych prób, początki i końce uzwojeń oznaczone są według zasady, że w maszynie wirującej w prawo przy przepływie prądu w którymkolwiek z uzwojeń (szeregowym, bocznikowym lub obcowzbudnym) w kierunku zgodnym z kolejnością wskaźników cyfrowych, w wirniku indukuje się napięcie o biegunowości dodatniej na zacisku *A1* i ujemnej na zacisku *A2*. Uzwojenia biegunów pomocniczych i kompensacyjnych są tak oznaczone, aby prąd płynący przez wirnik oraz przez te uzwojenia w kierunku zgodnym z kolejnością wskaźników cyfrowych dawał przeciwnie skierowane przepływy. Kierunek prędkości jest prawy, jeżeli patrząc od strony wału napędowego (przeciwnej niż komutator) widzimy, że wirnik obraca się zgodnie z ruchem wskazówek zegara. Zgodnie z zasadą oznaczania zacisków, w silniku wirującym w prawo prądy płyną we wszystkich uzwojeniach w kierunku zgodnym z kolejnością wskaźników cyfrowych; w prądnicy wirującej w prawo prądy w obwodach wzbudzenia płyną w kierunku zgodnym z kolejnością wskaźników, natomiast w tworniku i uzwojeniach biegunów pomocniczych (i ewentualnie kompensacyjnych) — w kierunku przeciwnym niż kolejność wskaźników. Przy zmianie kierunku prędkości i zachowaniu tego samego rodzaju pracy (silnikowej lub prądnicowej) zmienia się kierunek prądu albo w obwodach wzbudzenia, albo w uzwojeniu twornika i biegunów pomocniczych.

Podstawowa aparatura, przeznaczona do rozruchu i regulacji prędkości maszyn, ma również zaciski oznaczone zwykle w sposób jednolity.

Rezystor (opornik) regulacyjny, włączony w obwód wzbudzenia (rys. 7.23 i 7.28), oznacza się następująco:

s — zacisk łączony z uzwojeniem bocznikowym,
t — zacisk łączony z siecią lub wirnikiem,
q — zacisk do zwierania uzwojenia wzbudzenia, łączony z drugim biegunem sieci lub drugim końcem wirnika.

Rozrusznik (rys. 7.38) ma zwykle następujące oznaczenia:

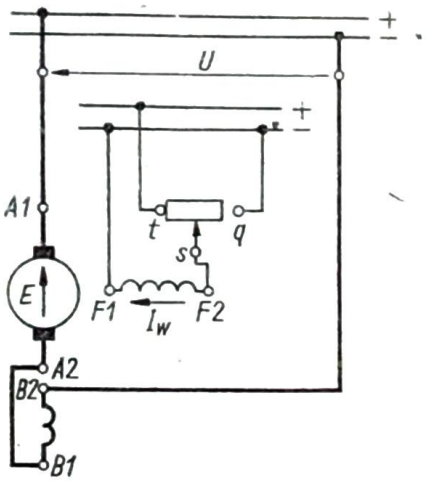
L — zacisk do połączenia z siecią,
R — zacisk do połączenia z uzwojeniem wirnika,
M — zacisk do połączenia z uzwojeniem bocznikowym (jeżeli przewiduje się tego rodzaju połączenia).

Szczegółowe połączenia maszyn z zaznaczeniem zwrotów napięć i prądów są przedstawione przy omawianiu poszczególnych rodzajów prądnic i silników.

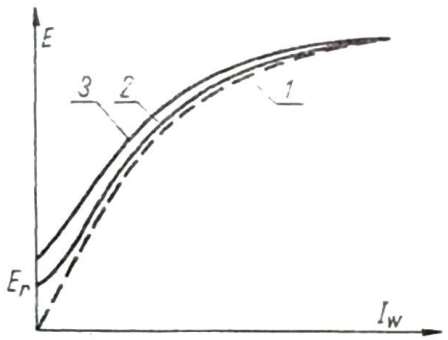
7.2. PRĄDNICE PRĄDU STAŁEGO

7.2.1. Prądnica obcowzbudna

Układ połączeń prądnicy z biegunami pomocniczymi i opornikiem do regulacji prądu wzbudzającego pokazano na rys. 7.23. Zacisk q opornika regulacyjnego przyłączony do tej samej szyny sieci, co koniec $F2$ uzwojenia, służy do zwierania uzwojenia wzbudzenia w chwili przerwania prądu wzbudzającego. Rozwarcie obwodu spowodowałoby bowiem pojawienie się na zaciskach $F1$—$F2$ napięcia, które mogłoby być niebezpieczne dla obsługi maszyny.



Rys. 7.23. Układ połączeń prądnicy obcowzbudnej



Rys. 7.24. Charakterystyka stanu jałowego prądnicy obcowzbudnej

Przy rozpatrywaniu własności ruchowych prądnicy zakładamy, że jest ona napędzana ze stałą prędkością obrotową. Jeżeli prądnica nie jest obciążona ($I = 0$), to napięcie E indukowane w wirniku jest jednocześnie napięciem U, mierzonym na zaciskach maszyny. Wykres zależności napięcia E od prądu wzbudzającego nazywamy **charakterystyką stanu jałowego**.

Wzbudzanie maszyny po raz pierwszy po jej wyprodukowaniu lub po jej całkowitym rozmagnesowaniu daje charakterystykę stanu jałowego jako krzywą wychodzącą z początku układu współrzędnych (rys. 7.24, krzywa *1*). Jest ona jednocześnie charakterystyką magnesowania obwodu magnetycznego łącznie ze szczeliną powietrzną ($\Phi = f(\Theta)$). Zwykle jednak w maszynie występuje strumień remanentu i dlatego już przy zerowej wartości prądu wzbudzającego występuje napięcie **remanentu** E_r.

Przy wzroście prądu wzbudzającego otrzymuje się krzywą *2*, a przy zmniejszaniu prądu wzbudzającego — inną krzywą *3*, na skutek histerezy magnetycznej.

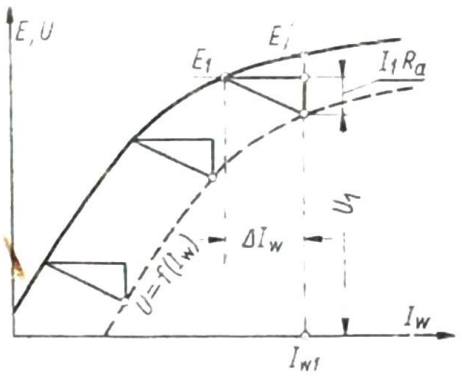
Jeżeli prądnica jest obciążona prądem I, to napięcie U jest mniejsze od napięcia indukowanego E o spadki napięć na rezystancji wirnika R_a i ewentualnie włączonych szeregowo uzwojeń biegunów pomocniczych i uzwojeń kompensacyjnych oraz o spadek napięcia na szczotkach

$$U = E - I(R_a + R_{bp} + R_k) - \Delta U_{szcz} \tag{7.41}$$

Dla uproszczenia będziemy przez R_a oznaczać rezystancję wirnika łącznie z rezystancjami R_{bp} i R_k oraz pominiemy ΔU_{szcz}

$$U = E - IR_a \tag{7.42}$$

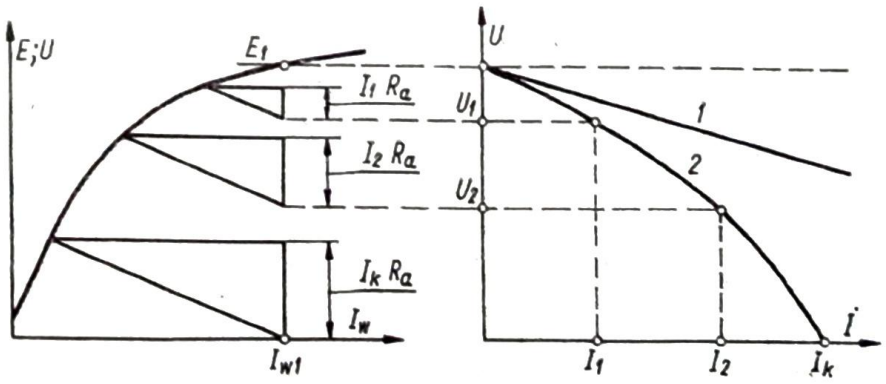
Gdyby nie było oddziaływania wirnika (np. w maszynie skompensowanej), to prądowi wzbudzającemu I_{w1} (rys. 7.25) odpowiadałoby napięcie E_1', jednak na skutek zmniejszenia strumienia występuje w maszynie bez uzwojenia kompensacyj-



Rys. 7.25. Konstrukcja charakterystyki obciążenia przy zastosowaniu trójkąta charakterystycznego

nego mniejsze napięcie E_1. Załóżmy, że zmniejszenie napięcia odpowiada pozornemu zmniejszeniu prądu wzbudzającego o wartość ΔI_w, przy czym wartość ta jest proporcjonalna do prądu wirnika. Napięcie U_1 jest mniejsze od E_1 o spadek napięcia $I_1 R_a$, a zatem, przy uczynionym wyżej założeniu, dwie przyprostokątne trójkąta są proporcjonalne do prądu obciążenia, więc przy różnych prądach wzbudzających i stałym prądzie obciążenia trójkąt charakterystyczny ma wielkość stałą. Przesuwając ten trójkąt równolegle wzdłuż charakterystyki magnesowania, otrzymujemy krzywą $U = f(I_w)$ przy $I_1 = \text{const}$. Zależność ta nazywa się **charakterystyką obciążenia.**

Charakterystyką zewnętrzną prądnicy obcowzbudnej nazywamy zależność napięcia U od prądu obciążenia przy stałej wartości prądu wzbudzającego. Jeżeli przy stałej prędkości nie występuje oddziaływanie wirnika (maszyna nienasycona lub skompensowana), to napięcie indukowane E jest stałe, a napięcie na zaciskach maszyny U, zgodnie z (7.42), jest funkcją liniową prądu (rys. 7.26, krzywa *1*).



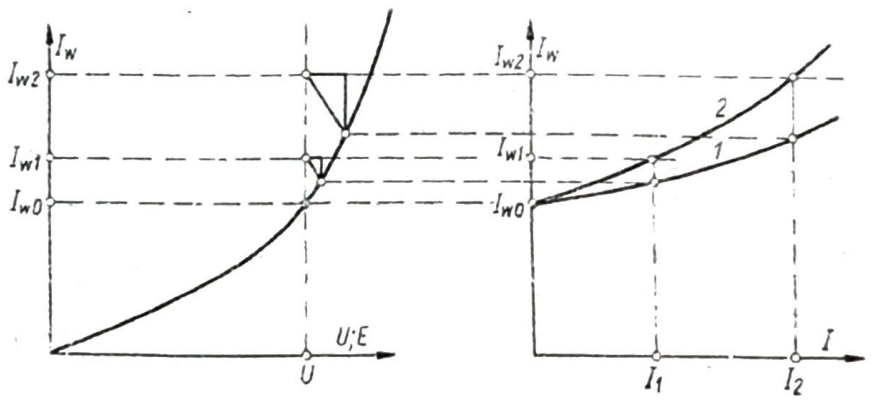
Rys. 7.26. Charakterystyka zewnętrzna prądnicy obcowzbudnej krzywa *1* — charakterystyka prądnicy skompensowanej, krzywa *2* — charakterystyka przy uwzględnieniu oddziaływania wirnika

Jeżeli występuje oddziaływanie wirnika, to można sporządzić przybliżony przebieg charakterystyki zewnętrznej, wykorzystując konstrukcję trójkąta charakterystycznego (rys. 7.26, krzywa *2*). W stanie jałowym napięcie U jest równe E_1; w miarę wzrostu prądu obciążenia boki trójkąta proporcjonalnie zwiększają się, przy czym — wobec stałości prądu wzbudzającego — pionowe przyprostokątne wszystkich trójkątów leżą na wspólnej prostej pionowej, wyznaczonej prądem I_{w1}.

Jeżeli maszyna jest obciążona prądem znamionowym, to przy znamionowym prądzie wzbudzającym napięcie U na zaciskach maszyny jest również znamionowe. Spadek napięcia od stanu jałowego do stanu znamionowego przy znamionowym prądzie wzbudzającym wynosi zwykle kilka procent. Przy $U = 0$ prąd obciążenia jest prądem zwarcia I_k i jest on zwykle w maszynach skompensowanych 15—25 razy, a w maszynach bez kompensacji ok. 10—15 razy większy od prądu znamionowego. Zwarcie jest więc dla obcowzbudnej maszyny prądu stałego bardzo niebezpieczne, gdyż wywołuje silne działanie dynamiczne i może spowodować spalenie izolacji wirnika, a przede wszystkim uszkodzenie szczotek i komutatora.

Przy zmianie obciążenia można tak regulować prąd wzbudzający, aby napięcie na zaciskach maszyny było stałe. Zależność $I_w = f(I)$ (przy $U = \text{const}$, $n = \text{const}$) nazywa się **charakterystyką regulacyjną**.

Aby napięcie U było stałe, w miarę wzrostu prądu obciążenia musi wzrastać strumień i prąd wzbudzający. Charakterystykę regulacyjną maszyny skompensowanej przedstawia krzywa *1* na rys. 7.27.

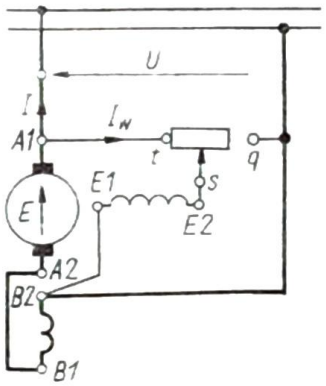


Rys. 7.27. Charakterystyka regulacyjna prądnicy obcowzbudnej
krzywa *1* — charakterystyka prądnicy skompensowanej, krzywa *2* — charakterystyka przy uwzględnieniu oddziaływania wirnika

Charakterystykę regulacyjną maszyny nasyconej, w której występuje oddziaływanie wirnika, można wyznaczyć stosując poznaną uprzednio metodę trójkątów charakterystycznych, przy czym wygodniej jest narysować charakterystykę magnesowania w odwróconym układzie współrzędnych (rys. 7.27). Ze względu na wspólne napięcie U wszystkie trójkąty charakterystyczne muszą być tak ułożone, aby ich wierzchołki leżały na prostej pionowej, wyznaczonej tym napięciem. Przy różnych prądach obciążenia, których miarą są wielkości boków trójkąta, otrzymujemy wartości prądów wzbudzających, które przenosimy do układu współrzędnych $I_w = f(I)$, otrzymując w ten sposób charakterystykę regulacyjną.

7.2.2. Prądnica bocznikowa

Obwód wzbudzenia prądnicy bocznikowej (rys. 7.28) jest zasilany napięciem z zacisków *A1—A2* lub *A1—B2* tej maszyny. Regulator w obwodzie wzbudzenia ma trzy zaciski *t*, *s*, *q*. Połączenie zacisku *q* z przewodem przyłączonym do zacisku *B2* ma na celu zwarcie obwodu wzbudzenia w momencie wyłączenia prądu wzbudzającego.



Rys. 7.28. Układ połączeń prądnicy bocznikowej

Jeżeli w obwodzie magnetycznym maszyny istnieje magnetyzm szczątkowy, to przy obracaniu się wirnika indukuje się napięcie remanentu E_r. Pod wpływem tego napięcia płynie w obwodzie wzbudzenia prąd I_w, który wytwarza strumień magnetyczny. Jeżeli kierunek linii tego strumienia jest zgodny z kierunkiem linii strumienia remanentu, to strumień w maszynie ulega zwiększeniu, wzrasta napięcie indukowane i prąd wzbudzający, co powoduje dalszy wzrost strumienia, aż maszyna wzbudzi się do pełnego napięcia. Gdyby nie było strumienia szczątkowego, to proces wzbudzenia nie mógłby wystąpić; należałoby wówczas na chwilę zasilić obwód wzbudzenia z obcego źródła napięcia, aby wytworzyć strumień szczątkowy, a następnie połączyć maszynę jako bocznikową i wówczas proces samowzbudzenia przebiegałby jak opisano wyżej, pod warunkiem że obwód wzbudzenia będzie prawidłowo połączony. Kierunek strumienia wytworzonego przez prąd wzbudzający zależy od zwrotu napięcia remanentu i sposobu połączenia uzwojenia wzbudzenia z zaciskami *A1—B2*, natomiast zwrot napięcia remanentu zależy od kierunku prędkości i kierunku strumienia remanentu. Jeżeli więc zmieni się kierunek prędkości lub nieprawidłowo połączy uzwojenie wzbudzenia, to strumień wytworzony przez prąd wzbudzający będzie skierowany przeciwnie niż strumień remanentu co spowoduje, że maszyna rozmagnesuje się.

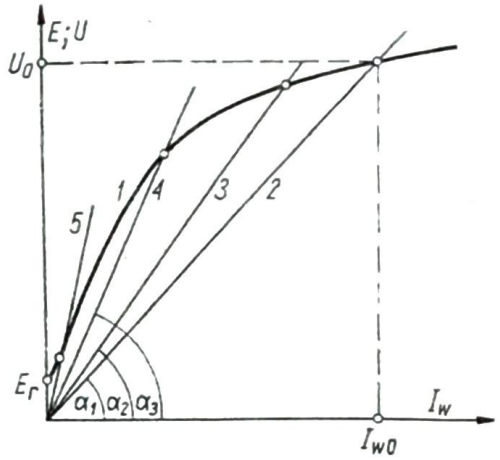
Jeżeli prądnica nie jest obciążona tzn. jest odłączona od sieci, to prąd płynący w obwodzie wirnika jest równy prądowi wzbudzającemu. Ponieważ prąd wzbudzający jest mały w porównaniu z prądem znamionowym, można przyjąć, że w stanie jałowym $E = U$, jednocześnie napięcie U jest równe iloczynowi prądu wzbudzającego i rezystancji tego obwodu

$$U = I_w R_w \tag{7.43}$$

W stanie nieustalonym należy jeszcze uwzględnić napięcie indukowane na skutek zmiany chwilowych wartości prądu wzbudzającego

$$u = i_w R_w + L_w \frac{\mathrm{d}i_w}{\mathrm{d}t} \tag{7.44}$$

Jeśli wyrysujemy charakterystykę magnesowania maszyny $E = \mathrm{f}(I_w)$ (czyli charakterystykę stanu jałowego przy zasilaniu obwodu wzbudzenia z obcego źródła napięcia), to każdemu prądowi wzbudzającemu odpowiada określona wartość indukowanego napięcia, czyli — przy przyjętym założeniu — określona wartość



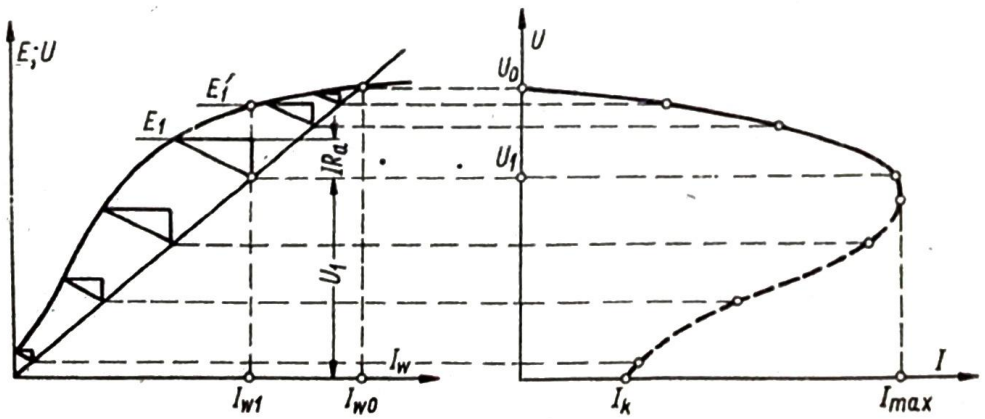
Rys. 7.29. Przebieg samowzbudzenia prądnicy bocznikowej
1 — charakterystyka magnesowania $U = \mathrm{f}(I_w)$, *2—5* — charakterystyki obwodu wzbudzenia $U = R_w I_w$

napięcia U (rys. 7.29). Jednocześnie na podstawie równania (7.43) otrzymujemy prostą, której nachylenie jest zależne od wartości rezystancji R_w obwodu wzbudzenia (uzwojenia i przyłączonej szeregowo rezystancji regulacyjnej)

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{I_w R_w}{I_w} = R_w \tag{7.45}$$

Wartości napięcia U_0 i prądu wzbudzającego I_{w0} ustalą się tam, gdzie krzywa $U = \mathrm{f}(I_w)$ i prosta $U = R_w I_w$ przecinają się. W zależności od wartości rezystancji R_w prądnica wzbudzi się do odpowiedniej wartości napięcia. Przy bardzo dużej rezystancji obwodu prądnica wzbudzi się do małej wartości napięcia (rys. 7.29, prosta *5*).

Charakterystyką zewnętrzną jest zależność napięcia od prądu obciążenia przy stałej wartości rezystancji R_w obwodu wzbudzenia i stałej prędkości



Rys. 7.30. Konstrukcja charakterystyki zewnętrznej prądnicy bocznikowej

obrotowej. Zwykle najbardziej interesująca jest charakterystyka zewnętrzna wykreślona dla takiej wartości rezystancji R_w, aby przy prądzie znamionowym napięcie U było równe wartości znamionowej.

Charakterystykę zewnętrzną można sporządzić przy zastosowaniu trójkątów charakterystycznych (rys. 7.30). Jeżeli narysujemy charakterystykę magnesowania i prostą $U = I_w R_w$, to w stanie jałowym (przy $I = 0$) otrzymuje się napięcie U_0. Przy prądzie I_1 napięcie U na zaciskach maszyny zmniejsza się do wartości U_1, wobec czego prąd wzbudzający I_w maleje zgodnie z prostą $U = I_w R_w$. Temu nowemu prądowi wzbudzającemu odpowiada nowe napięcie E_1', ale skutkiem oddziaływania wirnika napięcie indukowane zmniejsza się do wartości E_1. Od tego napięcia należy jeszcze odjąć spadek napięcia na rezystancji wirnika $I_1 R_a$, aby otrzymać napięcie U_1 na zaciskach maszyny. Wrysowując w ten sposób szereg podobnych trójkątów między krzywą $E = f(I_w)$ i prostą $U = I_w R_w$, otrzymujemy prądy obciążenia, odpowiadające kolejnym wartościom napięcia; przenosząc te napięcia i prądy do układu współrzędnych U, I, otrzymujemy charakterystykę zewnętrzną.

Widać, że wskutek nie tylko oddziaływania wirnika i spadków napięć na rezystancji R_a, ale również wskutek zmniejszania się prądu wzbudzającego napięcie zmniejsza się silnie przy wzroście obciążenia, prąd obciążenia osiąga w pewnym stanie pracy wartość maksymalną i dalsze zmniejszanie rezystancji obciążenia nie powoduje już wzrostu prądu, lecz jego zmniejszanie się, aż do stanu zwarcia. Od prądu I_{max} do I_k jest to zakres niestabilnej pracy prądnicy; na tym odcinku prądnica nie może pracować w stanie ustalonym, prąd bardzo szybko maleje do wartości I_k.

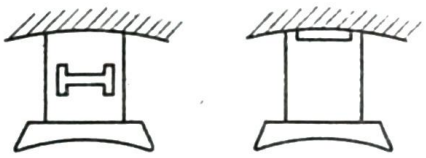
Jak widać z rys. 7.30, prąd zwarcia prądnicy bocznikowej jest znacznie mniejszy od prądu zwarcia prądnicy obcowzbudnej. Jest to korzystna właściwość prądnicy bocznikowej, gdyż w razie zwarcia nie grozi jej zniszczenie. Należy jednak liczyć się z tym, że zanim prąd osiągnie stan ustalony, prąd zwarcia przybiera wartości chwilowe stosunkowo duże, zwłaszcza że stała czasowa obwodu wzbudzenia jest duża i przy zwarciu utrzymuje się większa wartość prądu i strumienia niż to wynika z charakterystyki narysowanej dla kolejnych stanów ustalonych. Chwilowa duża wartość prądu nie jest groźna ze względu na skutki cieplne, ponieważ płynie on stosunkowo krótko, ale może spowodować powstanie ognia na komutatorze i wytopienie wycinków komutatora, a także może być przyczyną rozerwania uzwojeń pod działaniem dużych sił elektromagnetycznych.

Zmienność napięcia prądnicy bocznikowej, określona z charakterystyki zewnętrznej zależnością

$$\Delta U = \frac{U_o - U_n}{U_n} \tag{7.46}$$

wynosi ok. 0,2—0,3.

Charakterystyka regulacyjna $I_w = f(I)$ przy $U = \text{const}$ prądnicy bocznikowej jest praktycznie taka sama jak prądnicy obcowzbudnej (jeżeli pominie się wpływ prądu I_w na wartość prądu wirnika), gdyż przy $U = \text{const}$ naszyna zachowuje się tak samo, jak gdyby była wzbudzona z obcego źródła napięcia.

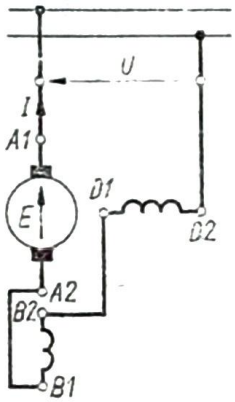


Rys. 7.31. Kształty szczelin w biegunach prądnic bocznikowych dla zwiększenia nasycenia biegunów

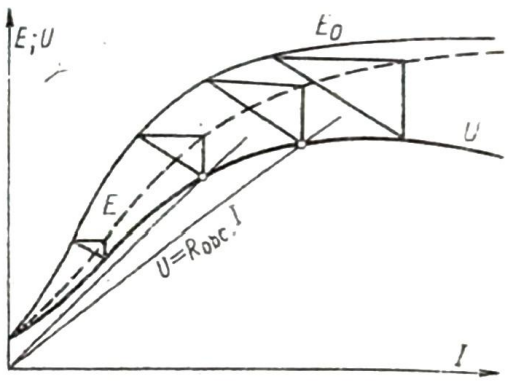
Dla uzyskania płaskiego przebiegu charakterystyki magnesowania, wpływającego korzystnie na zakres regulacji napięcia, wykonuje się niekiedy prądnice bocznikowe ze specjalnymi szczelinami w biegunach, przez co zwiększa się nasycenie biegunów (rys. 7.31). Taką budowę mają często prądnice, które pracują jako wzbudnice prądnic synchronicznych.

7.2.3. Prądnica szeregowa

Przy szeregowym połączeniu uzwojenia wzbudzenia z uzwojeniem wirnika (rys. 7.32) prąd obciążenia jest jednocześnie prądem wzbudzającym. Jeśli więc maszyna nie jest obciążona żadnym odbiornikiem, to na zaciskach maszyny pojawia się tylko napięcie



Rys. 7.32. Układ połączeń prądnicy szeregowej



Rys. 7.33. Charakterystyka stanu jałowego i charakterystyka zewnętrzna prądnicy szeregowej

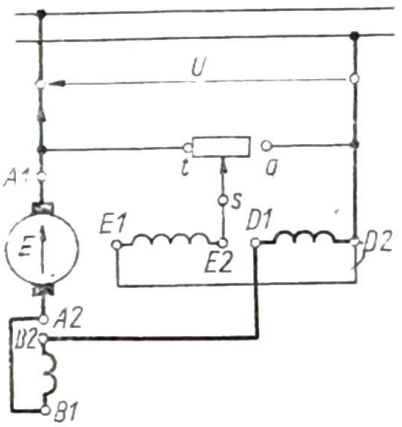
remańentu (rys. 7.33). Przy obciążeniu maszyny prądem I rośnie odpowiednio strumień i napięcie indukowane, skąd, po uwzględnieniu oddziaływania wirnika i spadku napięcia na rezystancji wirnika i wzbudzenia, można wyznaczyć napięcie U. Stosując metodę trójkątów charakterystycznych, można wyznaczyć charakterystykę zewnętrzną $U = f(I)$, z której widać, że przy małym obciążeniu napięcie U ma wartość niewielką, przy wzroście obciążenia napięcie U również narasta, a przy dalszym wzroście prądu napięcie zmniejsza się.

Punkt pracy prądnicy szeregowej zależy od rezystancji obciążenia; jeżeli w tym samym układzie współrzędnych, w którym jest narysowana charakterystyka zewnętrzna, narysujemy prostą $U = IR_{obc}$, to napięcie i prąd przy określonej rezystancji wyznaczone są punktem przecięcia tej prostej z charakterystyką zewnętrzną.

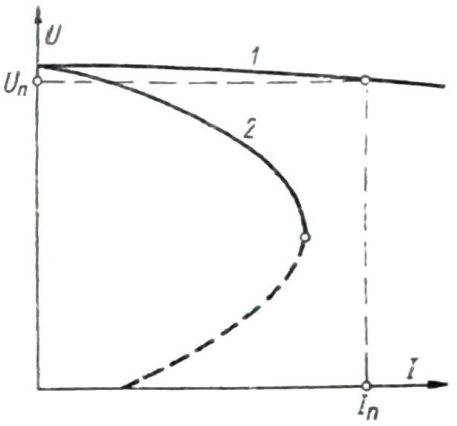
Przebieg charakterystyki zewnętrznej maszyny szeregowej pracującej jako prądnica jest niekorzystny z powodu silnej zależności napięcia od prądu obciążenia i dlatego prądnice szeregowe nie znajdują szerszego zastosowania.

7.2.4. Prądnica szeregowo-bocznikowa

Zaletą prądnicy bocznikowej w porównaniu z obcowzbudną jest to, że nie wymaga ona oddzielnego źródła zasilania obwodu wzbudzenia, natomiast wadą jej jest silne zmniejszanie się napięcia występujące przy wzroście prądu obciążenia. Tę ujemną cechę można wyeliminować, wykonując oprócz uzwojenia bocznikowego drugie uzwojenie wzbudzenia, połączone szeregowo z wirnikiem, a zasilane w taki sposób, by obydwa przepływy były zgodne (rys. 7.34). Przez odpowiedni dobór liczby zwojów uzwojenia szeregowego uzyskuje się taki wzrost strumienia ze wzrostem prądu obciążenia, że napięcie na zaciskach pozostaje prawie stałe.



Rys. 7.34. Układ połączeń prądnicy szeregowo-bocznikowej



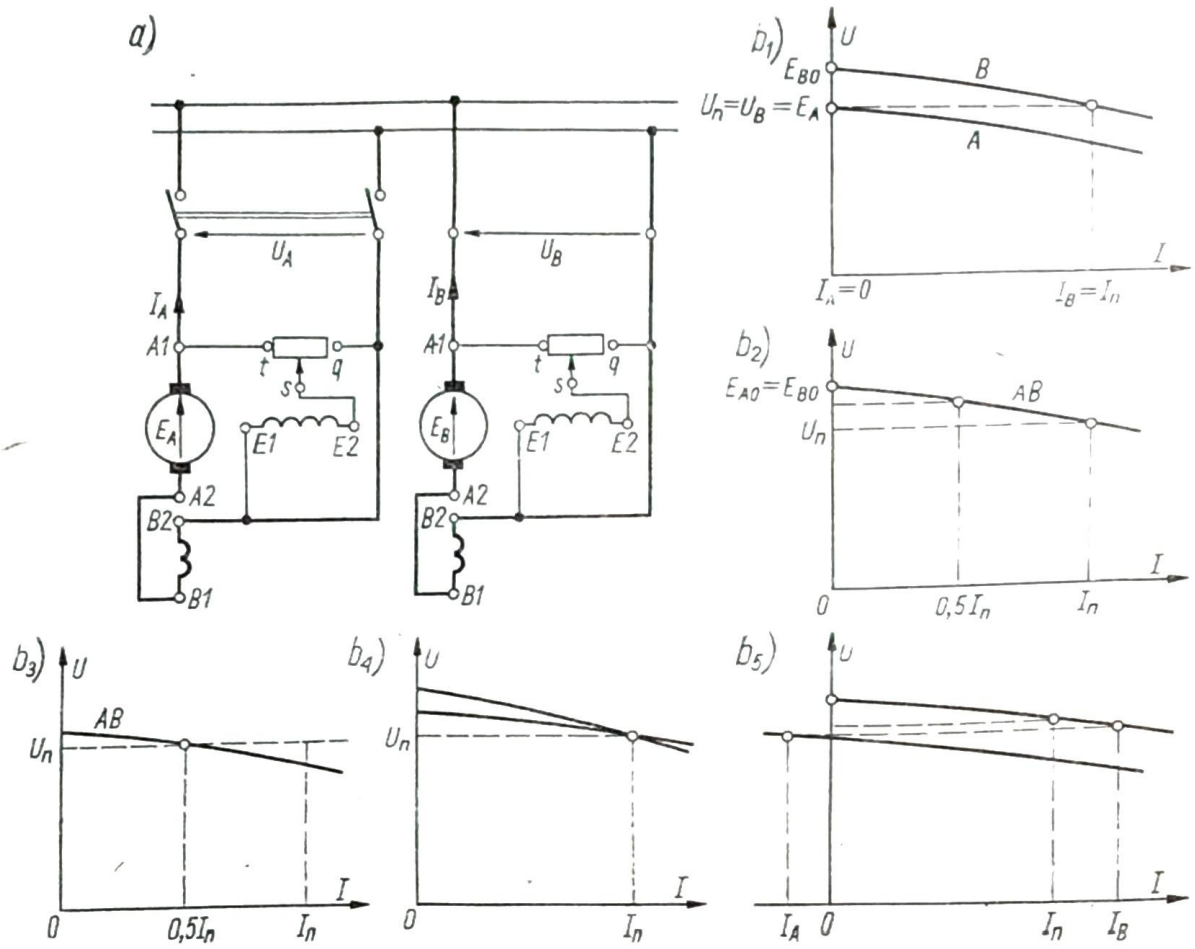
Rys. 7-35. Charakterystyka zewnętrzna prądnicy szeregowo-bocznikowej
1 — przy dowzbudzeniu zgodnym, *2* — przy dowzbudzeniu niezgodnym

Charakterystykę zewnętrzną tej prądnicy, zwanej szeregowo-bocznikową lub dozwojoną, ilustruje rys. 7.35 (krzywa *1*). Gdyby uzwojenie szeregowe zostało połączone nieprawidłowo, strumień magnetyczny zmniejszałby się silnie ze wzrostem prądu obciążenia i charakterystyka zewnętrzna byłaby silnie opadająca (krzywa *2*).

7.2.5. Praca równoległa prądnic prądu stałego

Włączenie prądnic prądu stałego do pracy równoległej wymaga uzgodnienia biegunowości i doprowadzenia do równości napięć, problem jest więc znacznie prostszy niż w przypadku maszyn synchronicznych. Jeżeli np. do sieci o napięciu U, zasilanej przez prądnicę B chcemy dodatkowo włączyć równolegle prądnicę A (rys. 7.36a), to trzeba tę maszynę napędzać z prędkością znamionową, a następnie wzbudzić tak, aby napięcie indukowane E_A było równe napięciu sieci U. Po uzgodnieniu biegunowości, tzn. sprawdzeniu, czy biegun dodatni prądnicy A i biegun dodatni sieci są przyłączone do odpowiednich zacisków wyłącznika, można zamknąć wyłącznik. Aby obciążyć maszynę A należy odpowiednio regulować prąd wzbudzający jednej lub obu maszyn.

Załóżmy, że obie maszyny są identyczne i przed włączeniem maszyny A maszyna B była obciążona prądem znamionowym, przy znamionowym napięciu U_n.



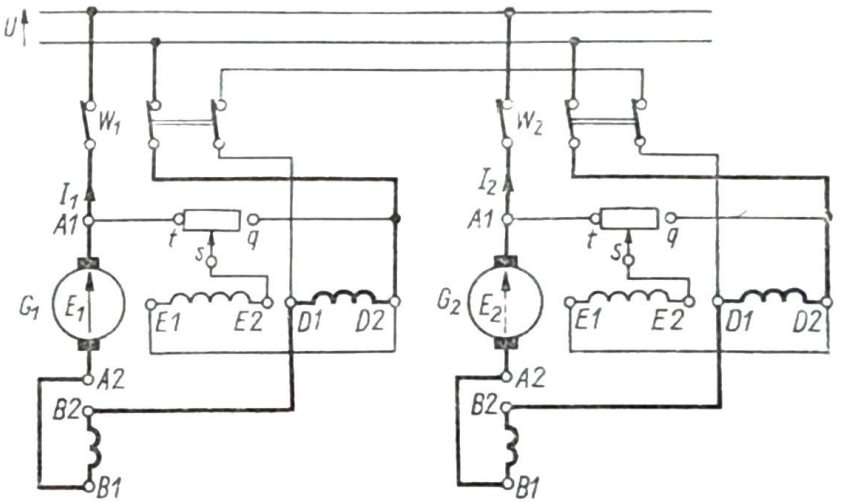
Rys. 7.36. Praca równoległa prądnic bocznikowych: a) układ połączeń; b) charakterystyki zewnętrzne; b_1) w chwili włączenia prądnicy A; b_2) po zwiększeniu I_{wA}; b_3) po zmniejszeniu I_{wA} i zmniejszeniu I_{wB}; b_4) przy niejednakowych charakterystykach; b_5) po zmniejszeniu I_{wA}

Stan pracy bezpośrednio po włączeniu maszyny A ilustruje wykres b_1 na rys. 7.36. Jeśli powiększy się prąd wzbudzający maszyny A tak, aby było $E_{A0} = E_{B0}$ (wykres b_2), to obie charakterystyki zewnętrzne pokrywają się, ale napięcie na sieci nieco wzrośnie, gdyż przy nie zmienionym prądzie obciążenia sieci każda z prądnic będzie obciążona tylko połową prądu znamionowego. Aby napięcie na sieci nie uległo zmianie, należy jednocześnie zwiększyć prąd wzbudzający maszyny A i zmniejszyć prąd wzbudzający maszyny B. Wówczas obydwie charakterystyki pokrywają się, lecz przebiegają niżej niż na wykresie b_2, przechodząc przez punkt $U = U_n$, $I = 0{,}5\ I_n$ (wykres b_3).

Charakterystyki współpracujących maszyn nie muszą być identyczne. Przez odpowiedni dobór prądów wzbudzających można je doprowadzić do takiego stanu pracy, aby np. obydwie maszyny jednocześnie były obciążone prądami znamionowymi (wykres b_4).

Jeżeli po przyłączeniu do sieci maszyny A prąd wzbudzający tej maszyny zostanie zmniejszony, to jej charakterystyka zewnętrzna obniży się i maszyna ta będzie pobierać prąd z sieci, stanie się więc silnikiem, natomiast maszyna B będzie obciążona prądem odbiorników i dodatkowo maszyny B (wykres b_5).

Jedną z odmian pracy równoległej prądnic bocznikowych jest praca prądnicy na sieć sztywną. Obwód wzbudzenia jest zasilany napięciem stałym, więc maszyna ta ma własności prądnicy obcowzbudnej. Przez regulację prądu wzbudzającego i prędkości maszyny można dowolnie zmieniać stan obciążenia zarówno w zakresie pracy prądnicowej (gdy moc elektryczna jest oddawana do sieci), jak w zakresie pracy silnikowej (gdy maszyna pobiera prąd z sieci). Tego rodzaju praca jest często stosowana w laboratoriach fabrycznych i szkolnych do badania różnych maszyn elektrycznych, silników spalinowych, pomp, itp.



Rys. 7.37. Układ połączeń przy pracy równoległej prądnic szeregowo-bocznikowych z *trzecią szyną*

Szczególne problemy występują przy pracy równoległej prądnic szeregowo-bocznikowych (rys. 7.37). Układ połączeń odznacza się tym, że punkty *D1* obu maszyn zostały dodatkowo połączone ze sobą przewodem wyrównawczym, tworzącym tzw. *trzecią szynę*.

Przyjmijmy najpierw, że obie maszyny pracują w identycznych warunkach i że nie ma tego dodatkowego połączenia. Gdyby teraz z powodu jakiejkolwiek krótkotrwałej przyczyny napięcie np. E_1 nieco wzrosło (skutkiem wzrostu prędkości lub prądu wzbudzającego), to wzrósłby prąd I_1, a więc zwiększyłby się strumień uzwojenia szeregowego, co spowodowałoby dalszy wzrost indukowanego napięcia E_1 i prądu I_1. Jednocześnie wzrosłoby nieco napięcie sieci U, tym samym zmniejszyłby się prąd I_2, co spowodowałoby zmniejszenie strumienia tej drugiej prądnicy i dalsze zmniejszenie prądu. Najdrobniejsza przyczyna powodująca różnicę prądów obu maszyn spowodowałaby, że jedna z nich przejęłaby całe obciążenie, a druga odciążyłaby się całkowicie. Widać stąd, że taka współpraca dwóch prądnic szeregowo-bocznikowych byłaby stanem równowagi chwiejnej, z którego prądnice mogłyby być łatwo wytrącone i do którego samoczynnie nie wróciłyby.

Jeżeli prądnice są połączone trzecią szyną, to na skutek zwiększania się np. napięcia E_1 płynący przez pierwszą prądnicę zwiększony prąd rozłoży się równomiernie na obie gałęzie uzwojeń szeregowych, co powoduje wzrost strumienia obu prądnic, wzrost ich napięć indukowanych i wzrost napięcia sieci. Po jakiejkolwiek zmianie w układzie ustali się nowy stan pracy, przy czym prądy uzwojeń szeregowych

są zawsze jednakowe. Prądnice szeregowo-bocznikowe, połączone trzecią szyną, pracują w stanie równowagi stałej.

Rozpatrzmy jak przebiegałby proces włączenia do sieci np. prądnicy G_1, jeżeli pracuje już prądnica G_2, gdyby po wzbudzeniu prądnicy G_1 do napięcia E_1, równego napięciu sieci, zamknąć jednocześnie cały trójbiegunowy wyłącznik W_1. Ponieważ punkty *D1* obu maszyn zostaną połączone, prąd jakim obciążona jest prądnica G_2, rozdzieli się na obydwa uzwojenia szeregowe, tym samym prądnica G_1 zostanie gwałtownie dowzbudzona, co spowoduje nagłe pojawienie się prądu obciążenia i momentu hamującego. Jednocześnie nastąpi nagłe zmniejszenie strumienia i napięcia prądnicy G_2, a tym samym jej nagłe odciążenie. Tego rodzaju włączenie prądnicy do pracy równoległej mogłoby w przypadku dużych maszyn spowodować uszkodzenie wałów lub sprzęgieł.

Włączając prądnicę G_1, należy najpierw zamknąć część dwubiegunową wyłącznika W_1, wskutek czego prąd obciążenia rozdzieli się na obydwa uzwojenia szeregowe, zmniejszy się nieco strumień i napięcie indukowane E_2, a więc i napięcie sieci. Należy wtedy regulatorem prądnicy G_2 zwiększyć jej prąd wzbudzający, aby przywrócić znamionowe napięcie sieci. Następnie należy dobrać taki prąd uzwojenia bocznikowego prądnicy G_1, aby jej napięcie indukowane E_1 było równe napięciu sieci, po czym dopiero można zamknąć jednobiegunowy łącznik wyłącznika W_1. Teraz nie wystąpi w prądnicy G_1 żadna zmiana strumienia lub napięcia i w obwodzie nie popłynie prąd. Przeniesienie obciążenia z prądnicy G_2 na G_1 można wykonać, zmniejszając prąd uzwojenia bocznikowego prądnicy G_2 i zwiększając taki sam prąd prądnicy G_1.

Niekiedy stosuje się taki układ połączeń prądnic szeregowo-bocznikowych, że uzwojenie szeregowe maszyny G_1 jest połączone w szereg z twornikiem maszyny G_2 i na odwrót. Układ ten pracuje tak samo stabilnie, jak układ z trzecią szyną.

7.3. SILNIKI PRĄDU STAŁEGO

7.3.1. Zależności podstawowe

W zależności od układu połączeń uzwojeń rozróżniamy — podobnie, jak prądnice — silniki bocznikowe, szeregowe i szeregowo-bocznikowe.

Przy rozpatrywaniu własności ruchowych silników zakłada się, że napięcie sieci zasilającej U jest stałe, natomiast wielkością zmienną jest moment obciążenia oraz wynikające z niego: prąd obciążenia i prędkość obrotowa.

Napięcie indukowane w wirniku silnika jest mniejsze od napięcia sieci o spadek napięcia na rezystancji wirnika i innych elementów, włączonych w szereg z wirnikiem. Na podstawie wzoru (7.42), dotyczącego prądnicy, można napisać dla silnika $U = E + I\Sigma R$.

Napięcie indukowane jest proporcjonalne do strumienia i prędkości wg (7.20) $E = c_E \Phi n$.

Moment obrotowy jest proporcjonalny do iloczynu prądu wirnika i strumienia magnetycznego wg (7.24) $M = c_M \Phi I$.

Właściwości silników elektrycznych prądu stałego określa się na podstawie charakterystyk: rozruchowej, roboczej i regulacyjnej.

Charakterystyka rozruchowa określa zachowanie się silnika od chwili włączenia napięcia sieci do chwili, gdy silnik osiąga stan ustalony. Na podstawie charakterystyki rozruchowej można określić wartość prądu rozruchowego, momentu rozruchowego, przebieg prędkości w czasie rozruchu oraz czas rozruchu silnika.

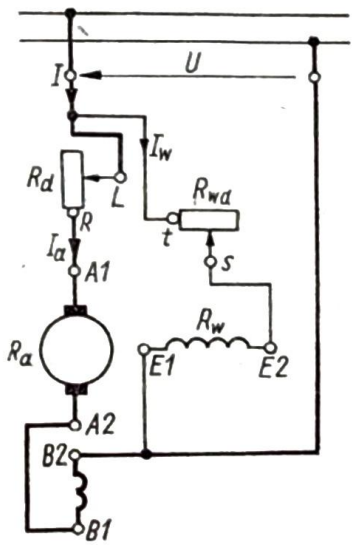
Charakterystyka robocza, która będzie głównym tematem rozważań, określa własności silnika w stanie ustalonym. Do własności tych należą przebiegi: prędkości w funkcji momentu, prędkości w funkcji prądu i prądu w funkcji momentu.

Charakterystyka regulacyjna określa właściwości silnika przy różnych rodzajach regulacji prędkości obrotowej. Jedną z charakterystyk regulacyjnych jest zależność prądu wzbudzającego od prądu obciążenia (lub od momentu) przy warunku, że prędkość ma być stała.

W obliczeniach uproszczonych przyjmuje się, że strumień jest proporcjonalny do prądu wzbudzającego. W rzeczywistości strumień zależy od prądu wzbudzającego według charakterystyki magnesowania, należy więc uwzględnić wpływ nasycenia obwodu magnetycznego na charakterystyki ruchowe silników. W maszynach nasyconych, nie mających uzwojeń kompensacyjnych, trzeba również uwzględnić wpływ oddziaływania wirnika na strumień maszyny, a zatem na jej własności ruchowe.

7.3.2. Silnik bocznikowy

Uzwojenie wzbudzenia silnika bocznikowego (rys. 7.38) jest zasilane tym samym napięciem, którym jest zasilane uzwojenie wirnika. Ponieważ zakładamy stałość na-



Rys. 7.38. Układ silnika bocznikowego

pięcia sieci U, silnik ten może być jednocześnie traktowany jako obcowzbudny; rozważania dotyczące silnika bocznikowego odnoszą się zatem również do silnika obcowzbudnego.

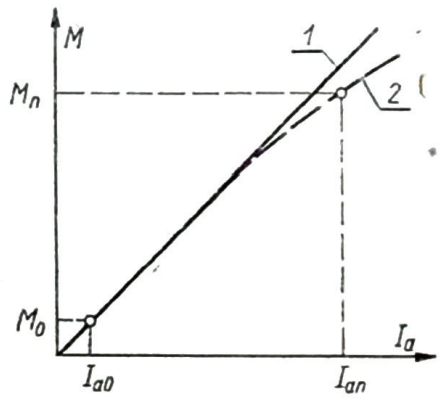
Na schemacie wyrysowano zarówno rezystancję regulacyjną w obwodzie wzbudzenia R_{wd}, jak też rezystancję w obwodzie wirnika R_d przeznaczoną do regulacji prędkości[1)], rozruchu i hamowania silnika.

W odróżnieniu od prądnic regulator w obwodzie wzbudzenia silnika nie ma styku zwierającego q, gdyż nigdy nie zmniejsza się prądu wzbudzającego do zera; regulator wzbudzenia silnika powinien być tak skonstruowany, aby nie było możliwe przerwanie obwodu.

Podstawową charakterystyką ruchową silnika bocznikowego jest charakterystyka mechaniczna $n = f(M)$ przy $R_w = \text{const}$. Wygodniej jednak jest określić zależność prędkości od prądu wirnika; aby stąd wyznaczyć zależność prędkości od momentu wyrysujemy przebieg momentu w funkcji prądu przy stałej wartości rezystancji w obwodzie wzbudzenia i przy $R_d = 0$.

Ponieważ moment wyraża się zależnością (7.24), więc przy pominięciu oddziaływania wirnika można przyjąć, że strumień jest stały, czyli że moment jest proporcjonalny do prądu $M = c_M c I_a = c'_M I_a$.

Liniowy przebieg momentu w funkcji prądu ilustruje prosta *1* na rys. 7.39. Na skutek oddziaływania wirnika strumień nieco maleje i wartości momentów odpowiednio zmniejszają się; oddziaływanie wirnika powoduje, że krzywa $M = f(I)$



Rys. 7.39. Zależność momentu obrotowego silnika bocznikowego od prądu wirnika
1 — przy pominięciu oddziaływania wirnika,
2 — przy uwzględnieniu oddziaływania wirnika

odchyla się nieco w dół (krzywa *2* na rys. 7.39). Zwykle do znamionowych wartości prądu i momentu zależność $M = f(I)$ jest bardzo zbliżona do liniowej i tak się ją przyjmuje przy obliczeniach uproszczonych.

Na podstawie wyrażenia (7.20) prędkość wyraża się związkiem

$$n = \frac{E}{c_E \Phi} = \frac{U - I_a R_a}{c_E \Phi} = \frac{U}{c_E \Phi} - \frac{R_a}{c_E \Phi} I_a \tag{7.47}$$

Jeżeli moment obciążenia jest równy zeru, to i prąd wirnika jest równy zeru i prędkość silnika, zwana prędkością idealnego stanu jałowego wynosi

$$n_0 = \frac{U}{c_E \Phi} \tag{7.48}$$

Prędkość tą nazywa się prędkością *idealnego* stanu jałowego dlatego, że w rzeczywistym stanie jałowym moment na wale jest wprawdzie równy zeru, ale

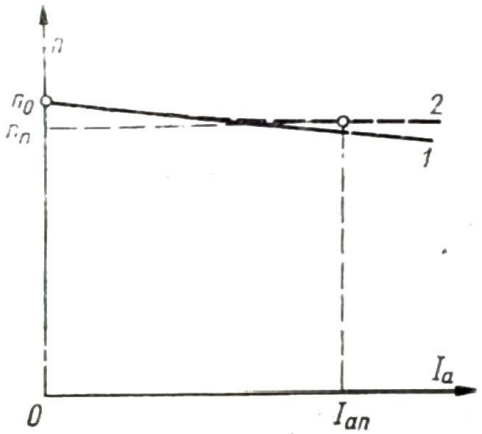
[1)] Ten sposób regulacji prędkości silnika jest nieekonomiczny. Bliżej zagadnienie to jest omówione w p. 7.3.5.

występuje w silniku moment strat mechanicznych oraz moment strat w rdzeniu wirnika i silnik nie obciążony na wale pobiera pewien prąd I_{a0} dla wytworzenia momentu M_0 (rys. 7.39).

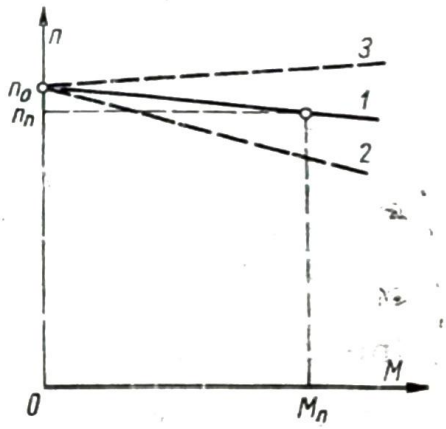
Ponieważ zarówno rezystancja R_a, jak strumień Φ (przy pominięciu oddziaływania wirnika) są stałe, można zależność (7.47) napisać w postaci

$$n = n_0 - CI_a \tag{7.49}$$

Zależność tę przedstawia linia *1* na rys. 7.40. Charakterystyka mechaniczna $n = f(I)$ silnika bocznikowego przebiega bardzo płasko, zmniejszenie prędkości w zakresie od stanu jałowego do obciążenia znamionowego wynosi zwykle 3—8% prędkości znamionowej. Jeżeli występuje oddziaływanie wirnika, to ze wzrostem prądu strumień zmniejsza się, zatem zgodnie z zależnością (7.47) prędkość jest nieco większa niż przy pominięciu oddziaływania wirnika (krzywa *2* na rys. 7.40).

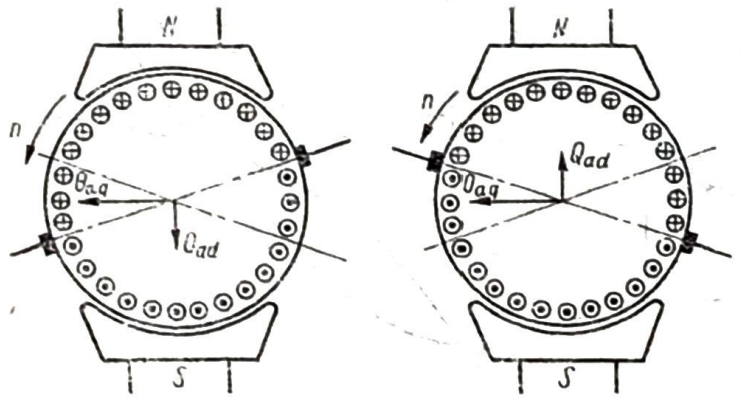


Rys. 7.40. Zależność prędkości silnika bocznikowego od prądu wirnika
1 — bez oddziaływania wirnika, *2* — z uwzględnieniem oddziaływania wirnika



Rys. 7.41. Charakterystyka mechaniczna silnika bocznikowego
1 — przy ustawieniu szczotek w osi neutralnej, *2* — przy przesunięciu szczotek w kierunku prędkości, *3* — przy przesunięciu szczotek w kierunku przeciwnym do prędkości

Ponieważ moment jest w przybliżeniu proporcjonalny do prądu wirnika przebieg $n = f(M)$ jest podobny do krzywej $n = f(I)$. Jest to więc charakterystyka lekko opadająca (krzywa *1* na rys. 7.41).



Rys. 7.42. Wpływ przesunięcia szczotek z osi neutralnej na kierunek przepływu wirnika w osi podłużnej: a) przy obrocie szczotek w przód, b) przy obrocie szczotek wstecz

Krzywa ta jest tak charakterystyczna dla silnika bocznikowego, że również charakterystyki innych maszyn o takim przebiegu nazywa się bocznikowymi, np. silnik indukcyjny ma podobną krzywą momentu w zakresie od prędkości synchronicznej do prędkości znamionowej.

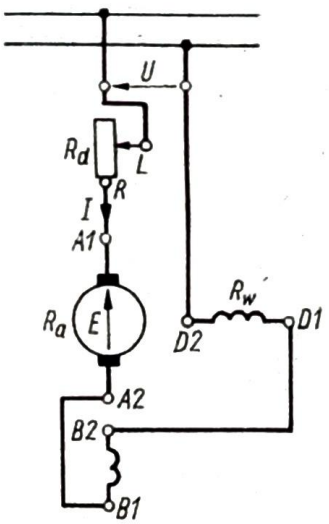
Przebieg prędkości w funkcji pradu lub momentu obciążenia zależy nie tylko od oddziaływania wirnika, ale również od ustawienia szczotek (por. rys. 7.17). Jeżeli szczotki są przesunięte z osi neutralnej w przód, tzn. w kierunku zgodnym z kierunkiem prędkości (rys. 7.42a), to składowa podłużna przepływu wirnika wzmacnia strumień i prędkość, zgodnie ze wzorem (7.47), zmniejsza się (krzywa *2* na rys. 7.41). Jeżeli szczotki zostaną obrócone w kierunku przeciwnym do kierunku prędkości, to strumień jest osłabiony przez przepływ podłużny wirnika (rys. 7.42b) i prędkość silnika wzrasta (krzywa *3* na rys. 7.41).

Jeżeli więc szczotki są przesunięte w przód, to ze wzrostem momentu prędkość bardziej się zmniejsza, przy obrocie wstecz prędkość wzrasta. Należy mieć na uwadze, że silnik, którego prędkość wzrasta ze wzrostem momentu obciążenia, pracuje niestabilnie i albo wykazuje skłonność do przeciążenia się (i rozbiegania), albo się zatrzymuje. Ze względu na stabilność pracy najodpowiedniejsza jest charakterystyka lekko opadająca, jeżeli więc oddziaływanie wirnika ma silny wpływ na przebieg krzywej $n = f(M)$, to można wpływ ten skompensować przez odpowiednie ustawienie szczotek, oczywiście w zakresie ograniczonym zjawiskami związanymi z poprawną komutacją.

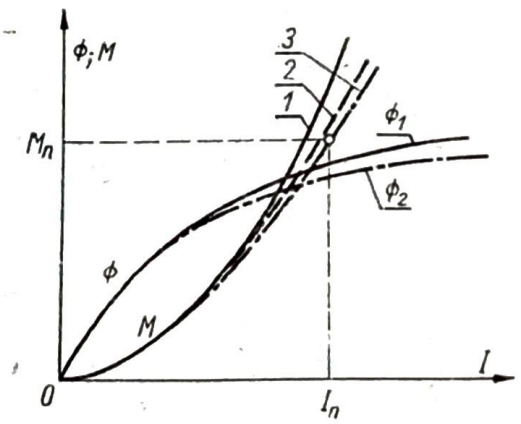
7.3.3. Silnik szeregowy

Uzwojenie wzbudzenia jest w silniku szeregowym połączone w szereg z uzwojeniem wirnika i uzwojeniami biegunów pomocniczych (rys. 7.43). Prąd wirnika jest więc jednocześnie prądem wzbudzającym i prądem pobieranym z sieci $I = I_a = I_w$.

Wynika stąd, że strumień zależy od prądu obciążenia; wzrostowi momentu i prądu obciążenia odpowiada wzrost strumienia, zgodnie z charakterystyką magnesowania obwodu magnetycznego maszyny.



Rys. 7.43. Układ silnika szeregowego



Rys. 7.44. Przebieg momentu i strumienia silnika szeregowego w funkcji prądu obciążenia

Moment obrotowy silnika wyraża się zależnością $M = c_M \Phi I$, a zatem przy małych nasyceniach obwodu, kiedy można przyjąć, że strumień jest liniową funkcją prądu ($\Phi = cI$), zależność momentu od prądu wyraża się związkiem

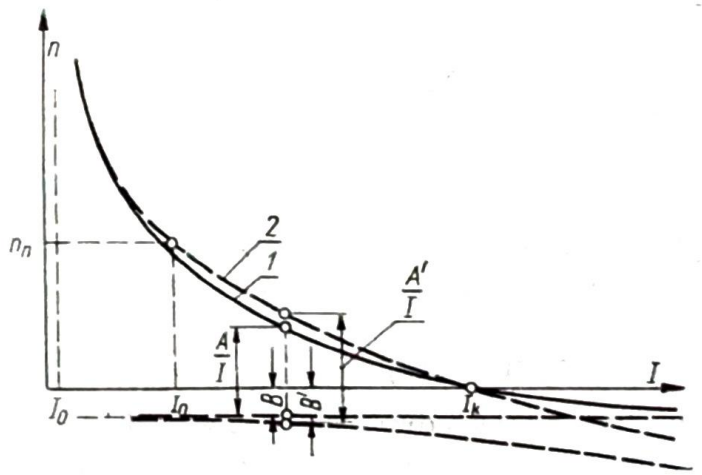
$$M = c_M c I^2 \tag{7.50}$$

Zależność tę ilustruje krzywa *1* na rys. 7.44. W miarę wzrostu prądu obciążenia występuje coraz większe nasycenie, aż wreszcie strumień osiąga niemal stałą wartość. Wynika stąd, że przebieg momentu w funkcji prądu jest przy małych prądach obciążenia zbliżony do paraboli, a przy dużych przechodzi w zależność niemal liniową (krzywa *2*). Jeżeli występuje oddziaływanie wirnika, to strumień ulega zmniejszeniu (krzywa Φ_2 na rys. 7.44) i krzywa momentu obrotowego również przebiega niżej (krzywa *3*), niż gdy nie ma oddziaływania wirnika (w maszynie skompensowanej). W obliczeniach przybliżonych przyjmuje się jednak, że w zakresie do znamionowych wartości momentu i prądu moment jest proporcjonalny do kwadratu prądu.

Przy założeniu liniowej zależności strumienia od prądu prędkość obrotowa, określona wzorem (7.47) $n = \frac{E}{c_E \Phi} = \frac{U - IR_a}{c_E \Phi}$, wyraża się związkiem

$$n = \frac{U - IR_a}{c_E c I} = \frac{U}{c_E c I} - \frac{R_a}{c_E c} = \frac{A}{I} - B \tag{7.51}$$

Krzywa $n = f(I)$ jest więc hiperbolą przesuniętą w dół o wielkość B (krzywa *1* na rys. 7.45).



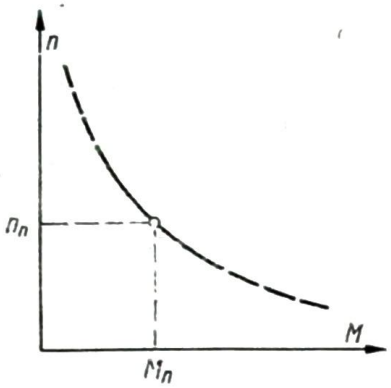
Rys. 7.45. Charakterystyka mechaniczna $n = f(I)$ silnika szeregowego
1 — przy pominięciu oddziaływania wirnika, *2* — z uwzględnieniem oddziaływania wirnika

Jeżeli uwzględni się nasycenie obwodu magnetycznego i wpływ oddziaływania wirnika, to wówczas wielkości A i B nie są stałe, lecz rosną ze wzrostem prądu. Przebieg prędkości w funkcji prądu przy zmiennych wartościach A i B przedstawia krzywa *2* na rys. 7.45. Obydwie krzywe mają wspólny punkt przy $n = 0$, ponieważ wartość prądu zwarcia I_k nie zależy od wartości strumienia magnetycznego.

Znając zależność $n = f(I)$ oraz $M = f(I)$, można określić charakterystykę mechaniczną $n = f(M)$. Przyjmując dla uproszczenia, że $M = cI^2$, czyli że $I = c_1\sqrt{M}$, można z zależności (7.51) wyprowadzić związek

$$n = \frac{A_1}{\sqrt{M}} - B \tag{7.52}$$

Zależność tę w zakresie prędkości zwykle stosowanych w pracy silnika ilustruje rys. 7.46.



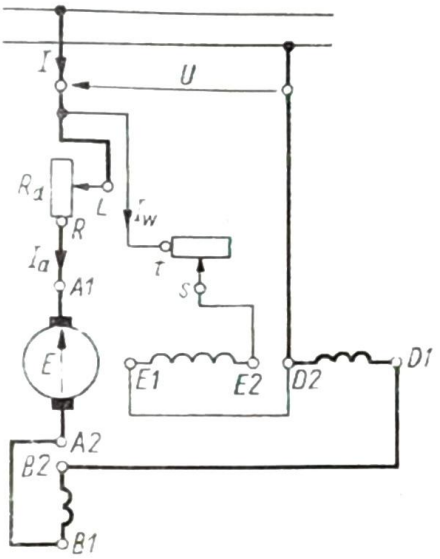
Rys. 7.46. Charakterystyka mechaniczna $n = f(M)$ silnika szeregowego

W zakresie prędkości mało różniących się od prędkości znamionowej można przyjąć, że charakterystyka mechaniczna silnika szeregowego ma przebieg hiperboliczny; taka charakterystyka nazywa się *szeregową*. Z rys. 7.45 widać, że przy małym prądzie obciążenia prędkość przybiera duże wartości; gdy moment obciążenia jest równy zeru (silnik pobiera tylko prąd I_0), silnik rozbiega się. Bardzo duża prędkość obrotowa przy małych obciążeniach może być niebezpieczna dla silnika ze względu na przekroczenie jego wytrzymałości mechanicznej; duże siły odśrodkowe mogą spowodować uszkodzenie uzwojeń. Silnik szeregowy nie może więc pracować w stanie jałowym, dlatego nie wolno go sprzęgać z maszyną napędzaną przy użyciu pasa, lecz za pomocą sprzęgła lub przekładni zębatej. Możliwość rozbiegania się jest ujemną cechą silnika szeregowego.

7.3.4. Silnik szeregowo-bocznikowy

Silnik szeregowo-bocznikowy (rys. 7.47) ma dwa uzwojenia wzbudzenia: bocznikowe i szeregowe. Z reguły stosowane jest zgodne połączenie obu uzwojeń, tzn. że strumień wytworzony przez uzwojenie szeregowe jest skierowany zgodnie ze strumieniem uzwojenia bocznikowego. Właściwości ruchowe silnika szeregowo-bocznikowego (zwanego też dozwojonym) są pośrednie między właściwościami silnika bocznikowego i szeregowego, kształt odpowiednich charakterystyk zależy od przepływów obu uzwojeń.

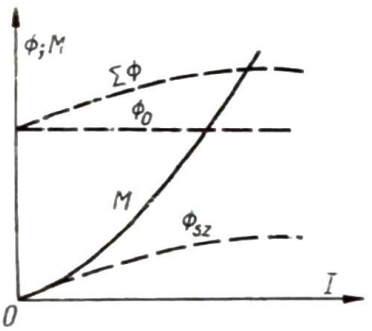
Przebieg zależności momentu od prądu jest pośredni między parabolicznym i liniowym (rys. 7.48). W miarę wzrostu prądu zwiększa się nasycenie obwodu, wskutek czego przebieg $M = f(I)$ jest przy większych prądach zbliżony do liniowego. W stanie jałowym prąd płynący w uzwojeniu szeregowym jest bardzo mały i silnik



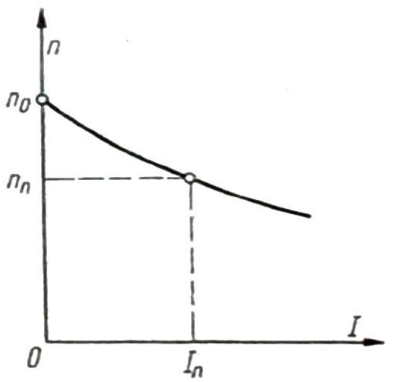
Rys. 7.47. Układ silnika szeregowo-bocznikowego

zachowuje się jak bocznikowy — ma pewną określoną prędkość stanu jałowego. Przy wzroście prądu obciążenia strumień zwiększa się, a zatem prędkość maleje.

Przebieg charakterystyki mechanicznej (rys. 7.49) wskazuje, że silnik szeregowo-bocznikowy nie ma ujemnej cechy rozbiegania się w stanie jałowym,



Rys. 7.48. Zależność momentu i strumienia od prądu wirnika silnika szeregowo-bocznikowego



Rys. 7.49. Charakterystyka mechaniczna $n = f(I)$ silnika szeregowo-bocznikowego

jaką miał silnik szeregowy. W porównaniu z silnikiem bocznikowym silnik szeregowo-bocznikowy ma tę zaletę, że wykazuje duży moment rozruchowy. Zależność momentu od prądu jest podobna, jak w silniku szeregowym (zależność momentu od prądu w potędze wyższej niż pierwsza).

Niekiedy stosuje się takie połączenie uzwojenia szeregowego, że strumień szeregowy jest skierowany przeciwnie niż bocznikowy. Otrzymuje się w ten sposób silnik bocznikowy o dozwojeniu przeciwnym, który ma w przybliżeniu stałą prędkość obrotową. Silnik taki ma mały moment rozruchowy, poza tym może w nim wystąpić rozbieganie się i rozmagnesowanie rdzenia. Dozwojenie przeciwne bywa stosowane tylko w silnikach małych mocy.

W napędach dźwigowych stosuje się niekiedy silniki szeregowe o niewielkim udziale uzwojenia bocznikowego, którego celem jest jedynie zabezpieczenie silnika przed rozbieganiem się w stanie jałowym. Charakterystyka tego silnika jest bardzo zbliżona do charakterystyki szeregowej.

7.3.5. Regulacja prędkości obrotowej

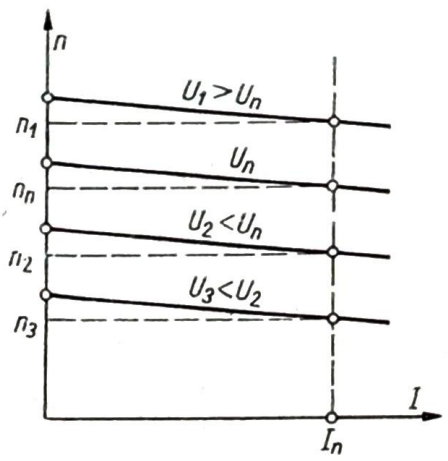
Z zależności wyprowadzonych w p. 7.3.1 na podstawie (7.42) i (7.20) wynika wzór (7.47) na prędkość obrotową silnika prądu stałego $n = \frac{E}{c_E \Phi} = \frac{U - I_a \Sigma R}{c_E \Phi}$.

Przy pewnej wartości prądu płynącego przez uzwojenie wirnika maszyny prędkość można regulować przez:

— zmianę napięcia zasilania U,
— zmianę rezystancji obwodu ΣR,
— zmianę strumienia magnetycznego Φ.

Silnik bocznikowy

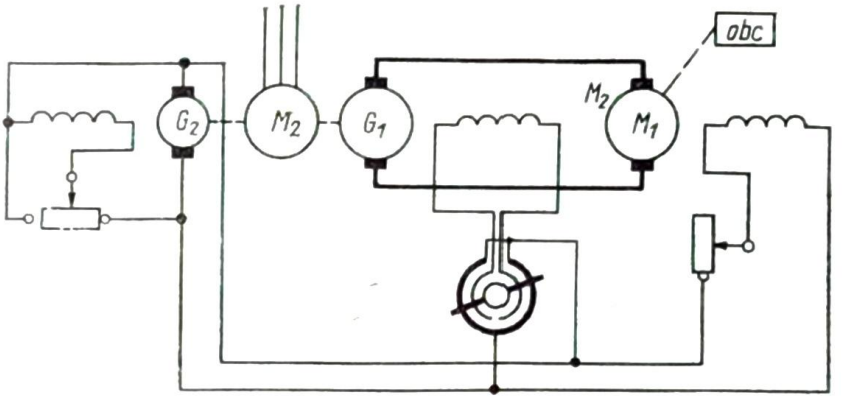
W silniku bocznikowym regulacji prędkości przez zmianę napięcia sieci można dokonywać tylko w takim układzie, gdzie obwód wzbudzenia jest zasilany z oddzielnego źródła napięcia i można utrzymać stałą wartość prądu wzbudzającego. Silnik wtedy pracuje właściwie jako obcowzbudny. Przedstawiając prędkość obrotową silnika w postaci sumy dwóch składników $n = \frac{U}{c_E \Phi} - \frac{R}{c_E \Phi} I_a$, widzimy, że zmiana napięcia zasilającego wirnik silnika obcowzbudnego powoduje proporcjonalną zmianę prędkości stanu jałowego $n_0 = U/c_E \Phi$, natomiast współczynnik nachylenia charakterystyki jest stały, gdyż nie zależy od napięcia. Zasilając zatem wirnik silnika regulowanym napięciem U, otrzymujemy rodzinę charakterystyk w postaci szeregu prostych równoległych (rys. 7.50).



Rys. 7.50. Regulacja prędkości silnika obcowzbudnego przez zmianę napięcia sieci U

Przy stałym momencie (a więc stałym prądzie przy określonej wartości strumienia) otrzymuje sie dla $U_1 > U_n$ prędkość większą, a dla $U < U_n$ prędkość mniejszą od znamionowej. Regulacja prędkości odbywać się więc może w szerokim zakresie, zarówno w kierunku zwiększenia, jak zmniejszania prędkości.

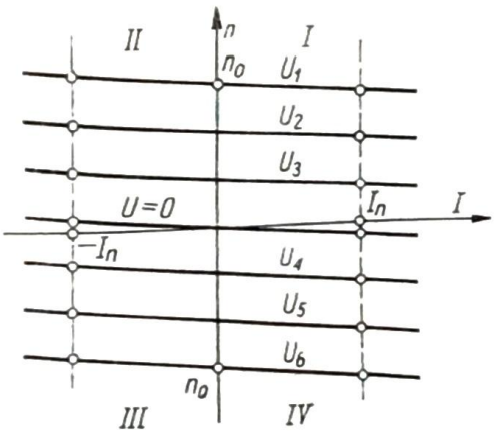
Tego typu regulacji dokonuje się często w układzie, w którym silnik jest zasilany przez specjalną prądnicę o regulowanym napięciu, napędzaną przez silnik



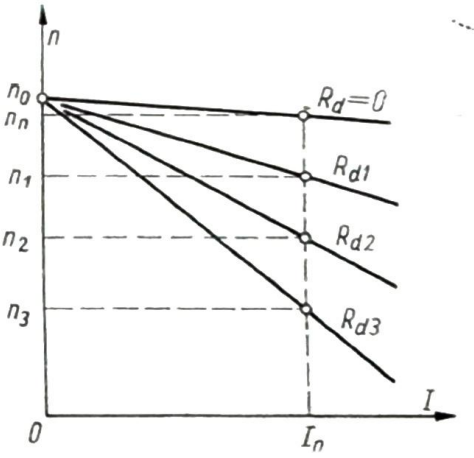
Rys. 7.51. Układ Leonarda

indukcyjny lub synchroniczny. Jest to tzw. *układ Leonarda* (rys. 7.51); jeżeli na wale silnika indukcyjnego znajduje się dodatkowe koło zamachowe, to układ nosi nazwę *Leonarda-Ilgnera*.

Obwody wzbudzenia silnika obcowzbudnego i prądnicy są zasilane z dodatkowej prądnicy bocznikowej G_2, osadzonej na wale silnika prądu przemiennego M_2. Przez zmianę wartości i kierunku prądu wzbudzającego prądnicy G_1 reguluje się napięcie w zakresie od $+U$ do $-U$, przez co otrzymuje się szeroki zakres regulacji prędkości ze zmianą kierunku wirowania silnika M_1 (rys. 7.52).



Rys. 7.52. Charakterystyki mechaniczne silnika w układzie Leonarda



Rys. 7.53. Regulacja prędkości silnika bocznikowego przez włączenie dodatkowej rezystancji R_d

Zakres charakterystyk w I i III ćwiartce wykresu $n = f(I)$ odpowiada pracy silnikowej. W zakresie II i IV ćwiartki silnik M_1 staje się prądnicą, oddającą energię elektryczną do prądnicy G_1, gdzie energia ta zamienia się na mechaniczną i jest przez wał oddawana do maszyny prądu przemiennego M_1, a stąd w postaci elektrycznej do sieci.

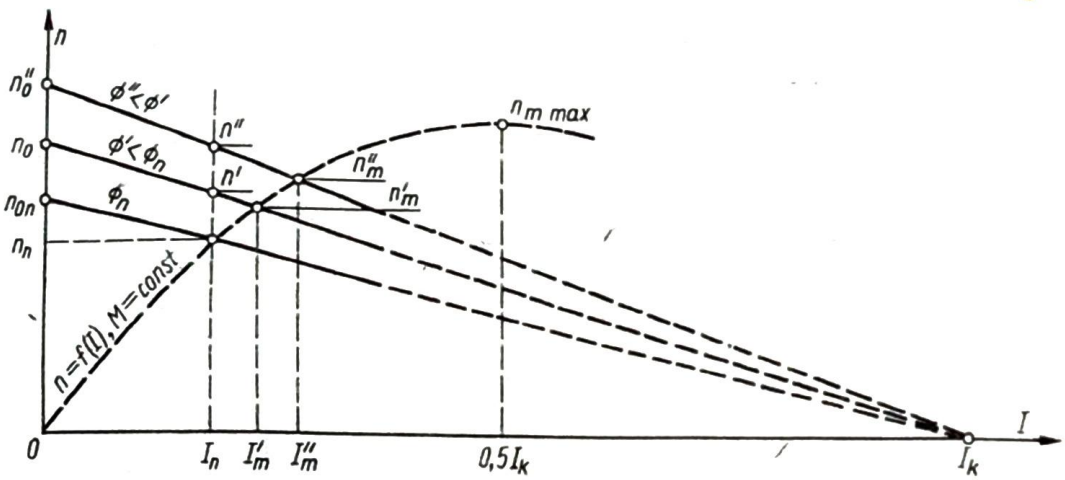
Drugim sposobem regulacji prędkości silnika bocznikowego jest zmiana rezystancji obwodu wirnika. Jak wynika ze wzoru na prędkość obrotową w stanie pracy, włączenie dodatkowej rezystancji powoduje zmianę nachylenia charakterystyki mechanicznej przy stałej prędkości stanu jałowego n_0 (rys. 7.53).

Należy zwrócić szczególną uwagę, aby przy włączaniu opornika regulacyjnego obwód wzbudzenia był zasilany pełnym napięciem sieci dla zachowania stałości prądu wzbudzającego i strumienia.

Jak wynika z rys. 7.53, przez włączenie w obwód wirnika rezystancji regulacyjnej R_d uzyskuje się zmniejszenie prędkości. Nie można w ten sposób regulować prędkości w górę. Ten sposób regulacji jest poza tym nieekonomiczny, gdyż przy stałym momencie prędkość maleje i moc oddawana zmniejsza się, moc pobierana natomiast jest stała (gdyż prąd i napięcie są stałe), a zatem sprawność silnika wyraźnie się zmniejsza. Wynika to stąd, że znaczna część energii elektrycznej zamienia się na ciepło w oporniku regulacyjnym. Z równania napięć $U = E + I(R_a + R_d)$, po pomnożeniu przez prąd, otrzymujemy $UI = EI + I^2 R_a + I^2 R_d$.

Moc pobrana z sieci UI jest więc równa sumie mocy wewnętrznej EI, zamienianej na formę mechaniczną oraz stratom w wirniku i oporniku. Przy stałym prądzie I moc stracona w rezystancji R_d wynosi tyle, ile wynosi zmniejszenie mocy wewnętrznej EI. Regulacja prędkości silnika bocznikowego przez włączanie rezystancji ma też tę wadę, że przy małych prędkościach charakterystyki są mocno nachylone, wskutek czego przy wahaniach momentu występują znaczne wahania prędkości. Mimo istotnych wad ten sposób regulacji prędkości jest ze względu na prostotę układu często stosowany, szczególnie w maszynach małych i średnich mocy.

Trzecim sposobem regulacji prędkości silnika bocznikowego jest zmiana wartości strumienia przez włączenie dodatkowej rezystancji R_{wd} w obwód wzbudzenia.



Rys. 7.54. Regulacja prędkości silnika bocznikowego przez zmianę strumienia przy stałym prądzie $I = I_n = \text{const}$ (n_n, n', n'') i przy stałym momencie $M = M_n = \text{const}$ (n_n, n_m', n_m'')

Jak wynika ze wzoru (7.47), zmniejszenie strumienia przy określonej wartości prądu powoduje wzrost prędkości (wartości n', n'' przy $I = I_n$), przy czym zmienia się zarówno prędkość stanu jałowego, jak nachylenie charakterystyki mechanicznej (rys. 7.54).

Jeśli pominie się oddziaływanie wirnika, to charakterystyki mechaniczne przy wszystkich wartościach strumienia są liniowe i mają wspólny punkt przy prądzie

zwarcia I_k ($n = 0$), gdyż wartość prądu zwarcia nie zależy od strumienia magnetycznego.

Regulacji prędkości przez zmianę strumienia przy zachowaniu warunku stałości prądu wirnika dokonuje się przy zmianie momentu obciążenia. Jeżeli przy regulacji w górę moment obciążenia jest stały, to prąd wirnika zwiększa się. Dla warunku $M = M_n = \text{const}$ (rys. 7.54) prędkość i prąd wyznaczają krzywą, określoną równaniem

$$n = n_{0n}\frac{I}{I_n}\left(1-\frac{I}{I_k}\right) \tag{7.53}$$

gdzie n_{0n} jest prędkością stanu jałowego na charakterystyce naturalnej. Prędkości i odpowiadające im prądy przy zachowaniu stałości momentu obciążenia oznaczono odpowiednio przez n'_m, n'_m, I'_m, I''_m. Maksymalną prędkość $n_{m\max}$ otrzymuje się przy prądzie $I = 0{,}5\ I_k$.

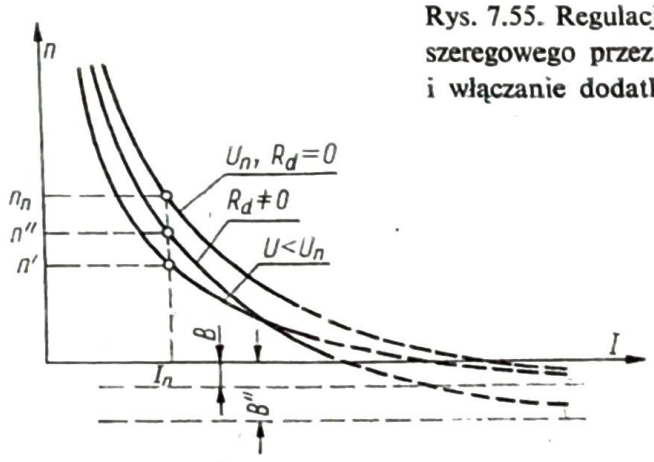
Silnik szeregowy

Regulacji prędkości silnika szeregowego również można dokonywać przez zmianę napięcia, przyłączenie szeregowo rezystancji lub regulację strumienia.

Z uproszczonego wzoru (7.51) (przy pominięciu nasycenia i oddziaływania wirnika), wyrażającego prędkość obrotową silnika szeregowego

$$n = \frac{U}{CI} - \frac{\sum R_a}{C} = \frac{A}{I} - B$$

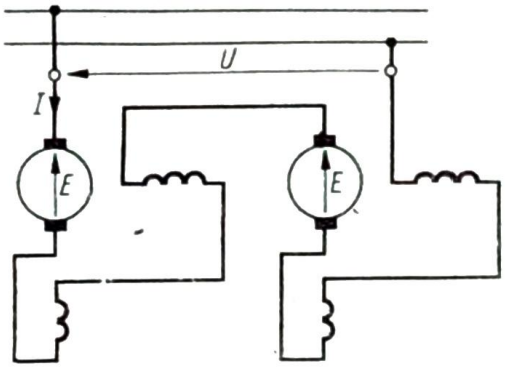
wynika, że przy zmianie napięcia zmienia się wielkość A, natomiast wielkość B jest stała. Obniżanie napięcia zasilającego powoduje więc zmniejszenie prędkości (a więc i prądu zwarcia), ale asymptota pozioma jest ta sama, co dla charakterystyki naturalnej (rys. 7.55).



Rys. 7.55. Regulacja prędkości silnika szeregowego przez zmianę napięcia sieci i włączanie dodatkowej rezystancji R_d

Przy włączaniu w szereg z silnikiem rezystancji R_d zwiększa się wielkość B, natomiast składnik zawierający A pozostaje stały. Krzywa prędkości jest więc obniżona w stosunku do charakterystyki naturalnej (rys. 7.55, krzywa $R_d \neq 0$).

Jeżeli mamy do czynienia z napędem wielosilnikowym za pomocą jednakowych silników szeregowych, to zmiany napięcia zasilającego silniki można dokonać,



Rys. 7.56. Układ szeregowy dwóch silników szeregowych

łącząc je w grupy szeregowe lub równoległe. Przez połączenie silników w szereg (rys. 7.56) obniża się napięcie zasilania każdego silnika. Np. w elektrycznej trakcji kolejowej stosuje się 6 jednakowych silników, które są łączone w układy: 6 szeregowo, po 3 szeregowo lub po 2 szeregowo.

Regulacji prędkości silników szeregowych przez zmianę strumienia dokonuje się, bocznikując obwód wzbudzenia lub obwód wirnika. Zbocznikowanie obwodu wzbudzenia powoduje zmniejszenie strumienia i zwiększenie prędkości. Jeżeli ta regulacja odbywa się przy stałym momencie obciążenia, to prąd wirnika rośnie, ponieważ iloczyn strumienia i prądu wirnika musi pozostać bez zmiany.

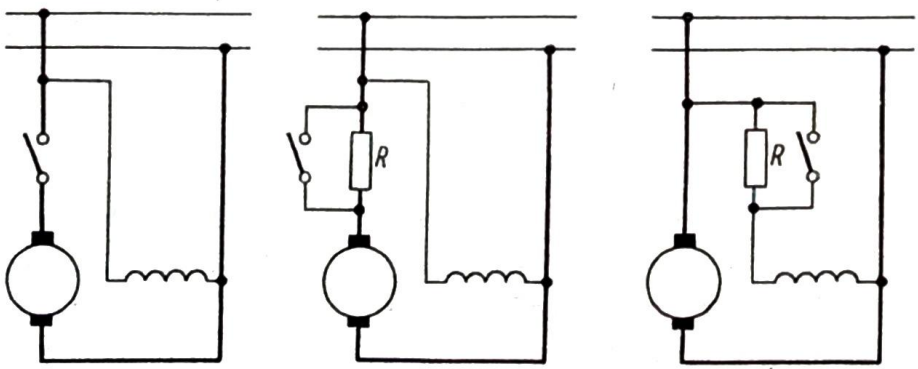
Bocznikowanie wirnika powoduje zmniejszenie jego prądu, ponieważ zaś przy $M = \text{const}$ iloczyn prądu wirnika i strumienia musi być ten sam, więc prąd pobierany z sieci rośnie, zwiększa się strumień maszyny, a prędkość tym samym zmniejsza się.

Silnik szeregowo-bocznikowy

Regulacja prędkości silników szeregowo-bocznikowych może być dokonana tak, jak silników bocznikowych lub szeregowych — w zależności od tego, które z uzwojeń ma większy wpływ na własności ruchowe maszyny.

Regulacja impulsowa

W niektórych układach napędowych małych mocy stosuje się impulsową regulację prędkości silników, polegającą na tym, że za pomocą specjalnego wyłącznika włącza się i wyłącza cały obwód wirnika, rezystancję włączoną w obwód wirnika lub dodatkową rezystancję obwodu wzbudzenia (rys. 7.57). Zmianę średniej pręd-



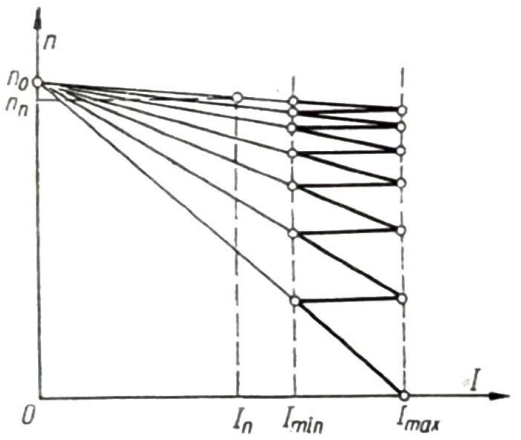
Rys. 7.57. Układy regulacji impulsowej prędkości obrotowej silnika bocznikowego

kości uzyskuje się przez odpowiednią korelację czasu włączenia i wyłączenia obwodu. Obecnie do regulacji prędkości silników prądu stałego coraz częściej stosuje się również różnego rodzaju układy półprzewodnikowe.

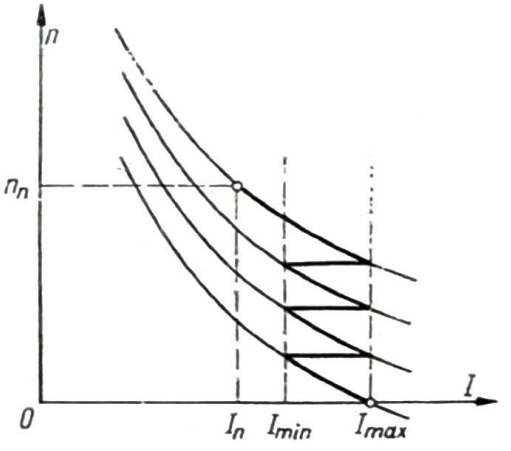
7.3.6. Rozruch silników prądu stałego

Gdyby silnik bocznikowy lub szeregowy został włączony bezpośrednio do sieci o pełnym napięciu, to popłynąłby w nim prąd zwarcia o wartości wielokrotnie większej od prądu znamionowego, gdyż przy $n = 0$ napięcie indukowane rotacji jest równe zeru, a prąd jest równy ilorazowi napięcia zasilania i rezystancji obwodu. Takie włączenie mogłoby spowodować zniszczenie maszyny. W celu ograniczenia prądu rozruchowego należy włączyć w szereg z wirnikiem dodatkową rezystancję (tzw. rozrusznik) tak dobraną, by uzyskać żądany prąd i moment rozruchowy. W przypadku silnika bocznikowego należy ponadto pamiętać, że obwód wzbudzenia nie może być przy rozruchu włączony za rozrusznikiem, ale tak, by był zasilany pełnym napięciem sieci (rys. 7.38).

Gdy po włączeniu silnika połączonego z rozrusznikiem prędkość rośnie, wówczas, zgodnie z charakterystyką mechaniczną, zmniejsza się prąd i moment silnika (rys. 7.58). Dla utrzymania momentu w określonych granicach wyłącza się w trakcie trwania rozruchu kolejne elementy rozrusznika, przechodząc na kolejne charakterystyki, aż po całkowitym zwarciu rozrusznika dochodzi się do pracy na charakterystyce naturalnej.



Rys. 7.58. Rozruch silnika bocznikowego



Rys. 7.59. Rozruch silnika szeregowego

W silniku szeregowym włącza się rezystancję w szereg z wirnikiem i obwodem wzbudzenia (rys. 7.43). W miarę wzrostu prędkości zmniejsza się rezystancję rozrusznika, przechodząc na kolejne charakterystyki mechaniczne (rys. 7.59), a w końcu rozruchu na charakterystykę naturalną.

7.3.7. Hamowanie silników prądu stałego

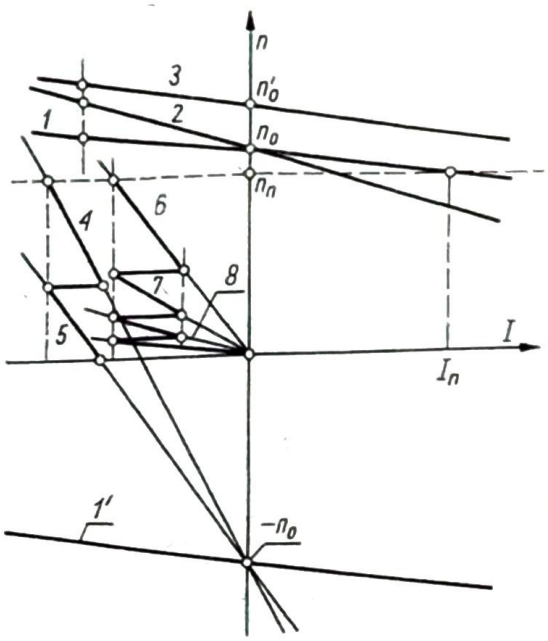
Silnik bocznikowy

Podobnie jak w przypadku hamowania silników indukcyjnych rozróżniamy trzy rodzaje hamowania maszyn prądu stałego:

— hamowanie prądnicowe,

— hamowanie przeciwprądem (przeciwwłączeniem),
— hamowanie dynamiczne.

Hamowanie prądnicowe silnika bocznikowego zachodzi wówczas, gdy jest on napędzany z prędkością większą od prędkości idealnego stanu jałowego n_0 (rys. 7.60). Kierunek prądu zmienia się wówczas na przeciwny niż przy pracy silnikowej i maszyna oddaje energię elektryczną do sieci. Hamowanie prądnicowe może odbywać się na charakterystyce naturalnej (prosta *1*) lub przy włączonej szeregowo dodatkowej rezystancji R_d, powodującej większe nachylenie charakterystyki, wskutek czego prędkość obrotowa przy hamowaniu określonym momentem jest większa (prosta *2*).



Rys. 7.60. Charakterystyki mechaniczne przy hamowaniu silnika bocznikowego
1, 2, 3 — hamowanie prądnicowe,
4—5 — hamowanie przeciwprądem,
6, 7, 8 — hamowanie dynamiczne

Regulacja prędkości przy hamowaniu prądnicowym może się odbywać również przez osłabienie strumienia (prosta *3*). W obu przypadkach włączenie dodatkowej rezystancji powoduje wzrost prędkości obrotowej. W układzie Leonarda, regulując napięcia wirnika przy stałym strumieniu można uzyskać hamowanie w zakresie prądnicowym na dowolnej charakterystyce, jeżeli silnik jest napędzany z prędkością większą od prędkości stanu jałowego przy danej wartości napięcia U.

Hamowanie przeciwprądem (zwanego też hamowaniem przez przeciwwłączenie) dokonuje się przez przełączenie napięcia zasilania wirnika lub przez napędzanie silnika w kierunku przeciwnym do tego, jaki występuje przy pracy silnikowej. Hamowanie przez przełączenie napięcia ilustruje charakterystyka *1'* na rys. 7.60, odpowiadająca pracy bez dodatkowej rezystancji. Dla ograniczenia prądu silnika przy hamowaniu włącza się rezystancję R_d, przez co pochyla się charakterystykę tak, aby przy zadanej prędkości silnika otrzymać żądany prąd i moment hamujący (prosta *4*). W miarę zmniejszenia prędkości prąd i moment maleją. Aby zwiększyć intensywność hamowania można zmniejszyć rezystancję R_d (prosta *5*). Po dojściu do prędkości $n = 0$ należy silnik odłączyć od sieci, ponieważ działający moment stara się obrócić wirnik w przeciwną stronę.

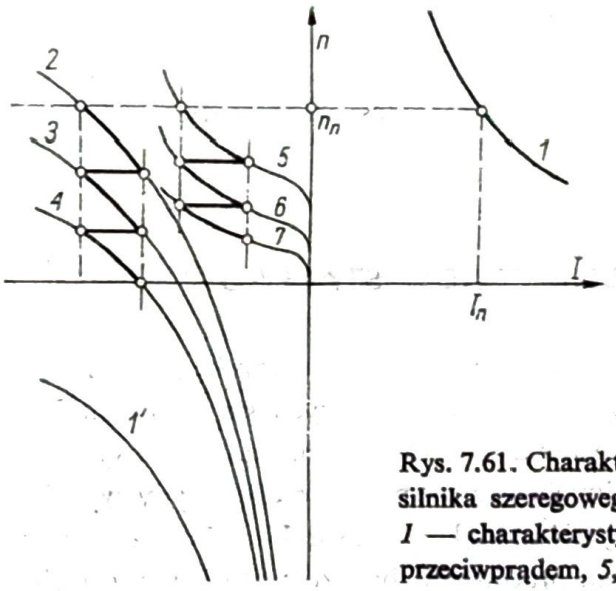
Hamowanie dynamiczne polega na tym, że obwód wirnika odłącza się od sieci i zwiera przez odpowiednio dobraną rezystancję, uzwojenie wzbudzenia zaś jest nadal włączone do sieci. Maszyna pracuje jako prądnica obcowzbudna na charakterystyce mechanicznej o nachyleniu zależnym od wartości włączonej rezystancji i prądu wzbudzającego (prosta *6* na rys. 7.60), przechodzącej przez początek układu współrzędnych. W miarę zmniejszania prędkości prąd wirnika maleje liniowo, maleje też moment hamujący, można więc kolejno wyłączać elementy rezystancji (proste *7*, *8* itd.) do uzyskania charakterystyki przebiegającej tak płasko, jak charakterystyka naturalna (charakterystyka $U = 0$ na rys. 7.52).

Silnik szeregowy

Silniki szeregowe można hamować podobnie jak bocznikowe.

Hamowanie prądnicowe wymaga zasilania obwodu wzbudzenia w układzie obcowzbudnym lub bocznikowym.

Hamowanie przeciwprądem można uzyskać przy zmienionym kierunku wirowania i nie zmienionym układzie połączeń lub przy przełączeniu obwodu wirnika, a nie zmienionym kierunku wirowania. Np. przy zmianie układu połączeń i hamowaniu od prędkości znamionowej otrzymuje się charakterystyki pracy ha-

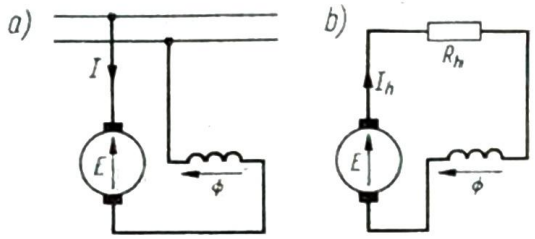


Rys. 7.61. Charakterystyki mechaniczne przy hamowaniu silnika szeregowego
***1* — charakterystyka naturalna, *2*, *3*, *4* — hamowanie przeciwprądem, *5*, *6*, *7* — hamowanie dynamiczne**

mulcowej silnika z włączoną rezystancją dodatkową, jak na rys. 7.61. Przełączenie obwodu wirnika powoduje, że charakterystyka naturalna *1* przechodzi w charakterystykę *1'* dla ujemnych prądów i ujemnych prędkości. Włączenie odpowiednio dużej rezystancji powoduje przesunięcie tej charakterystyki w górę, przez co można otrzymać krzywą *2*, na której przy prędkości znamionowej występuje żądany prąd i moment. Kolejne wyłączanie elementów rezystancji daje krzywe *3* i *4*, na które przechodzi się dla uzyskania stałej intensywności hamowania, zawierającej się w określonych granicach.

Hamowanie dynamiczne uzyskuje się w układzie szeregowym, przy czym silnik jest odłączony od sieci i zwarty przez odpowiednią rezystancję. Maszyna

pracuje jako samowzbudna prądnica szeregowa. Rezystancja musi być tak dobrana, aby nastąpiło samowzbudzenie silnika. Dla otrzymania momentu hamującego trzeba zmienić kierunek prądu wirnika w stosunku do kierunku przy pracy silnikowej, a jednocześnie musi pozostać bez zmiany kierunek strumienia. Wymaga to przełączenia obwodu wzbudzenia (rys. 7.62).



Rys. 7.62. Przełączenie uzwojenia wzbudzenia silnika szeregowego do hamowania dynamicznego: a) układ przy pracy silnikowej, b) układ przy hamowaniu dynamicznym

Należy zwrócić uwagę, że zwarcie maszyny (przez rezystancję lub bez niej), bez zmiany układu połączeń wirnika i wzbudzenia spowodowałoby rozmagnesowanie obwodu magnetycznego i zniszczenie strumienia remanentu. Przy określonej wartości rezystancji R_h podczas zmniejszania prędkości obrotowej prąd i moment hamujący silnie maleją (krzywe *5*, *6*, *7* na rys. 7.61), gdyż zmniejsza się jednocześnie strumień i prędkość, a zatem i napięcie indukowane.

Szczegółowe omówienie zagadnień rozruchu, regulacji prędkości i różnych sposobów hamowania silników wchodzi w zakres problematyki napędu elektrycznego.

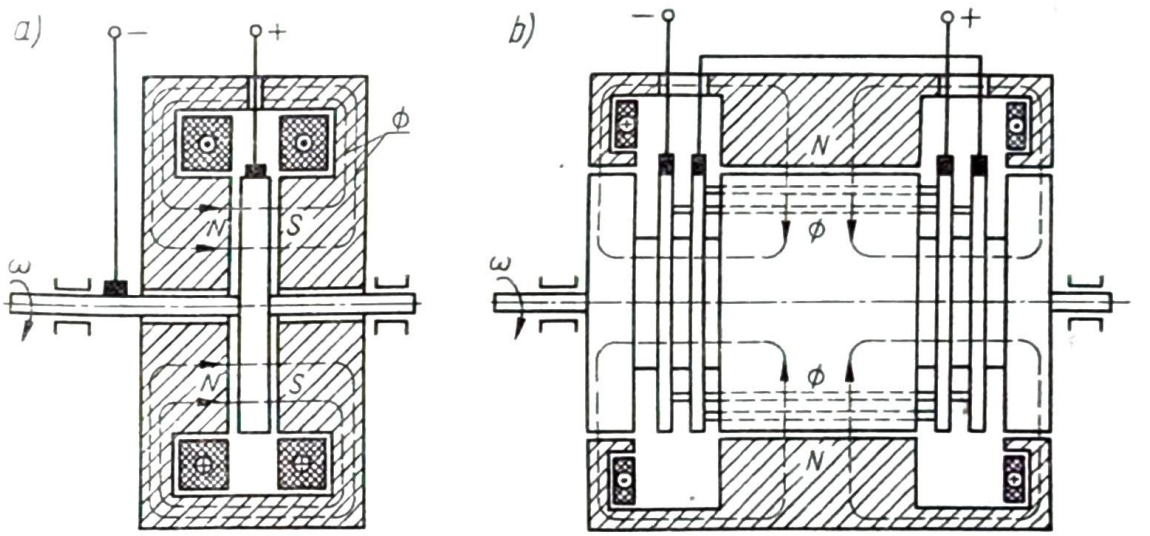
7.4. MASZYNY SPECJALNE PRĄDU STAŁEGO

Prócz zwykłych maszyn prądu stałego stosowanych w przemyśle jako silniki i prądnice istnieje cały zespół maszyn specjalnych, wyróżniających się odmienną konstrukcją, zasadą działania czy sposobem zasilania i wynikającymi stąd osobliwymi własnościami ruchowymi. Do maszyn specjalnych można np. zaliczyć maszyny wysokonapięciowe (do 30 kV) — mające odmienny układ izolacyjny, silniki trakcyjne — przystosowane do podwieszania pod pojazdem, prądnice o bardzo niskich napięciach a dużych prądach (do kilku tysięcy amperów) — stosowane w galwanotechnice, wzbudnice maszyn synchronicznych — o szczególnym ukształtowaniu obwodu magnetycznego, prądnice unipolarne, prądnice spawalnicze, prądnice do oświetlenia wagonów kolejowych i wiele innych. Maszynami prądu stałego są też wzmacniacze maszynowe (amplidyna, rototrol i inne), a także małe maszyny stosowane w układach automatycznego sterowania i regulacji jako silniki wykonawcze, prądnice tachometryczne i inne.

Przy omawianiu ważniejszych odmian maszyn specjalnego przeznaczenia miano na uwadze zakres ich stosowania i dlatego w niektórych przypadkach ograniczono się jedynie do opisu zasady budowy i działania. Wzmacniacze maszynowe prądu stałego omówiono w rozdz. 7.5.

7.4.1. Prądnica unipolarna

Prądnica unipolarna (homopolarna) jest maszyną prądu stałego bez komutatora. Zasada działania tej maszyny polega na tym, że elementy, w których indukują się napięcia, poruszają się w polu o stałej biegunowości.



Rys. 7.63. Maszyna unipolarna: a) typ promieniowy, b) typ osiowy o dwóch parach pierścieni

W prądnicy o wykonaniu promieniowym (rys. 7.63a) tarcza osadzona na wale obraca się w polu magnetycznym wytworzonym przez prąd wzbudzający, płynący w dwóch cewkach stojana. Napięcie w tarczy indukuje się w kierunku promieniowym i jest odbierane za pośrednictwem szczotek, z których jedne (np. „+") znajdują się na obwodzie tarczy, a drugie na wale maszyny.

W maszynie o wykonaniu osiowym (rys. 7.63b) strumień w szczelinie jest skierowany promieniowo, w wirniku umieszczone są pręty zwarte po obu stronach pierścieniami, do których przylegają szczotki. Dla zwiększenia napięcia można wykonać kilka klatek z oddzielnymi pierścieniami i połączyć je szeregowo.

Maszyny unipolarne dają bardzo niskie napięcia, dlatego są używane do elektrolizy, poza tym mają zastosowanie tam, gdzie jest wymagana duża stałość napięcia, bez zakłóceń wprowadzanych przez komutator.

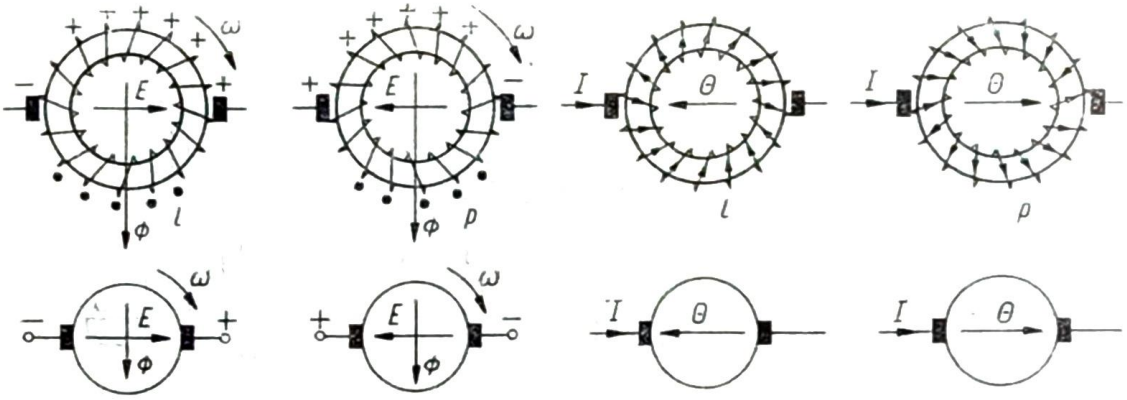
7.4.2. Maszyna o polu poprzecznym (metadyna)

Dość liczną grupę maszyn specjalnych tworzą maszyny o dwóch układach szczotek na parę biegunów, zwane metadynami. Dla uproszczenia będziemy rozpatrywali maszyny o jednej parze biegunów i dwóch parach szczotek umieszczonych w osiach wzajemnie od siebie prostopadłych. Ze względu na różnorodne zastosowania tego typu maszyn trzeba przy analizie ich działania uwzględnić dla każdego układu szczotek następujące dwa zjawiska:

a) podczas wirowania wirnika maksymalna wartość napięcia występuje na szczotkach ustawionych w osi prostopadłej do strumienia;

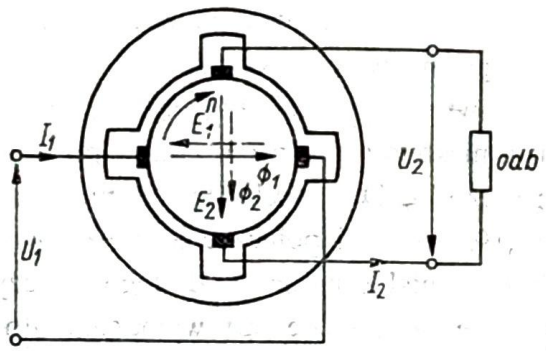
b) przepływ prądu przez daną parę przeciwległych szczotek i uzwojenie wirnika powoduje pojawienie się strumienia o osi zgodnej z osią tych szczotek.

Aby wyprowadzić prawidłowe wnioski dotyczące biegunowości napięcia i zwrotu strumienia należy uwzględnić kierunek wirowania wirnika i sposób nawinięcia uzwojenia. Uzwojenie może być wykonane jako prawoskrętne lub lewoskrętne. W obu przypadkach biegunowości napięć na szczotkach są różne przy



Rys. 7.64. Zwrot indukowanych napięć i przepływów w uzwojeniach lewoskrętnych (l) i prawoskrętnych (p)

tym samym kierunku wirowania wirnika (rys. 7.64). Przyjmujemy, że uzwojenie jest prawoskrętne (p), a zatem że przy wirowaniu w prawo wskaz napięcia jest obrócony względem wskazu strumienia w kierunku prędkości, a prąd przepływający przez szczotki i uzwojenie wytwarza przepływ Θ i strumień skierowany zgodnie ze wskazem prądu płynącego przez szczotkę.



Rys. 7.65. Układ maszyny z polem poprzecznym (metadyny)

Działanie metadyny jako przetwornicy ilustruje rys. 7.65. Wirnik o dwóch parach szczotek jest umocowany wewnątrz stojana, który nie ma żadnych uzwojeń, a stanowi jedynie obwód magnetyczny dla strumieni wytworzonych przez prądy wirnika.

Stojan może mieć budowę cylindryczną, lecz z reguły stosuje się budowę jawnobiegunową, aby w rejonie szczotek uzyskać dużą reluktancję dla strumienia wytworzonego przez prąd w zwojach komutujących. Wirnik jest napędzany z prędkością obrotową n, do jednej pary szczotek jest przyłączone źródło napięcia U_1. Prąd I_1 wytwarza przepływ i strumień Φ_1, który powoduje, że na drugiej parze szczotek pojawia się napięcie. Jeśli do tego obwodu przyłączymy odbiornik, to popłynie prąd I_2, który wytworzy własny przepływ i strumień Φ_2, ten zaś wywoła w wirniku napięcie E_1, skierowane w obwodzie prądu I_1 przeciwnie niż napięcie U_1.

Ponieważ strumienie są proporcjonalne do odpowiednich prądów, można więc przyjąć liniową zależność indukowanych napięć od prądów i prędkości

$$E_2 = cI_1 n \tag{7.54}$$

$$E_1 = cI_2 n \tag{7.55}$$

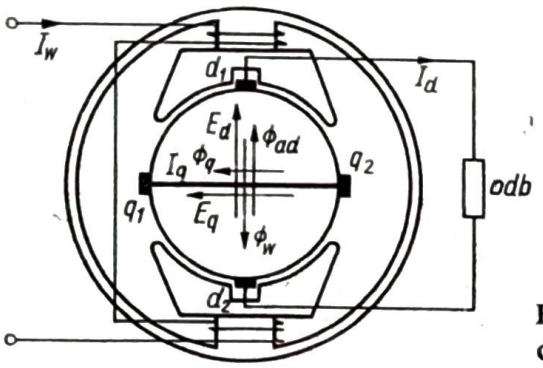
Jeżeli pominiemy spadek napięcia na rezystancji wirnika, to $E_1 = U_1$, a zatem prąd obciążenia jest proporcjonalny do napięcia U_1 niezależnie od wartości rezystancji obciążenia. Taka maszyna, w której istotną rolę odgrywa pole poprzeczne, jest przetwornicą dokonującą zmiany parametrów U oraz I strony zasilającej i obwodu obciążenia. Ponieważ na stojanie nie ma żadnych uzwojeń, a co za tym idzie między stojanem i wirnikiem nie ma żadnego działania dynamicznego, napędzanie wymaga dostarczenia tylko mocy strat mechanicznych i mocy na przemagnesowywanie wirnika.

Zmianę wartości prądu I_2 można uzyskać przez umieszczenie na stojanie dodatkowego uzwojenia w osi *2—2* i zasilanie go prądem z obcego źródła napięcia. Jeżeli na stojanie jest uzwojenie, przez które płynie prąd, to już pojawia się moment obrotowy i taka maszyna może być wykorzystana jako silnik lub prądnica. Uzwojenie stojana może być zasilane z obcego źródła napięcia albo może być połączone szeregowo lub równolegle z jednym z obwodów wirnika.

W zależności od sposobu zasilania otrzymujemy różne odmiany maszyn z polem poprzecznym o różnych własnościach ruchowych, pracujących jako prądnice o specjalnym przeznaczeniu lub wzmacniacze maszynowe.

7.4.3. Prądnica do oświetlania wagonów

Jednym z zastosowań maszyny z polem poprzecznym jest wykorzystanie jej do oświetlenia wagonów. Maszynie takiej stawia się wymagania, aby napięcie było stałe przy dużych różnicach prędkości obrotowej oraz by biegunowość napięcia była niezależna od kierunku wirowania wirnika ze względu na współpracę z baterią akumulatorów.

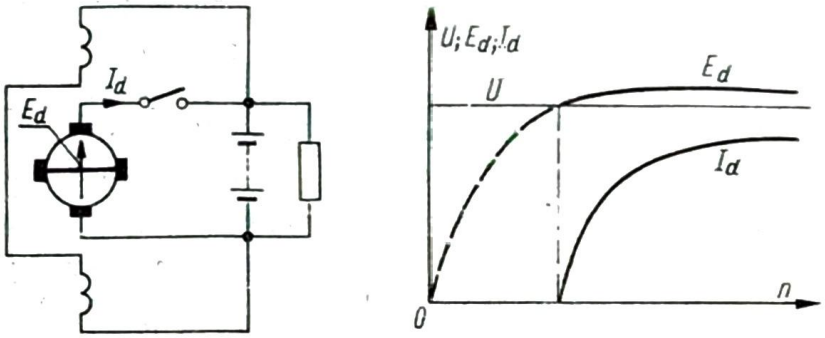


Rys. 7.66. Schemat budowy prądnicy do oświetlenia wagonów

Warunki te spełnia prądnica przedstawiona na rys. 7.66 zwana *maszyną Rosenberga*. Ma ona dwie pary szczotek. Szczotki poprzeczne q_1—q_2 są zwarte, a do szczotek podłużnych d_1—d_2 przyłączony jest obwód obciążenia. Aby reluktancja strumienia poprzecznego była możliwie mała, nabiegunniki mają duże wymiary.

Jeśli prądnicę wzbudzi się z baterii akumulatorów, to na szczotkach q_1—q_2 indukuje się napięcie i w zwartym obwodzie popłynie prąd poprzeczny I_q, który wytworzy strumień poprzeczny Φ_q. Strumień ten indukuje napięcie w obwodzie podłużnym i przy włączeniu odbiornika płynie prąd I_d. Prąd ten wytwarza własny strumień w osi podłużnej Φ_{ad}. W osi tej działa ostatecznie strumień wypadkowy $\Phi_d = \Phi_w - \Phi_{ad}$, który określa wartość prądu poprzecznego. Jeżeli prędkość wzrasta, napięcie praktycznie nie rośnie, gdyż niewielki jego wzrost powoduje wzmocnienie rozmagnesowującego działania prądu I_d, wobec czego strumień Φ_d maleje i zmniejsza się wartość prądu i strumienia poprzecznego.

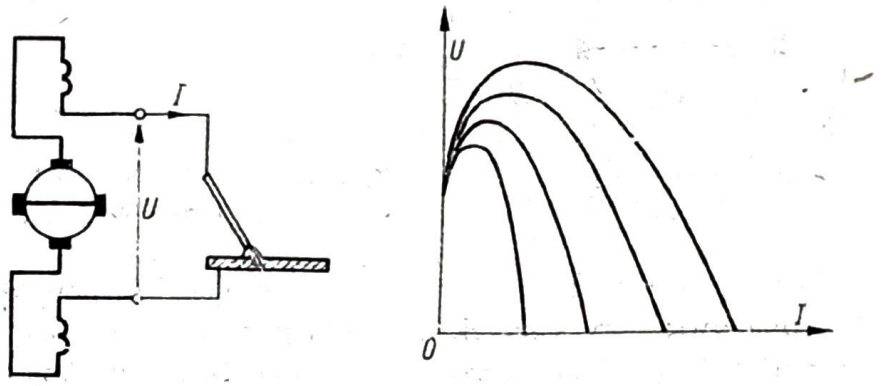
Przy przeciwnym kierunku prędkości zmienia się zwrot napięcia indukowanego w obwodzie poprzecznym wirnika, a zatem zwrot prądu I_q i strumienia Φ_q, ale biegunowość napięcia na szczotkach d_1—d_2 pozostaje ta sama.



Rys. 7.67. Prądnica do oświetlania wagonów współpracująca z baterią akumulatorów — układ i charakterystyki $E_d = f(n)$, $I_d = f(n)$

Układ połączeń prądnicy do oświetlania wagonów z baterią akumulatorów oraz jej charakterystyki $E_d = f(n)$ i $I = f(n)$ przedstawia rys. 7.67.

W czasie postoju pociągu lub przy małych prędkościach wyłącznik jest otwarty i oświetlenie jest zasilane przez akumulatory. Począwszy od pewnej prędkości (przy szybkości jazdy ok. 15—20 km/godz) napięcie E_d staje się wyższe od napięcia baterii, wyłącznik zamyka się i prądnica zasila sieć oświetleniową, ładując jednocześnie baterię.



Rys. 7.68. Prądnica spawalnicza — układ i charakterystyki zewnętrzne

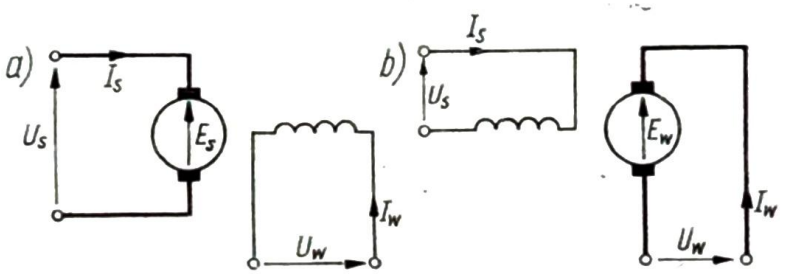
7.4.4. Prądnica spawalnicza

W maszynie o polu poprzecznym można uzyskać charakterystyki dogodne do spawania elektrycznego, jeżeli uzwojenie wzbudzenia połączy się szeregowo z obwodem szczotek d_1—d_2 i obciążeniem (rys. 7.68). Na tym samym rysunku przedstawiono rodzinę charakterystyk zewnętrznych $U = f(I)$ tej prądnicy. Zmianę prądu obciążenia można uzyskać przez przesuwanie odpowiedniej zwory magnetycznej, zmieniając przez to reluktancję biegunów.

7.4.5. Silniki wykonawcze prądu stałego

Zadaniem silników wykonawczych w układach automatycznego sterowania i regulacji jest przekształcenie sygnału elektrycznego (napięcia sterującego) na przemieszczenie mechaniczne (prędkość obrotową lub położenie kątowe).

Silniki wykonawcze prądu stałego są to silniki małej mocy, bez biegunów pomocniczych, przy czym uzwojenie biegunów i obwód wirnika są zasilane z oddzielnych źródeł napięcia. Jeden z obwodów jest zasilany z sieci o stałym napięciu, drugi jest zasilany tylko wówczas, gdy silnik ma wykonać określone zadanie. Obwód zasilany stałym, nieregulowanym napięciem nazywa się obwodem wzbudzenia (może to być uzwojenie biegunów lub wirnika), drugi obwód jest obwodem sterowania; odpowiednio do tego rozróżniamy napięcie wzbudzenia U_w i napięcie sterowania U_s (zwane też napięciem sygnału). Uzwojeniem sterowania może być wirnik lub uzwojenie biegunów, w zależności od czego rozróżniamy silniki wykonawcze o sterowaniu wirnikowym i sterowaniu strumieniem (rys. 7.69).



Rys. 7.69. Układ silnika wykonawczego prądu stałego: a) sterowanie wirnikowe, b) sterowanie strumieniem

W stosowanych niekiedy silnikach z magnesami trwałymi strumień jest praktycznie stały, a silnik jest sterowany napięciem wirnika.

W blokowym schemacie funkcjonalnym silnik wykonawczy może być przedstawiony w postaci elementu, którego „wejściem" jest napięcie sterujące U_s, a „wyjściem" prędkość obrotowa n; stałe napięcie wzbudzenia nie jest zwykle w takich schematach uwzględniane.

Określając własności ruchowe silników wykonawczych, dogodnie jest stosować jednostki względne. Wielkością odniesienia dla napięcia sterującego U_s jest stałe napięcie wzbudzenia U_w. Wielkość

$$\alpha = \frac{U_s}{U_w} \tag{7.56}$$

nazywa się współczynnikiem sygnału. Prędkość obrotową n wyraża się w odniesieniu do prędkości idealnego stanu jałowego n_0, jaka występuje przy $\alpha = 1$, gdy moment obciążenia jest równy zeru

$$v = \frac{n}{n_0}. \tag{7.57}$$

Wielkością odniesienia dla momentu jest moment rozruchowy przy $\alpha = 1$ (oznaczony symbolem M_{k0}), zatem

$$m = \frac{M}{M_{k0}} \tag{7.58}$$

Przy analizie statycznych i dynamicznych własności silników wykonawczych przyjmujemy liniowość charakterystyki magnesowania i pomijamy oddziaływanie wirnika.

W silniku o sterowaniu wirnikowym strumień jest stały, a żądany moment i prędkość obrotową otrzymujemy, zasilając wirnik odpowiednim napięciem sterującym.

Moment silnika wyraża się wzorem

$$M = c_M I_s \Phi \tag{7.59}$$

Strumień jest proporcjonalny do prądu wzbudzającego

$$\Phi = cI_w = c\frac{U_w}{R_w} \tag{7.60}$$

a prąd wirnika

$$I_s = \frac{U_s - E_s}{R_s} \tag{7.61}$$

gdzie

$$E_s = c_E \Phi n = c_E c \frac{U_w}{R_w} n \tag{7.62}$$

Podstawiając (7.60), (7.61) i (7.62) w (7.59), otrzymujemy

$$M = \frac{c_M c U_w}{R_w}\left(\frac{U_s}{R_s} - \frac{c_E c U_w}{R_w R_s} n\right) \tag{7.63}$$

a wyłączając U_w i R_s poza nawias

$$M = \frac{c_M c U_w^2}{R_w R_s}\left(\alpha - \frac{c_E c}{R_w} n\right). \tag{7.64}$$

Wynika stąd, że przy $\alpha = 1$ i $n = 0$

$$M_{k0} = \frac{c_M c U_w^2}{R_w R_s} \tag{7.65}$$

oraz że przy $\alpha = 1$ i $M = 0$

$$n_0 = \frac{R_w}{c_E c} \tag{7.66}$$

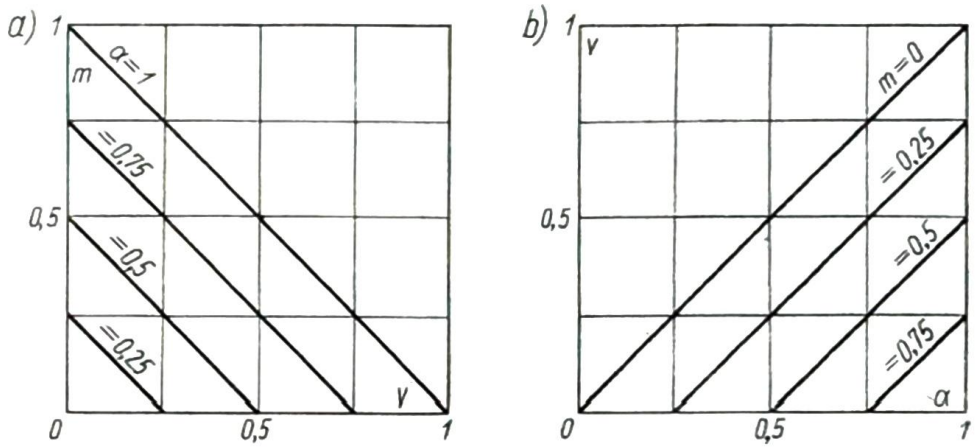
Podstawiając (7.65) i (7.66) w (7.64), otrzymujemy

$$M = M_{k0}\left(\alpha - \frac{n}{n_0}\right) \tag{7.67}$$

a zatem moment względny wyraża się wzorem

$$m = \alpha - v \tag{7.68}$$

Zależność ta wyraża charakterystykę mechaniczną silnika $m = f(v)$, przedstawioną na rys. 7.70a.



Rys. 7.70. Charakterystyki silnika wykonawczego o sterowaniu wirnikowym: a) mechaniczna, b) regulacyjna

Ze wzoru (7.68) można określić zależność prędkości od napięcia sterującego.

$$v = \alpha - m \tag{7.69}$$

Zależność ta jest nazywana charakterystyką regulacyjną lub charakterystyką sterowania (rys. 7.70b).

W podobny sposób, korzystając ze wzorów (7.56)—(7.68), można określić zależność prądów, mocy sterowania i wzbudzenia oraz mocy mechanicznej od prędkości i napięcia sterowania.

Właściwości dynamiczne silnika wykonawczego można określić przez wyznaczenie transmitancji operatorowej na podstawie ogólnego równania napięć obwodu sterowania w stanie nieustalonym

$$u_s = e_s + i_s R_s + L_s \frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t}$$

oraz równania momentów

$$M = M_z + J \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} .$$

gdzie M_z jest momentem obciążenia zewnętrznego.

Wobec stałości strumienia można na podstawie (7.59) i (7.62) napisać

$$M = k_m i_s \tag{7.70}$$

$$e_s = k_e \omega \tag{7.71}$$

Z przytoczonych wzorów na moment otrzymujemy wyrażenie na prąd

$$i_s = \frac{M_z}{k_m} + \frac{J}{k_m}\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} \tag{7.72}$$

które po podstawieniu w równaniu napięć, daje

$$u_s = k_e \omega + \frac{R_s M_z}{k_m} + \frac{R_s J}{k_m}\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} + \frac{L_s J}{k_m}\frac{\mathrm{d}^2\omega}{\mathrm{d}t^2} \tag{7.73}$$

Wyrażając stałą czasową obwodu wirnika oraz elektromechaniczną stałą czasową zależnościami

$$T_s = \frac{L_s}{R_s}; \quad T_m = \frac{R_s J}{k_m k_e} \tag{7.74}$$

otrzymujemy po uporządkowaniu równania

$$T_m T_s \frac{\mathrm{d}^2\omega}{\mathrm{d}t^2} + T_m \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} + \omega = \frac{1}{k_e} u_s - \frac{R_s M_z}{k_m k_e} \tag{7.75}$$

Przechodząc do równania operatorowego dla zerowych warunków początkowych oraz oznaczając $K = 1/k_e$, otrzymujemy

$$(s^2 T_m T_s + s T_s + 1)\,\omega(s) = K U_s(s) \tag{7.76}$$

Transmitancja zatem wyraża się wzorem

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{U_s(s)} = \frac{K}{s^2 T_m T_s + s T_m + 1} \tag{7.77}$$

Z postaci transmitancji wnioskujemy, że przy $T_m > 4T_s$ silnik wykonawczy jest elementem inercyjnym drugiego rzędu. Jeżeli wielkością wyjściową jest kąt obrotu, to otrzymujemy

$$\varphi(s) = \frac{1}{s}\omega(s) \tag{7.78}$$

a zatem

$$G_1(s) = \frac{\varphi(s)}{U_s(s)} = \frac{K}{s(s^2 T_m T_s + s T_m + 1)} \tag{7.79}$$

z czego wynika, że silnik jest szeregowym układem elementu inercyjnego drugiego rzędu i elementu całkującego.

Zwykle stała czasowa T_s może być pominięta i wówczas transmitancje odpowiednio się uproszczą do postaci

$$K(s) = \frac{K}{s T_m + 1} \tag{7.80}$$

$$K_1(s) = \frac{K}{s(sT_m+1)} \tag{7.81}$$

W silniku wykonawczym o sterowaniu strumieniem (rys. 7.69b) obowiązują następujące zależności

$$M = c_M \Phi I_w \tag{7.82}$$

$$\Phi = cI_s = c\,\frac{U_s}{R_s} \tag{7.83}$$

$$I_w = \frac{U_w - E_w}{R_w} \tag{7.84}$$

$$E_w = c_E \Phi n \tag{7.85}$$

skąd otrzymuje się

$$M = \frac{c_M c U_w^2}{R_w R_s}(\alpha - \alpha^2 v) \tag{7.86}$$

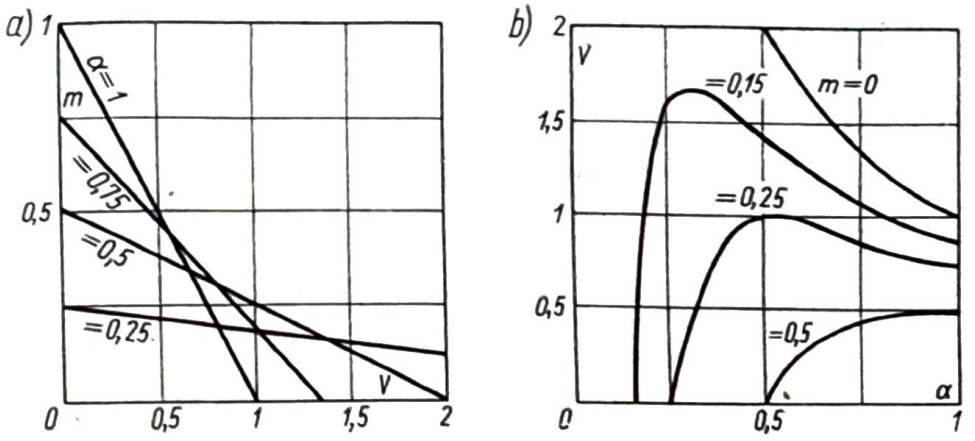
oraz

$$m = \alpha - \alpha^2 v \tag{7.87}$$

Wzór (7.87) określa charakterystykę mechaniczną $m = f(v)$ i umożliwia wyznaczenie charakterystyki regulacyjnej $v = f(\alpha)$

$$v = \frac{\alpha - m}{\alpha^2} \tag{7.88}$$

Wykresy tych charakterystyk podano na rys. 7.71.



Rys. 7.71. Charakterystyki silnika wykonawczego o sterowaniu strumieniem: a) mechaniczna, b) regulacyjna

Charakterystyki mechaniczne i regulacyjne wskazują na podstawowe różnice, występujące przy sterowaniu wirnikowym i sterowaniu strumieniem. Podstawową zaletą sterowania wirnikowego jest liniowość charakterystyki regulacyjnej i stałość nachylenia charakterystyk mechanicznych. Sterowanie strumieniem cha-

rakteryzuje się mniejszą mocą sterowania i niezależnością prądu i mocy sterowania od prędkości i momentu obciążenia.

Przy rozpatrywaniu własności dynamicznych silnika sterowanego strumieniem trzeba uwzględnić dwa równania napięć

$$u_s = R_s i_s + L_s \frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t}; \qquad U_w = e_w + R_w i_w + L_w \frac{\mathrm{d}i_w}{\mathrm{d}t}$$

oraz równanie momentu obrotowego $M = M_z + J \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$

Z (7.82), (7.83) i (7.85) można napisać

$$M = k_m i_s i_w \tag{7.89}$$

$$e_w = k_e i_s \tag{7.90}$$

Podstawiając wyprowadzone wyrażenia we wzorach na napięcia i moment, otrzymujemy

$$u_s = R_s i_s + L_s \frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t}$$

$$U_w = k_e i_s \omega + R_w i_w + L_w \frac{\mathrm{d}i_w}{\mathrm{d}t} \tag{7.91}$$

$$k_m i_s i_w = M_z + J \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$$

Podstawiając w tych równaniach wartości początkowe $u_s(0)$, $i_s(0)$, $i_w(0)$, $\omega(0)$, a następnie $u_s(0)+\Delta u_s$, $i_s(0)+\Delta i_s$, $i_w(0)+\Delta i_w$, $\omega(0)+\Delta\omega$ i odejmując stronami odpowiednie równania otrzymujemy, po pominięciu przyrostów drugiego rzędu, następujące trzy równania

$$\Delta u_s = R_s \Delta i_s + L_s \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\Delta i_s)$$

$$0 = k_e \omega(0) \Delta i_s + k_e i_s(0) \Delta\omega + R_w \Delta i_w + L_w \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\Delta i_w) \tag{7.92}$$

$$k_m i_s(0) \Delta i_w + k_m i_w(0) \Delta i_s = J \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\Delta\omega)$$

a przechodząc na równania operatorowe

$$\Delta u_s(s) = R_s(sT_s + 1) \Delta i_s(s)$$

$$0 = k_e \omega(0) \Delta i_s(s) + k_e i_s(0) \Delta\omega(s) + R_w(sT_w + 1) \Delta i_w(s) \tag{7.93}$$

$$k_m i_s(0) \Delta i_w(s) + k_m i_w(0) \Delta i_s(s) = Js \Delta\omega(s)$$

Eliminując $i_s(s)$, $i_w(s)$, otrzymujemy

$$G(s) = \frac{\Delta\omega(s)}{u_s(s)} = \frac{K_1(sT_w+1) - \dfrac{1}{R_s i_s(0)}\omega(0)}{(sT_s+1)(s^2T_m T_w + sT_m + 1)} \tag{7.94}$$

gdzie

$$K_1 = \frac{R_w i_w(0)}{R_s k_e i_s^2(0)} \tag{7.95}$$

$$T_m = \frac{R_w}{k_m k_e i_s^2(0)} \tag{7.96}$$

Jeżeli rozpatrywać stan dla $\omega(0) = 0$, otrzymuje się transmitancję w postaci

$$G(s) = \frac{K_1(sT_w+1)}{(sT_s+1)(s^2T_m T_w + sT_m + 1)} \tag{7.97}$$

Jeśli poza tym pominie się stałą czasową obwodu wirnika ($T_w = 0$), to transmitancja przyjmie postać

$$G(s) = \frac{K_1}{(sT_s+1)(sT_m+1)} \tag{7.98}$$

Własności dynamiczne silnika o sterowaniu wirnikowym są korzystniejsze, gdyż charakter stanów nieustalonych nie zależy od stałej czasowej uzwojenia magnesującego ani od prędkości początkowej $\omega(0)$.

7.5. WZMACNIACZE MASZYNOWE

7.5.1. Wiadomości ogólne

Wzmacniaczami maszynowymi nazywa się grupę specjalnych maszyn elektrycznych prądu stałego, których zadaniem jest wzmocnienie elektrycznego sygnału prądu, napięcia lub mocy elektrycznej. Zwykle wzmacniacze maszynowe są stosowane jako wzmacniacze mocy. Wielkością wejściową jest prąd sterujący i moc sterowania, wielkością wyjściową prąd, napięcie i moc oddawana w postaci elektrycznej. Moc jest dostarczana do wzmacniacza w postaci mechanicznej przez napędzanie go silnikiem ze znamionową prędkością obrotową.

Właściwości ruchowe wzmacniacza określa się przez wyznaczenie jego charakterystyk statycznych i dynamicznych. Charakterystyki statyczne określają zależności przy ustalonych wartościach wielkości wejściowych i wyjściowych. Podstawowymi charakterystykami statycznymi są:

— charakterystyka sterowania, przedstawiająca zależność wielkości wyjściowej od wejściowej przy stałej rezystancji obciążenia,

— charakterystyka zewnętrzna, przedstawiająca zależność wielkości wyjściowej od obciążenia przy stałej wartości wielkości wejściowej.

Charakterystyki dynamiczne określa się, wyznaczając przy pewnych założeniach upraszczających transmitancję operatorową wzmacniacza, która informuje o przebiegach w stanach nieustalonych.

Wielkościami charakteryzującymi wzmacniacz są: współczynnik wzmocnienia (mocy, prądu, lub napięcia), stała czasowa (kilka stałych czasowych lub stała czasowa zastępcza) oraz tzw. współczynnik dobroci, określany jako iloraz współczynnika wzmocnienia i stałej czasowej.

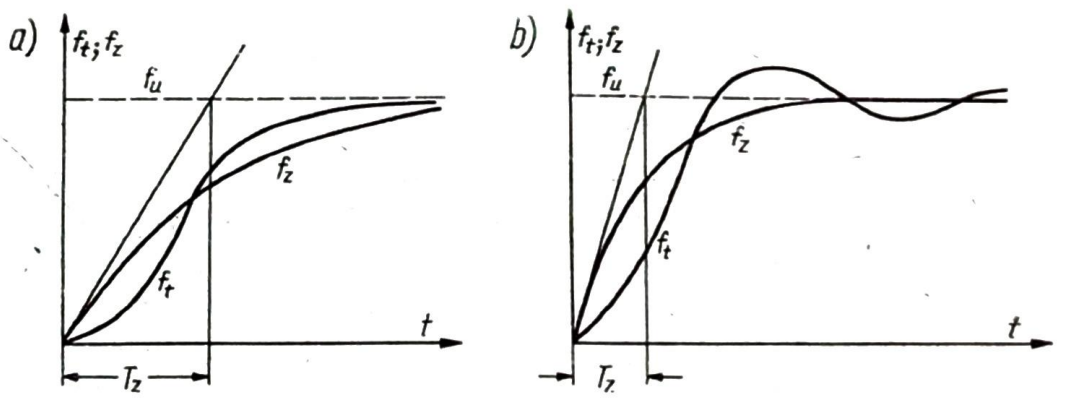
Statyczny współczynnik wzmocnienia określa stosunek wielkości wyjściowej do wejściowej w stanie ustalonym i jest równoznaczny z nachyleniem statycznej charakterystyki sterowania

$$k = \frac{W_{wy}}{W_{we}} \tag{7.99}$$

Transmitancją operatorową wzmacniacza jest iloraz operatorowych funkcji wielkości na wyjściu i na wejściu

$$K(s) = \frac{W_{wy}(s)}{W_{we}(s)} \tag{7.100}$$

Stała czasowa jest określona przebiegiem napięcia w stanie jałowym lub prądu przy obciążeniu przy włączeniu lub nagłej zmianie napięcia na wejściu. Wzmacniacz maszynowy jest z reguły maszyną o kilku obwodach elektrycznych, z których każdy charakteryzuje się własną stałą czasową. Przebieg napięcia lub prądu na wyjściu nie jest wykładniczą funkcją czasu, ale zwykle taką funkcją jak przedstawiona na rys. 7.72.



Rys. 7.72. Zastępcze przebiegi wykładnicze i stałe czasowe: a) dla przebiegu aperiodycznego, b) dla przebiegu periodycznego tłumionego

Jako zastępczą stałą czasową przyjmuje się zwykle stałą czasową T_z zastępczego przebiegu wykładniczego f_z o tej samej wartości ustalonej, dla którego suma dodatnich i ujemnych miar powierzchni między tym przebiegiem zastępczym i przebiegiem rzeczywistym jest równa zeru, co wyraża się zależnością

$$\int_0^\infty (f_t - f_z)\,dt = 0 \tag{7.101}$$

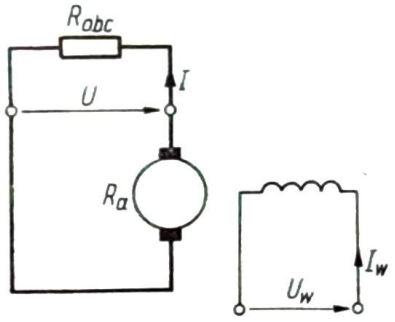
czyli

$$T_z = \int_0^\infty \frac{f_u - f_t}{f_u} \, dt \tag{7.102}$$

gdzie f_u jest wartością ustaloną przebiegu f_t. Istnieją również inne określenia zastępczej stałej czasowej.

7.5.2. Prądnica obcowzbudna jako wzmacniacz

Zwykła prądnica obcowzbudna prądu stałego może być traktowana jako wzmacniacz prądu lub mocy. „Wejściem" w niej jest obwód wzbudzenia, a „wyjściem" — obwód obciążenia (rys. 7.73).



Rys. 7.73. Układ prądnicy obcowzbudnej jako wzmacniacza maszynowego

Statyczny współczynnik wzmocnienia mocy wyraża się związkiem

$$k_p = \frac{P_{wy}}{P_{we}} \tag{7.103}$$

gdzie $P_{we} = I_w^2 R_w$; $P_{wy} = UI$.

Prąd wzbudzający wytwarza strumień $\Phi = \Lambda_w I_w z_w$, a przy wirowaniu wirnika z prędkością n indukuje się w jego uzwojeniu napięcie

$$E = \frac{N}{a} \frac{pn}{60} \Phi = c_E \Phi n = c_E \Lambda_w I_w z_w n$$

Prąd wirnika wynosi $I = \frac{E}{(R_a + R_{obc})}$; napięcie na zaciskach maszyny $U = IR_{obc}$.

Podstawiając powyższe zależności w (7.103), otrzymujemy

$$k_p = \frac{c_E^2 \Lambda_w^2 z_w^2 n^2}{R_w (R_a + R_{obc})^2} \tag{7.104}$$

Współczynnik wzmocnienia mocy zależy więc od kwadratu prędkości obrotowej i kwadratu permeancji Λ_w. Dla uzyskania dużego współczynnika wzmocnienia mocy należałoby zatem wykonać szybkoobrotową maszynę o bardzo małej szczelinie powietrznej.

Współczynnik wzmocnienia mocy zależy również od rezystancji obciążenia. Maksymalna wartość k_p występuje, gdy $R_{obc} = R_a$. Dla liniowej części charaktery-

styki magnesowania współczynnik wzmocnienia jest stały, przy nasyceniu obwodu współczynnik k_p zmniejsza się.

Dla określenia transmitancji napiszemy równanie napięć w stanie nieustalonym

$$u_w = R_w i_w + L_w \frac{\mathrm{d}i_w}{\mathrm{d}t}$$

$$e = (R_a + R_{obc})\, i + (L_a + L_{obc}) \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

gdzie $e = c_e i_w$.

Dla stanu jałowego można zapisać: $i = 0$, $u_0 = e$, zatem przechodząc na funkcje operatorowe przy zerowych warunkach początkowych, otrzymujemy

$$\begin{aligned} u_w(s) &= R_w(sT_w + 1)\, i_w(s) \\ u_0(s) &= e(s) = c_e\, i_w(s) \end{aligned} \tag{7.105}$$

czyli

$$u_w(s) = \frac{R_w}{c_e}(sT_w + 1)\, u_0(s) \tag{7.106}$$

a transmitancja

$$G_0(s) = \frac{u_0(s)}{u_w(s)} = \frac{K_0}{sT_w + 1} \tag{7.107}$$

gdzie $K_0 = \dfrac{c_e}{R_w}$; $T_w = \dfrac{L_w}{R_w}$.

W stanie jałowym prądnica obcowzbudna jest elementem inercyjnym pierwszego stopnia.

Dla stanu obciążenia zapiszemy

$$\begin{aligned} u_w(s) &= \frac{R_w}{c_e}(sT_w + 1)\, e(s) \\ e(s) &= (R_a + R_{obc})\,(sT + 1)\, i(s) \end{aligned} \tag{7.108}$$

stąd

$$G(s) = \frac{i(s)}{u_w(s)} = \frac{K_1}{(sT_w + 1)(sT + 1)} \tag{7.109}$$

gdzie

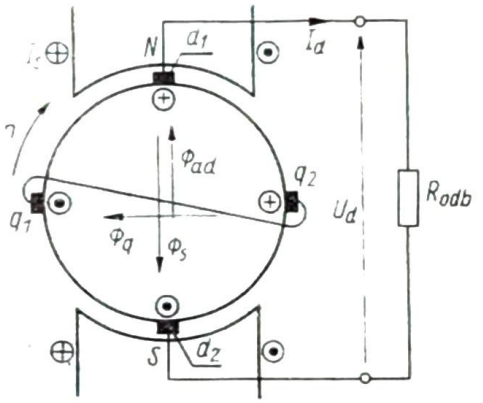
$$K_1 = \frac{c_e}{R_w(R_a + R_{obc})}; \quad T_w = \frac{L_w}{R_w}; \quad T = \frac{L_a + L_{obc}}{R_a + R_{obc}} \tag{7.110}$$

Dla odbiornika rezystancyjnego ($L_{obc} = 0$) można przyjąć że $T = 0$, a więc charakter przebiegów nieustalonych jest określony stałą czasową obwodu wzbudzenia, która zależy od permeancji Λ_w. Jest ona tym większa, im mniejsza jest szczelina powietrzna.

Zwykła prądnica obcowzbudna charakteryzuje się małym współczynnikiem wzmocnienia (rzędu kilkudziesięciu) oraz dużą stałą czasową, spowodowaną litym obwodem magnetycznym stojana. We współczesnych układach automatyki stawia się wzmacniaczom wyższe wymagania, które spełniają maszyny o konstrukcji specjalnej.

7.5.3. Amplidyna

Najbardziej rozpowszechnionym wzmacniaczem maszynowym jest wzmacniacz dwustopniowy z polem poprzecznym, zwany amplidyną. Zasadę działania amplidyny ilustruje rys. 7.74.



Rys. 7.74. Układ amplidyny

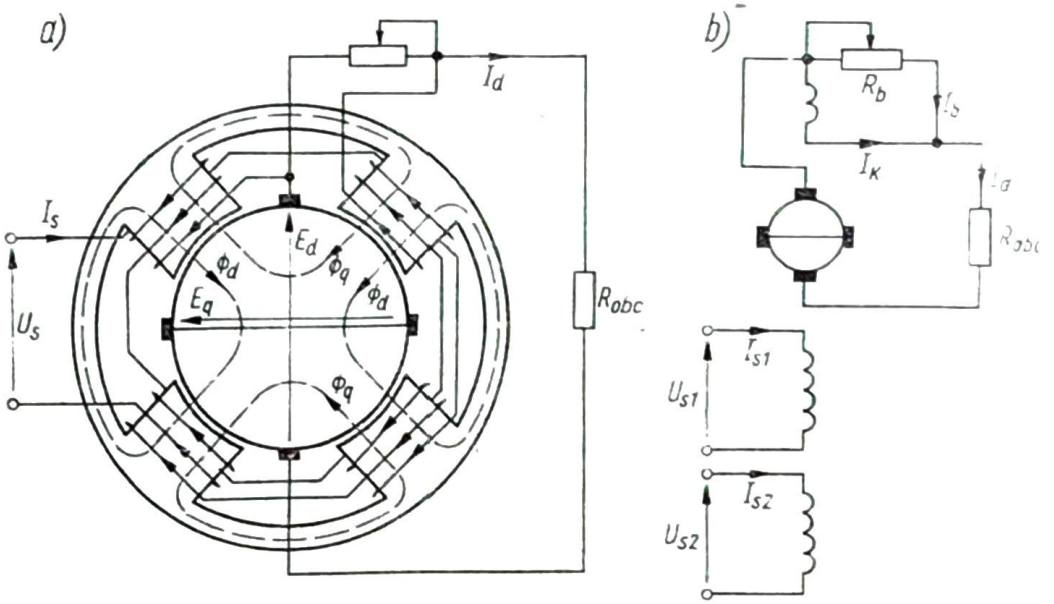
Rozpatrzmy maszynę o jednej parze biegunów na stojanie, o uzwojeniu sterującym (wzbudzenia) zasilanym prądem I_s. Strumień Φ_s, wytworzony przez przepływ wzbudzenia, powoduje, że w obwodzie szczotek q_1—q_2 obracającego się wirnika indukuje się napięcie E_q. Szczotki q_1—q_2 są zwarte, więc w uzwojeniu wirnika płynie prąd I_q, którego kierunek jest zaznaczony na dolnym i górnym kółku narysowanym na wirniku. Prąd ten wytwarza strumień poprzeczny Φ_q, który z kolei indukuje napięcie E_d w obwodzie szczotek d_1—d_2.

Jeżeli obwód przyłączony do szczotek d_1—d_2 jest zamknięty przez rezystancję obciążenia, to płynie prąd podłużny I_d. Prąd ten płynie jednak również przez uzwojenie wirnika, a kierunek jego przepływu zaznaczony jest w kółkach obok szczotek q_1—q_2.

Przepływ prądu I_d powoduje pojawienie się strumienia oddziaływania wirnika Φ_{ad} w osi podłużnej, skierowanego w kierunku przeciwnym niż strumień Φ_s, wytworzony przez prąd sterowania. Powoduje to zmniejszenie napięcia E_q w osi poprzecznej, prądu I_q, strumienia Φ_q i napięcia w osi podłużnej E_d. Napięcie na zaciskach maszyny jest zatem przy obciążeniu znacznie mniejsze niż w stanie jałowym.

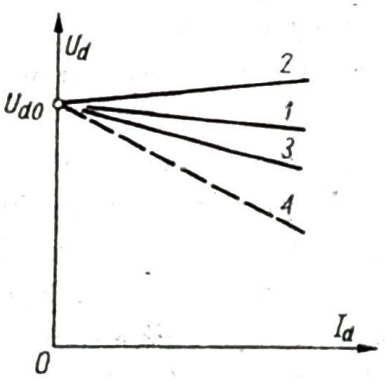
Silne nachylenie charakterystyki zewnętrznej nie jest jedyną wadą rozważanego wzmacniacza. Z powodu dużej reluktancji w osi poprzecznej, strumień poprzeczny jest stosunkowo mały, a zatem współczynnik wzmocnienia niewielki. Poza tym szczotki d_1—d_2 znajdują się w strefie bieguna, co powoduje, że reluktancja dla strumienia wytworzonego przez prąd komutujący I_d jest mała, a zatem występuje silne iskrzenie pod szczotkami wskutek opóźnionej komutacji.

Dla zwiększenia permeancji Λ_q w osi poprzecznej, a jednocześnie zwiększenia reluktancji w strefie szczotek, maszyna dwubiegunowa ma obwód magnetyczny o kształcie jak w maszynie czterobiegunowej (rys. 7.75).



Rys. 7.75. Amplidyna dwubiegunowa o konstrukcji 4-biegunowej z uzwojeniem kompensacyjnym: a) schemat budowy, b) schemat obwodów elektrycznych

Uzwojenie sterujące jest nawinięte tak, że wytwarza pole o jednej parze biegunów (dwa bieguny N i dwa S są obok siebie). Dla skompensowania rozmagnesowującego działania prądu I_d płynącego przez wirnik wykonane jest na biegunach dodatkowe uzwojenie, przez które przepływa prąd w kierunku zgodnym z prądem I_s. Uzwojenie to, zwane kompensacyjnym, jest zbocznikowane regulowaną rezystancją R_b dla odpowiedniego dobrania prądu I_k. Jeżeli przepływ uzwojenia kompensacyjnego Θ_k jest taki sam, jak przepływ oddziaływania wirnika w osi podłużnej Θ_{ad}, to charakterystyka zewnętrzna jest lekko nachylona (rys. 7.76, prosta *1*).



Rys. 7.76. Charakterystyki zewnętrzne amplidyny *1* — skompensowanej, *2* — przekompensowanej, *3* — niedokompensowanej, *4* — bez uzwojenia kompensacyjnego

Gdy przepływ uzwojenia kompensacyjnego jest większy od przepływu oddziaływania wirnika, napięcie wyjściowe U_d może narastać wraz z powiększaniem się prądu obciążenia I_d (prosta *2*). Grozi to przeciążeniem amplidyny i może spowodować niestabilną pracę układu, w którym amplidyna pracuje. Przy zbyt słabym

działaniu uzwojenia kompensacyjnego otrzymuje się przebieg bardziej nachylony (prosta 3). Gdy uzwojenie kompensacyjne nie działa, charakterystyka opada stromo.

Przy założeniu, że amplidyna jest dokładnie skompensowana, otrzymuje się w sposób podobny, jak w przypadku prądnicy obcowzbudnej współczynnik wzmocnienia mocy

$$k_p = \frac{c_E^2 \eta^4 \Lambda_d^2 \Lambda_q^2 z_s^2 z_a^2 R_s R_{obc}}{R_d^2 R_q^2} \tag{7.111}$$

gdzie: z_a — zastępcza liczba zwojów wirnika, R_d, R_q — całkowite rezystancje obwodu podłużnego i poprzecznego.

Transmitancja operatorowa dla stanu obciążenia wynosi

$$G(s) = \frac{K}{(sT_s+1)(sT_d+1)(sT_q+1)} \tag{7.112}$$

przy czym

$$K = \frac{c_s c_q}{R_s R_d R_q}$$

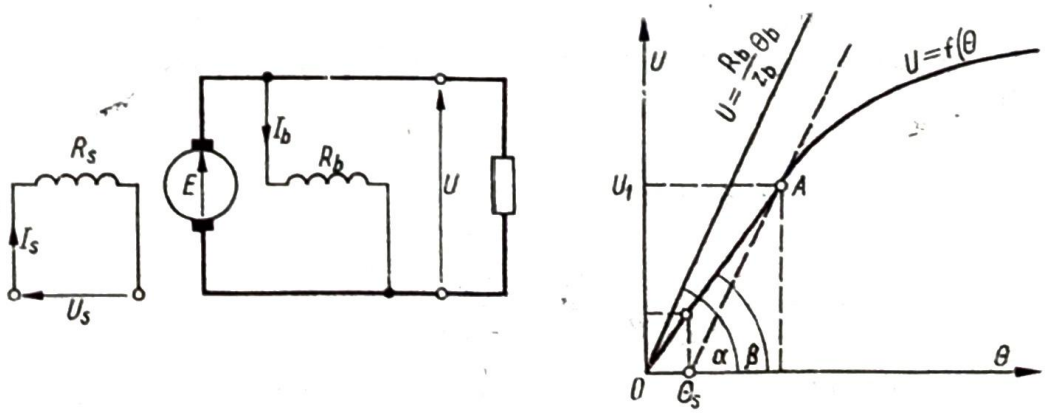
gdzie: c_s — współczynnik proporcjonalności między prądem sterowania i indukowanym napięciem poprzecznym, c_q — współczynnik proporcjonalności między prądem poprzecznym i indukowanym napięciem podłużnym.

Przy przyjętych założeniach upraszczających amplidyna może być traktowana jako szeregowy układ trzech elementów inercyjnych.

7.5.4. Rototrol

Rototrolem nazywany jest wzmacniacz maszynowy wykonany jako prądnica bocznikowa lub szeregowa prądu stałego z dodatkowym uzwojeniem sterującym.

Jednostopniowy rototrol bocznikowy (rys. 7.77) różni się od prądnicy bocznikowej przede wszystkim tym, że rezystancja uzwojenia bocznikowego jest nieco większa od wartości krytycznej, czyli że charakterystyka obwodu wzbudzenia jest bardziej stroma niż początkowa prostoliniowa część charakterystyki magnesowania. Jeżeli nie ma remanentu, to maszyna nie zasilona prądem sterowania



Rys. 7.77. Rototrol bocznikowy — układ i charakterystyki magnesowania $U = f(\Theta)$ i obwodu bocznikowego $U = f(\Theta_b)$

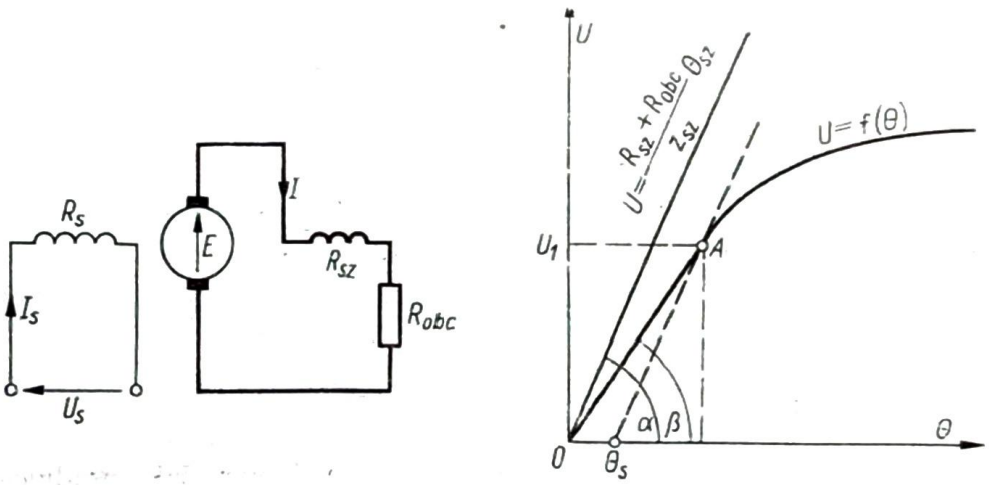
nie wzbudzi się. Gdy wzbudzi się maszynę prądem I_s, pojawi się przepływ Θ_s, który indukuje napięcie w wirniku i przepływ prądu bocznikowego. Napięcie ustali się w punkcie A, gdzie przecina się charakterystyka magnesowania z prostą przeprowadzoną z punktu Θ_s równolegle do charakterystyki obwodu bocznikowego. Przy założeniu, że punkt A znajduje się na prostoliniowej części charakterystyki magnesowania, można określić współczynnik wzmocnienia mocy

$$k_p = \frac{z_s^2}{R_s R_{odb}} \left(\frac{\operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta} \right)^2 \tag{7.113}$$

lub

$$k_p = \frac{z_s^2}{z_b^2 R_s R_{odb}} \left(\frac{R_b R_g}{R_b - R_g} \right)^2 \tag{7.114}$$

gdzie R_g jest rezystancją graniczną obwodu bocznikowego.



Rys. 7.78. Rototrol szeregowy — układ i charakterystyki (magnesowania $U = f(\Theta)$ i obwodu szeregowego z obciążeniem $U = f(\Theta_{sz})$)

Jednostopniowy rototrol szeregowy (rys. 7.78) może pracować jako wzmacniacz tylko przy takim obciążeniu, że suma $R_{sz} + R_{obc}$ jest większa od rezystancji krytycznej.

Przy wzbudzeniu maszyny prądem I_s ustali się stan pracy w punkcie A, podobnie jak w poprzednim przypadku. Współczynnik wzmocnienia mocy określa wzór

$$k_p = \frac{z_s^2 R_{obc}}{(R_{sz} + R_{obc})^2 R_s} \left(\frac{\operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta} \right)^2 \tag{7.115}$$

lub

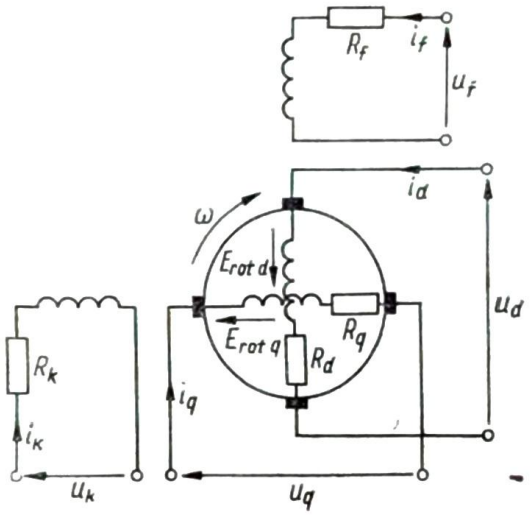
$$k_p = \frac{z_s^2 R_{obc}}{z_{sz}^2 (R_{sz} + R_{obc})^2 R_s} \left[\frac{(R_{sz} + R_{obc}) R_g}{R_{sz} + R_{obc} - R_g} \right]^2 \tag{7.116}$$

Rototrol szeregowy wykazuje lepsze własności dynamiczne, gdyż w rototrolu bocznikowym występują przebiegi oscylacyjne w równoległym układzie obwodu obciążenia i obwodu bocznikowego.

7.6. ZARYS OGÓLNEJ TEORII MASZYN PRĄDU STAŁEGO

Podobieństwo budowy wielu odmian maszyn prądu stałego, w tym również wzmacniaczy maszynowych, nasuwa koncepcję jednolitego ich opisu matematycznego, na podstawie którego można by uzyskać szczególne stany pracy, wynikające z budowy obwodu elektrycznego i sposobu zasilania. Opis matematyczny dotyczy dowolnego stanu nieustalonego, stanem szczególnym będzie praca przy stałej prędkości i ustalonych wartościach prądów i napięć.

Rozważmy maszynę o jednej parze biegunów, mającą na stojanie uzwojenia w osi podłużnej i poprzecznej oraz dwie pary szczotek na wirniku, ustawione w dwóch prostopadłych osiach d i q (rys. 7.79).



Rys. 7.79. Układ uogólnionej maszyny prądu stałego

Wprowadzając dla uzwojeń stojana oznaczenia f i k oraz uwzględniając zasadę zilustrowaną na rys. 7.64, można napisać ogólne równania napięć poszczególnych obwodów.

W równaniach napięć stojana występują spadki napięć na rezystancjach, napięcia samoindukcji i napięcia indukcji wzajemnej od prądów wirnika w tych samych osiach

$$u_f = R_f i_f + L_f \frac{\mathrm{d}i_f}{\mathrm{d}t} + M_{fd} \frac{\mathrm{d}i_d}{\mathrm{d}t} \tag{7.117}$$

$$u_k = R_k i_k + L_k \frac{\mathrm{d}i_k}{\mathrm{d}t} + M_{kq} \frac{\mathrm{d}i_q}{\mathrm{d}t} \tag{7.118}$$

W równaniach napięć wirnika wystąpią identyczne człony, a prócz tego napięcia rotacji (zaznaczone na rys. 7.79), których zwrot zależy od kierunku wirowania. Dla przyjętych założeń co do kierunku wirowania oraz zawrotów prądów i napięć, otrzymamy

$$u_d = R_d i_d + L_d \frac{\mathrm{d}i_d}{\mathrm{d}t} + M_{df} \frac{\mathrm{d}i_f}{\mathrm{d}t} - \omega M_d^k i_k - \omega M_d^q i_q \tag{7.119}$$

$$u_q = R_q i_q + L_q \frac{\mathrm{d}i_q}{\mathrm{d}t} + M_{qk} \frac{\mathrm{d}i_k}{\mathrm{d}t} + \omega M_q^f i_f + \omega M_q^d i_d \tag{7.120}$$

W równaniach tych współczynniki M z podwójnymi dolnymi indeksami oznaczają indukcyjności wzajemne, natomiast współczynniki M z indeksami dolnymi i górnymi są to tzw. *rotacyjne współczynniki indukcji*, wyrażające związek między napięciem rotacji i iloczynem odpowiedniego prądu i prędkości kątowej.

Przechodząc do zapisu macierzowego i funkcji operatorowych dla zerowych warunków początkowych otrzymujemy

$$\begin{bmatrix} u_f(s) \\ u_k(s) \\ u_d(s) \\ u_q(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_f(s) \\ i_k(s) \\ i_d(s) \\ i_q(s) \end{bmatrix} + s \begin{bmatrix} L_f & 0 & M_{fd} & 0 \\ 0 & L_k & 0 & M_{kq} \\ M_{df} & 0 & L_d & 0 \\ 0 & M_{qk} & 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_f(s) \\ i_k(s) \\ i_d(s) \\ i_q(s) \end{bmatrix} +$$
$$+\omega \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -M_d^k & 0 & -M_d^q \\ M_q^f & 0 & M_q^d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_f(s) \\ i_k(s) \\ i_d(s) \\ i_q(s) \end{bmatrix} \tag{7.121}$$

Ostatni człon równania (7.121) reprezentuje napięcie rotacji wirnika. Moc elektromagnetyczną p_e otrzymujemy, mnożąc czasowe funkcje transponowanej macierzy prądów i napięcia rotacji

$$p_e = [i_f, i_k, i_d, i_q]\,\omega \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -M_d^k & 0 & -M_d^q \\ M_q^f & 0 & M_q^d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_f \\ i_k \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} \tag{7.122}$$

a więc moment elektromagnetyczny wynosi

$$m_e = \frac{p_e}{\omega} = M_q^f i_f i_q - M_d^k i_k i_d + (M_q^d - M_d^q) i_d i_q \tag{7.123}$$

Ponieważ $M_d^q = M_q^d$, więc

$$m_e = M_q^f i_f i_q - M_d^k i_k i_d \tag{7.124}$$

Dla maszyn prądu stałego, pracujących jako prądnice i silniki, równania powyższe upraszczają się, gdyż (dla maszyny bez biegunów pomocniczych i uzwojeń kompensacyjnych) można postawić dodatkowe warunki: $i_k = 0$, $i_d = 0$. Dla maszyn bocznikowych zachodzi poza tym równość $u_f = u_q$, dla szeregowych zaś $i_f = i_q$. Dla amplidyny należałoby wprowadzić kilka uzwojeń stojana w osi podłużnej (uzwojenia sterujące i kompensacyjne) oraz uwzględnić zwarcie szczotek poprzecznych, pisząc dodatkowe równanie: $u_q = 0$. Te dodatkowe równania wynikające z układu połączeń stanowią równania więzów.

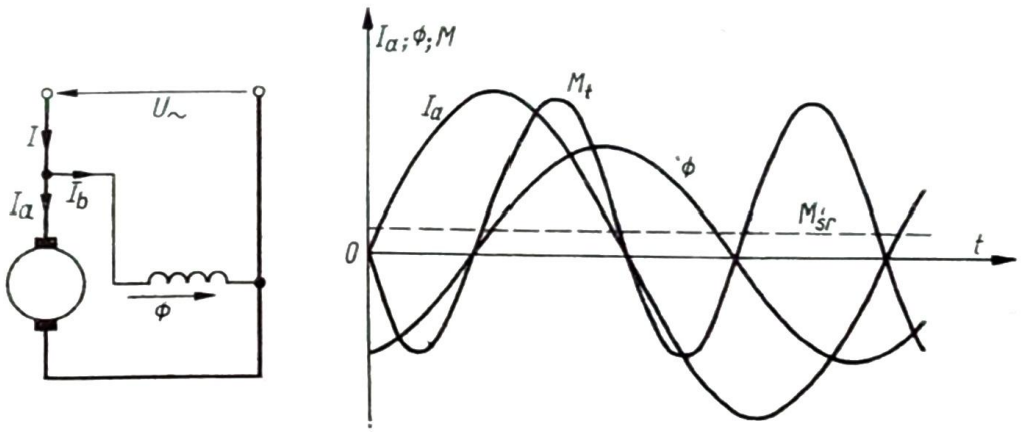
Napisane w powyższy sposób ogólne równania umożliwiają opis zjawisk zachodzących przy różnego rodzaju zmianach wielkości wejściowych po stronie elektrycznej (np. włączenie napięcia, przerwa w obwodzie, zwarcie itp.) lub po stronie mechanicznej (zmiana momentu zewnętrznego lub prędkości).

8. MASZYNY KOMUTATOROWE PRĄDU PRZEMIENNEGO

8.1. MASZYNY KOMUTATOROWE JEDNOFAZOWE

8.1.1. Silnik bocznikowy

Dla wyjaśnienia zasady budowy i działania silników jednofazowych, zasilanych z sieci prądu przemiennego, rozpatrzymy przebieg czasowy momentu obrotowego silnika bocznikowego zasilanego prądem sinusoidalnie zmiennym (rys. 8.1).

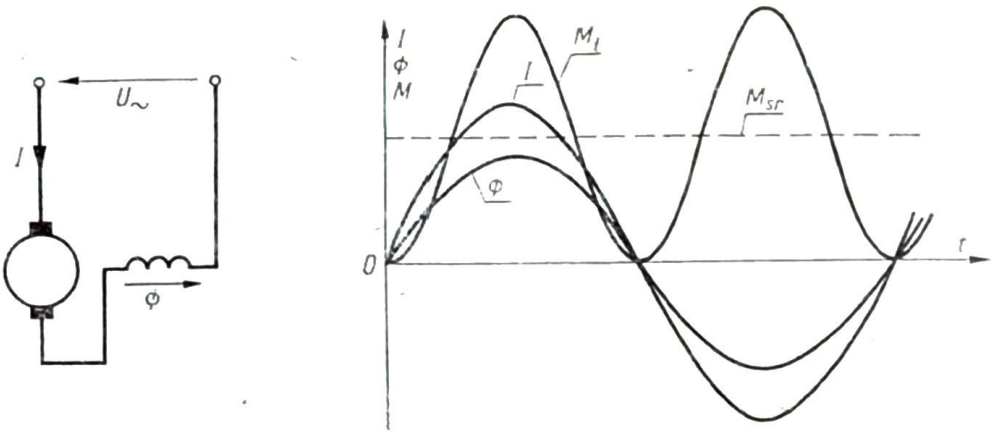


Rys. 8.1. Silnik bocznikowy prądu przemiennego — układ i przebiegi prądu wirnika, strumienia i momentu obrotowego

Obwód elektryczny stanowią tu dwie gałęzie: wirnik o bardzo małej reaktancji i uzwojenie wzbudzenia o reaktancji znacznie większej. Prądy obydwu gałęzi są zatem względem siebie przesunięte w fazie o kąt bliski $\pi/2$, a ponieważ można przyjąć, że strumień jest w fazie z prądem wzbudzającym, więc prąd wirnika i strumień są przesunięte w fazie o duży kąt (wykres na rys. 8.1). Wartość chwilowa momentu M_t jest proporcjonalna do iloczynu chwilowych wartości prądu i strumienia, zmienia się więc sinusoidalnie z częstotliwością $2f$. Średnia wartość momentu (proporcjonalna do iloczynu maksymalnej wartości strumienia i prądu oraz kosinusa kąta między strumieniem i prądem) jest bardzo mała i dlatego silnik bocznikowy, zasilany z sieci jednofazowej prądu przemiennego, nie nadaje się do użytkowania w napędach przemysłowych. W małych silnikach stosuje się niekiedy bocznikowe połączenie uzwojeń wzbudzenia ze specjalnymi elementami dodatkowymi *RC* lub dławikami podsycanymi dla zmniejszenia kąta przesunięcia fazowego między obydwoma prądami.

8.1.2. Silnik szeregowy

Znacznie korzystniejsze własności ruchowe wykazuje silnik szeregowy zasilany z sieci prądu przemiennego (rys. 8.2).

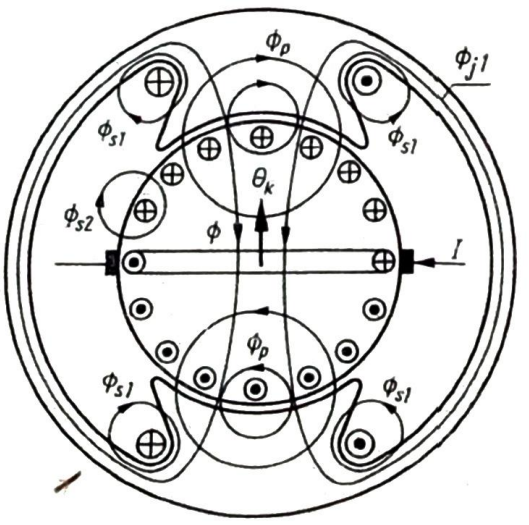


Rys. 8.2. Silnik szeregowy prądu przemiennego — układ i przebiegi prądu, strumienia i momentu obrotowego

Ponieważ prąd wirnika jest jednocześnie prądem wzbudzającym, można przyjąć, że strumień główny i prąd wirnika są ze sobą w fazie. Kierunek działania momentu pozostaje stały, a średnia jego wartość $M_{śr}$ jest równa połowie wartości maksymalnej. Silnik szeregowy ma szerokie zastosowanie w napędach sprzętu gospodarstwa domowego (froterki, odkurzacze, młynki itp.) oraz w narzędziach elektrycznych (np. szlifierki). W niektórych krajach jest stosowany jako silnik napędowy kolejowej trakcji elektrycznej.

Silniki szeregowe mogą być zasilane zarówno prądem stałym jak przemiennym, należy tu jednak podkreślić, że przy zasilaniu prądem stałym strumień w stojanie nie zmienia się, więc stojan może być wykonany z litego rdzenia (odlew staliwny lub żeliwny), natomiast przy zasilaniu prądem przemiennym konieczne jest wykonanie stojana z blach dla zmniejszenia strat w rdzeniu.

Przy zasilaniu silnika szeregowego prądem stałym, napięcie zasilające jest równe sumie napięcia indukowanego przez strumień główny (napięcia rotacji) oraz



Rys. 8.3. Strumienie i prądy w silniku szeregowym prądu przemiennego

spadków napięć na rezystancji wirnika i uzwojenia wzbudzenia, a także na rezystancji przejścia między szczotkami i komutatorem. Natomiast w przypadku prądu przemiennego trzeba uwzględnić w bilansie napięć szereg dodatkowych zjawisk.

Prąd płynący w uzwojeniu stojana (rys. 8.3) wytwarza strumień, który zamyka się przez jarzmo stojana i wirnika, ale część strumienia zamyka się wokół uzwojeń jako strumień rozproszony Φ_{s1}. Strumień Φ, przechodzący przez biegun, jest sumą strumienia jarzma stojana Φ_{j1} i strumienia rozproszonego Φ_{s1}. Każdy z tych strumieni indukuje w uzwojeniu stojana własne napięcie E_1 i E_{s1}. Strumień przenikający jarzmo wirnika kojarzy się ze zwojami zwartymi przez szczotki. W zwojach tych indukuje się zatem napięcie i płynie prąd I_k dający przepływ Θ_k w osi biegunów. Strumień Φ w osi biegunów jest zatem wynikiem działania przepływu stojana Θ_1 i przepływu zwartych zwojów Θ_k. Tak więc strumień główny Φ jest w fazie z geometryczną różnicą przepływów Θ_1 i Θ_k, natomiast strumień rozproszony Φ_{s1} jest w fazie z prądem I.

W wirniku indukuje się napięcie rotacji E_r, proporcjonalne do strumienia głównego i prędkości, a ponadto napięcie E_p pochodzące od strunienia poprzecznego Φ_p, zamykającego się przez bieguny i od strumienia rozproszonego Φ_{s2}, zamykającego się głównie przez powietrze. Uwzględniając powyższe wielkości można napisać równanie napięć w następującej postaci

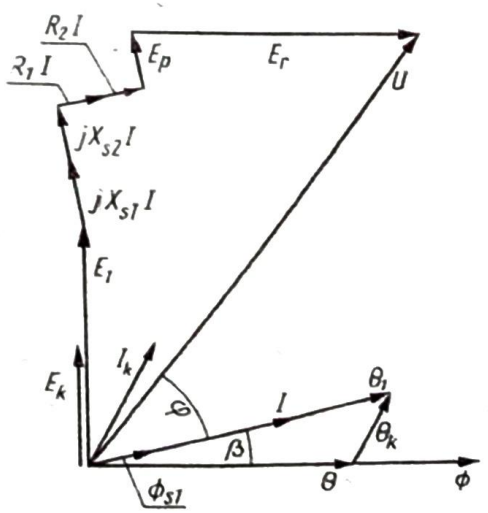
$$\underline{U} = (R_1+R_2)\underline{I}+\underline{E}_1+\underline{E}_{s1}+\underline{E}_{s2}+\underline{E}_p+\underline{E}_r =$$
$$= (R_1+R_2)\underline{I}+\mathrm{j}X_1\underline{I}+\mathrm{j}X_{s1}\underline{I}+\mathrm{j}X_{s2}\underline{I}+\underline{E}_p+\underline{E}_r \qquad (8.1)$$

przy czym E_r jest w fazie ze strumieniem głównym Φ, natomiast napięcie E_p wyprzedza prąd I o kąt $\pi/2$.

Równanie przepływów w osi podłużnej ma postać

$$\Theta = \Theta_1 - \Theta_k \qquad (8.2)$$

gdzie przepływ Θ_k jest w fazie z prądem I_k wytworzonym przez napięcie E_k, które wyprzedza strumień Φ o kąt $\pi/2$. Przesunięcie fazowe między napięciem E_k i prądem I_k jest określone stosunkiem rezystancji i reaktancji zezwojów zwartych przez szczotki, przy czym trzeba tu również uwzględnić rezystancję przejścia między szczotkami i komutatorem.



Rys. 8.4. Wykres wskazowy napięć, prądów i przepływów silnika szeregowego prądu przemiennego

Na podstawie powyższego opisu zjawisk można narysować wykres wskazowy, napięć, prądów i przepływów silnika szeregowego (rys. 8.4). Jak widać, prąd silnika I wyprzedza strumień Φ o kąt β, a zatem prąd wirnika nie jest w fazie ze strumieniem, jak to przedstawiono na rys. 8.2. Wykres ten nie jest jednak jeszcze dokładny, gdyż nie uwzględniono w nim prądu strat w rdzeniu.

Moment silnika może być obliczony jako suma momentów działających na pręty wirnika znajdujące się pod biegunami. Moment średni jest równy połowie iloczynu momentu maksymalnego (wg rys. 8.2) i kosinusa kąta β. Moment maksymalny jest iloczynem promienia wirnika i siły działającej na pręty wirnika pod biegunami w chwili, gdy prąd i indukcja osiągają chwilowe wartości maksymalne. Siła działająca na jeden pręt jest iloczynem indukcji, długości pręta i prądu, który płynie w jednej gałęzi wirnika i jest połową pobieranego z sieci prądu I. Stąd moment maksymalny jest iloczynem następujących zestawionych kolejno składników:

— maksymalnego prądu płynącego w prętach wirnika $^1/_2 \sqrt{2}\, I$,
— indukcji maksymalnej B,
— czynnej długości prętów wirnika l,
— liczby prętów znajdujących się w polu biegunów $2\, z_2 \frac{b_i}{\tau}$,
— promienia wirnika $D/2$,
— kosinusa kąta β,

gdzie: b_i — idealna szerokość bieguna, τ — podziałka biegunowa, z_2 — liczba zwojów wirnika.

Moment średni wyraża się więc wzorem

$$M_{śr} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} I 2 z_2 \frac{b_i}{\tau} \frac{D}{2} B l \cos\beta$$

i po uporządkowaniu

$$M_{śr} = \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{b_i}{\tau} I z_2 B D l \cos\beta \tag{8.3}$$

Przy wyprowadzeniu powyższej zależności przyjęto, że silnik ma jedną parę biegunów ($p = 1$) oraz jedną parę gałęzi równoległych wirnika ($a = 1$).

W jednofazowym silniku szeregowym występują straty, wśród których należy uwzględnić:

— straty w uzwojeniach
— straty mechaniczne (łożyska, wentylacja, tarcie szczotek o komutator),
— straty transformacji w rdzeniu stojana i wirnika (przemagnesowywanie strumieniem o częstotliwości f_1),
— straty rotacji w rdzeniu wirnika (przemagnesowywanie wirnika z częstotliwością proporcjonalną do prędkości),
— straty w zezwojach komutujących,
— straty na rezystancji przejścia między szczotkami i komutatorem.

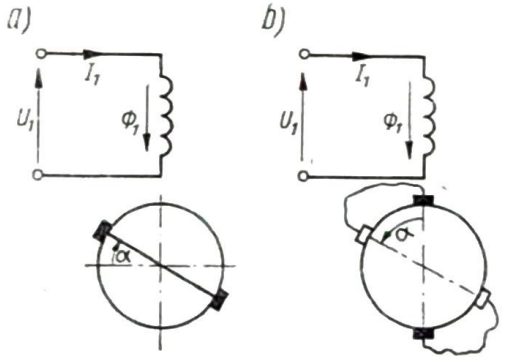
Regulacja prędkości obrotowej silnika szeregowego może być dokonywana przez włączanie szeregowo rezystancji lub przez zmianę liczby zwojów stojana.

Ponieważ komutator wprowadza zakłócenia radioelektryczne, stosuje się zwykle w silnikach szeregowych małych mocy filtry przeciwzakłóceniowe w postaci układów LC, włączonych na zaciski silnika. Poza tym zwykle wirnik włączony jest między obydwa uzwojenia biegunów stojana. W silnikach o mocy powyżej 500 W wykonuje się na biegunach uzwojenie kompensacyjne, którego zadaniem jest kompensacja poprzecznego oddziaływania wirnika (zniesienie strumienia Φ_p).

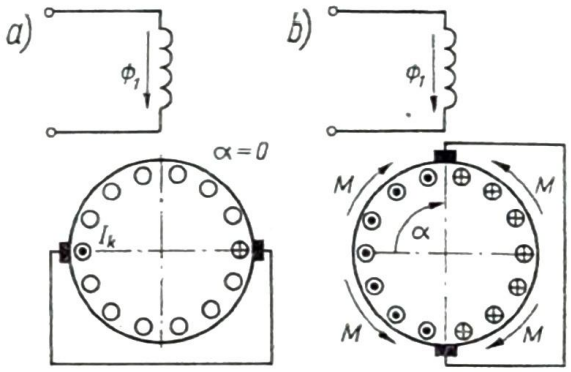
Silniki trakcyjne są maszynami dużej mocy (rzędu kilkuset kilowatów). Podstawowym problemem w tych maszynach jest zmniejszenie napięcia indukowanego w zezwojach zwartych przez szczotki. Napięcie to zależy od strumienia, liczby zwojów w zezwoju i od częstotliwości. Ponieważ wartość strumienia zależy od wartości mocy, zmniejsza się zwojność zezwojów (zwykle $z = 1$) oraz częstotliwość zasilania. W trakcji kolejowej stosuje się najczęściej częstotliwość zasilania $f = 16^2/_3$ Hz.

8.1.3. Silnik repulsyjny

Silnikiem repulsyjnym nazywamy silnik komutatorowy prądu przemiennego, którego stojan jest zasilany z sieci jednofazowej, a uzwojenie wirnika jest przyłączone do komutatora i zwarte za pośrednictwem szczotek. Istnieją dwie odmiany silników repulsyjnych (rys. 8.5): o pojedynczym układzie szczotek (typu Thomsona) i o podwójnym układzie szczotek (typu Deri). Rozruchu i regulacji prędkości silnika dokonuje się przez zmianę położenia szczotek.



Rys. 8.5. Silniki repulsyjne: a) o pojedynczym układzie szczotek (Thomsona); b) o podwójnym układzie szczotek (Deri)



Rys. 8.6. Położenie szczotek w silniku repulsyjnym: a) w stanie jałowym ($\alpha = 0$); b) w stanie zwarcia ($\alpha = \pi/2$)

Rozpatrzmy najpierw zachowanie się silnika o pojedynczym układzie szczotek w poszczególnych ich położeniach: $\alpha = 0$ i $\alpha = \pi/2$ (rys. 8.6). Gdy wirnik jest nieruchomy, indukuje się w nim tylko napięcie transformacji, którego maksymalna wartość występuje na wycinkach komutatora połączonych ze zwojami położonymi w osi pionowej.

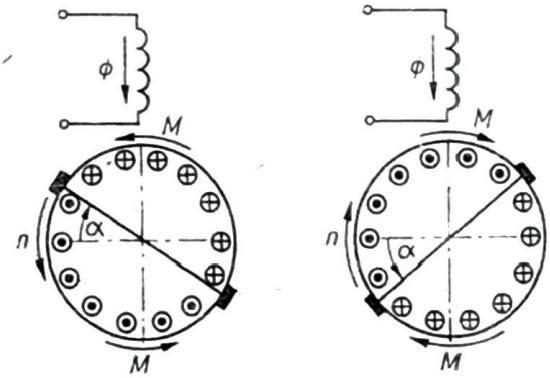
Przy $\alpha = 0$ między zwartymi wycinkami nie ma żadnego napięcia, a zatem w uzwojeniu wirnika nie płynie prąd.

Należy jednak zwrócić uwagę, że w zwojach zwartych przez szczotki indukuje się również napięcie transformacji, które powoduje przepływ prądu przez szczotki

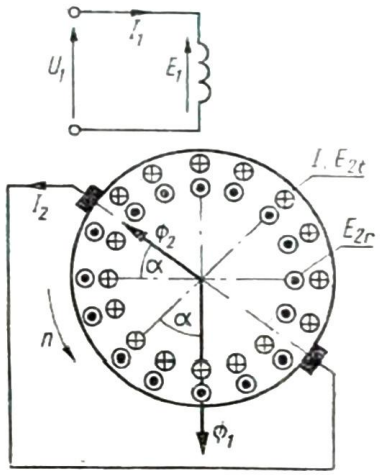
i zwarte zwoje; prąd ten może spowodować spalenie się uzwojeń. Przy $\alpha = 0$ moment obrotowy nie występuje. Jest to stan, który przez anologię z transformatorem można nazwać stanem jałowym.

Przy $\alpha = \pi/2$ zwarte szczotki znajdują się w miejscu, gdzie występuje maksymalne napięcie transformacji, zatem płynie w uzwojeniu prąd, jednak w polu magnetycznym wytworzonym przez prąd stojana prądy wirnika dają momenty wzajemnie znoszące się. Mimo, że po stronie wtórnej (w wirniku) płynie prąd, moc nie jest oddawana ($n = 0$), a więc można ten stan pracy uważać za stan zwarcia.

Jeżeli przy $n = 0$ szczotki przesunie się o kąt α (rys. 8.7), to indukujące się napięcie transformacji powoduje przepływ prądu wirnika, który wytwarza moment obrotowy skierowany zawsze przeciwnie do kierunku przesunięcia szczotek z położenia w stanie jałowym. Rozpatrzmy pracę silnika przy założeniu, że szczelina powietrzna jest równomierna wzdłuż całego obwodu wirnika.



Rys. 8.7. Związek między kierunkiem przesunięcia szczotek i kierunkiem momentu i prędkości silnika repulsyjnego



Rys. 8.8. Kierunki napięć, prądów i strumieni w stojanie i wirniku silnika repulsyjnego

W dowolnym położeniu szczotek (rys. 8.8) występują dwa główne strumienie magnetyczne: strumień Φ_1 — wytworzony przez prąd stojana i strumień Φ_2 — wytworzony przez prąd wirnika. Strumień Φ_1 działa w osi uzwojenia stojana, strumień wirnika jest skierowany zgodnie z osią szczotek. W stojanie indukuje się napięcie transformacji proporcjonalne do sumy rzutów Φ_{1t} obu strumieni na oś pionową

$$\Phi_{1t} = \Phi_1 - \Phi_2 \sin\alpha \tag{8.4}$$

W obracającym się wirniku indukują się dwa napięcia: transformacji i rotacji. Jeżeli uzwojenie wirnika traktować jako zastępczą cewkę o osi zgodnej z osią szczotek, to napięcie transformacji jest wywołane przez składową strumienia w osi szczotek Φ_{2t} a napięcie rotacji przez składową strumienia w osi prostopadłej do osi szczotek Φ_{2r}

$$\Phi_{2t} = \Phi_1 \sin\alpha - \Phi_2 \tag{8.5}$$

$$\Phi_{2r} = \Phi_1 \cos\alpha \tag{8.6}$$

Na rysunku 8.8 zaznaczono w zewnętrznych kółkach na wirniku kierunek prądu i napięcia transformacji, w kółkach wewnętrznych — kierunek napięcia rotacji. W obwodzie wirnika działa więc różnica geometryczna napięć transformacji i rotacji.

Bilans napięć stojana, z uwzględnieniem strumieni rozproszonych i rezystancji uzwojeń, można napisać w postaci

$$\underline{U}_1 = \underline{E}_1 + \mathrm{j}X_{s1}\underline{I}_1 + R_1\underline{I}_1 \tag{8.7}$$

gdzie

$$\underline{E}_1 = \mathrm{j}\frac{2\pi}{\sqrt{2}}\underline{\Phi}_{1t} f_1 w_1 k_{u1} \tag{8.8}$$

Bilans napięć wirnika wyraża zależność

$$\underline{E}_{2t} - \underline{E}_{2r} - \mathrm{j}X_{s2}\underline{I}_2 - R_2\underline{I}_2 = 0 \tag{8.9}$$

gdzie napięcie transformacji wirnika

$$\underline{E}_{2t} = \mathrm{j}\frac{2\pi}{\sqrt{2}}\underline{\Phi}_{2t} f_1 w_{2e} \tag{8.10}$$

przy czym w_{2e} jest to liczba zwojów zastępczej cewki wirnika. Ponieważ uzwojenie tworzy dwie gałęzie równoległe, a poza tym jest rozłożone na obwodzie wirnika, więc zastępczą liczbę zwojów otrzymamy mnożąc połowę rzeczywistej liczby zwojów przez współczynnik, który jest stosunkiem średnicy i połowy okręgu koła

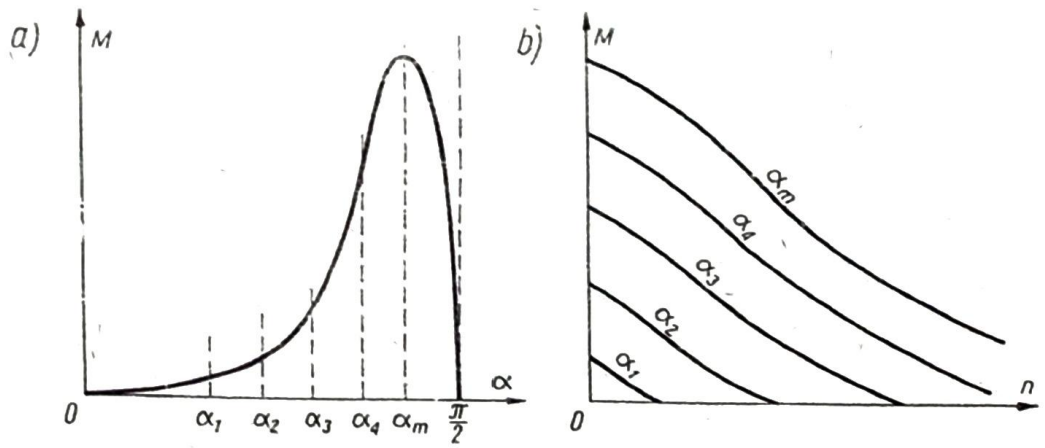
$$w_{2e} = \frac{1}{2}\frac{2}{\pi}w_2 = \frac{w_2}{\pi} \tag{8.11}$$

stąd

$$\underline{E}_{2t} = \mathrm{j}\sqrt{2}\underline{\Phi}_{2t} f_1 w_2 \tag{8.12}$$

Napięcie rotacji można wyrazić tak samo jak w maszynie prądu stałego przy czym strumień Φ_{2r} jest wartością maksymalną, zatem wartość skuteczna napięcia rotacji może być zapisana wzorem

$$\underline{E}_{2r} = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{N}{a}\frac{pn}{60}\underline{\Phi}_{2r} \tag{8.13}$$



Rys. 8.9. Charakterystyki silnika repulsyjnego: a) przebieg momentu rozruchowego w funkcji kąta α; b) charakterystyki mechaniczne

Ponieważ zwykle $a = 1$, $N = 2w_2$, więc

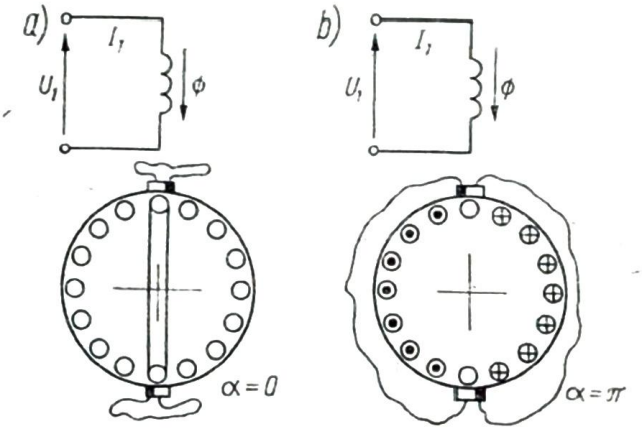
$$\underline{E}_{2r} = \sqrt{2} z_2 \frac{pn}{60} \underline{\Phi}_{2r} \tag{8.14}$$

Wyrażając strumienie Φ_1 i Φ_2 przez prądy I_1, I_2, można na podstawie przedstawionych zależności wyznaczyć prądy obu uzwojeń oraz moment w funkcji prędkości i kąta α.

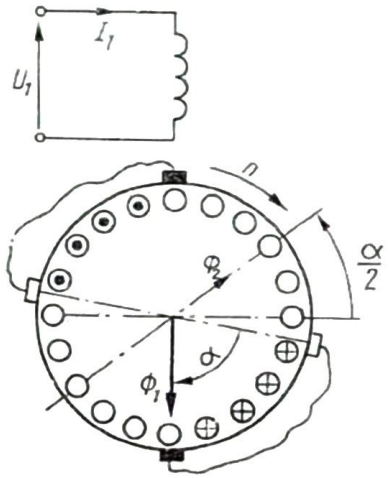
Przebieg momentu rozruchowego w funkcji kąta położenia szczotek i charakterystyki mechaniczne silnika repulsyjnego przedstawia rys. 8.9.

Przy teoretycznym określaniu własności ruchowych silnika trzeba uwzględnić prąd zezwojów zwartych przez szczotki, gdyż zezwoje te znajdują się w polu magnetycznym, a zatem działa na nie moment obrotowy, który silnie wpływa na przebieg charakterystyki mechanicznej.

Silnik repulsyjny typu Deri ma podobne własności ruchowe jak silnik Thomsona. Stan jałowy istnieje wówczas, gdy szczotki nieruchome i ruchome znajdują się na tych samych działkach komutatora, w osi uzwojenia stojana (rys. 8.10a). Mimo, że w wirniku indukuje się napięcie transformacji, to jednak prąd nie płynie, gdyż nie są połączone wycinki, między którymi jest napięcie. Prąd nie płynie również przez zwoje zwarte przez szczotki, gdyż zwoje te nie kojarzą się ze strumieniem, a więc nie indukuje się w nich napięcie. Jeżeli ruchome szczotki obróci się o kąt π (rys. 8.10b), to występuje stan zwarcia jak w silniku Thomsona.



Rys. 8.10. Położenie szczotek w silniku repulsyjnym typu Deri: a) w stanie jałowym ($\alpha = 0$); b) w stanie zwarcia ($\alpha = \pi$)



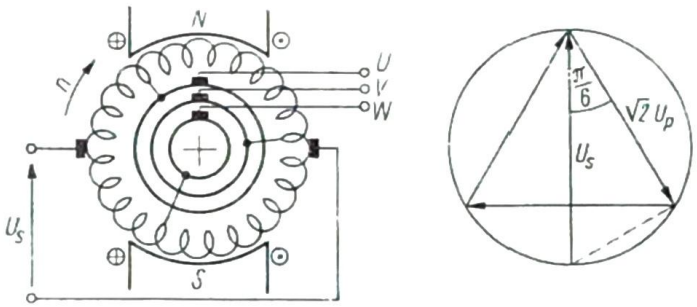
Rys. 8.11. Prądy i strumienie w silniku Deri

Gdy szczotki są przesunięte o kąt α względem ich położenia w stanie jałowym (rys. 8.11), napięcie transformacji wywołuje przepływ prądu I_2 w wirniku, wskutek czego pojawia się moment obrotowy, skierowany przeciwnie do kierunku przesunięcia szczotek. Ponieważ prąd płynie w wirniku tylko w części uzwojeń zawartej między zwartymi szczotkami, wirnik mniej się nagrzewa. Zakres zmiany kąta położenia szczotek od stanu jałowego do stanu zwarcia jest w silniku Deri dwukrotnie większy niż w silniku Thomsona, dzięki czemu uzyskuje się dokładniejszą regulację prędkości.

8.2. TRÓJFAZOWE MASZYNY KOMUTATOROWE PRĄDU PRZEMIENNEGO

8.2.1. Przetwornica jednowirnikowa

Rozpatrzymy działanie maszyny o budowie obwodu magnetycznego jak w maszynie prądu stałego, której uzwojenie wirnika jest połączone z komutatorem oraz — niezależnie od tego — trzy symetrycznie rozmieszczone punkty tego uzwojenia są połączone z trzema pierścieniami ślizgowymi (rys. 8.12).



Rys. 8.12. Przetwornica jednowirnikowa 3-fazowa — układ i wykres wskazowy

Maszyna wzbudzona, zasilana stałym napięciem od strony komutatora, pracuje jako silnik prądu stałego. W każdym zwoju indukuje się napięcie sinusoidalnie zmienne (przy założeniu sinusoidalnego rozkładu indukcji magnetycznej), a zatem na pierścieniach ślizgowych pojawi się sinusoidalnie zmienne napięcie skojarzone w trójkąt.

Na wykresie wskazowym silnika wielobok napięć na komutatorze przy dużej liczbie działek przybiera kształt okręgu, a napięcia na pierścieniach tworzą trójkąt równoboczny wpisany w ten okrąg.

Maszyna ta może więc być przetwornicą prądu stałego na przemienny. Wartość napięcia na pierścieniach zależy tylko od napięcia zasilającego wirnik od strony komutatora, natomiast częstotliwość napięcia przemiennego jest proporcjonalna do prędkości obrotowej, która jest funkcją napięcia zasilającego i prądu wzbudzającego.

Z reguły przetwornica pracuje przy zasilaniu od strony pierścieni napięciem trójfazowym. Prąd płynący w uzwojeniu wirnika ma częstotliwość f_1, zatem wytwarza pole magnetyczne, które względem wirnika obraca się z prędkością wg (4.2) $n_1 = 60f_1/p$.

Jeżeli maszyna jest wzbudzona, to pracuje tak jak silnik synchroniczny: wirnik wiruje z prędkością $n = n_1$, ponieważ jednak wiruje w przeciwną stronę niż pole względem uzwojenia, obydwa pola magnetyczne są względem siebie nieruchome. Napięcie na szczotkach ma stałą biegunowość. Maszyna ta przetwarza więc napięcie przemienne na stałe i nazywa się przetwornicą jednowirnikową, w odróżnieniu od przetwornicy dwuwirnikowej, składającej się z prądnicy prądu stałego i napędzającego ją silnika indukcyjnego lub synchronicznego.

Przy stałym napięciu przemiennym U_p określona jest wielkość trójkąta napięć (rys. 8.12), tym samym określony jest kształt wieloboku napięć. Można zatem napisać, że przy sinusoidalnym rozkładzie indukcji magnetycznej występuje stały związek między napięciami U_s i U_p

$$\sqrt{2}U_p = U_s \cos\frac{\pi}{6} \tag{8.15}$$

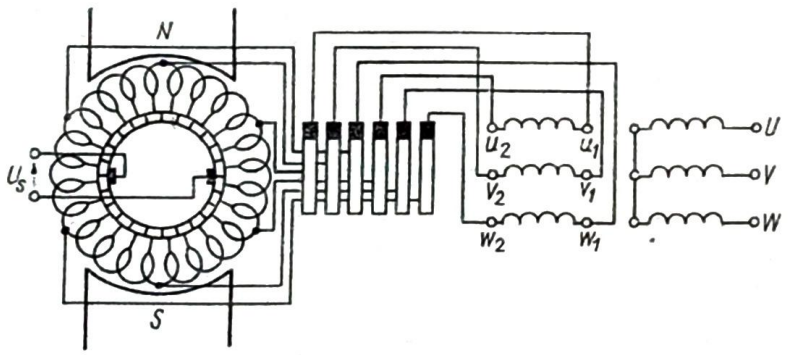
skąd

$$U_p = 0{,}612 U_s \tag{8.16}$$

Biorąc ściśle, zależność ta dotyczy nie napięć na zaciskach, lecz napięć indukowanych E_s i E_p, które różnią się od napięć U_s i U_p o spadki napięć na rezystancjach i reaktancjach uzwojeń.

Wartość prądu wzbudzającego nie ma wpływu ani na wartość napięcia, ani na prędkość obrotową, lecz tylko — tak jak w silniku synchronicznym — na wartość współczynnika mocy po stronie prądu przemiennego.

Przy obciążeniu przetwornicy prądem stałym w uzwojeniu wirnika płynie jednocześnie prąd stały i przemienny. Prąd stały w danym zwoju ma przebieg prostokątny, gdyż wartość prądu nie zmienia się tak długo, jak długo zwój ten znajduje się w jednej z gałęzi równoległych. Prąd przemienny w każdym zwoju ma sinusoidalny przebieg czasowy. Częstotliwość zmian obu prądów jest taka sama. Prądy te nakładając się na siebie, dają prąd wypadkowy, który w poszczególnych zezwojach ma różny przebieg czasowy. Okazuje się, że straty w miedzi, pochodzące od tego prądu wypadkowego, są w przetwornicy trójfazowej pracującej przy $\cos\varphi = 1$ o ponad 40% mniejsze, niż przy pracy maszyny jako prądnicy prądu stałego, obciążonej tą samą mocą. Jeszcze korzystniejszą zależność otrzymuje się w przetwornicy 6-fazowej, gdzie straty w miedzi wynoszą ok. 25% strat tej maszyny jako prądnicy prądu stałego, a w przetwornicy 12-fazowej — tylko ok. 20%. Z tych względów budowane są zwykle przetwornice 6-fazowe (rzadziej 12-fazowe).



Rys. 8.13. Układ połączeń przetwornicy jednowirnikowej 6-fazowej z transformatorem

Ponieważ dla uzyskania żądanej wartości napięcia stałego przetwornica musi mieć odpowiedni transformator, przetwornica 6-fazowa różni się od 3-fazowej tylko 6 pierścieniami i odmiennym sposobem połączenia transformatora po stronie wtórnej (rys. 8.13). Uzwojenie strony wtórnej nie jest tu skojarzone, gdyż nie jest

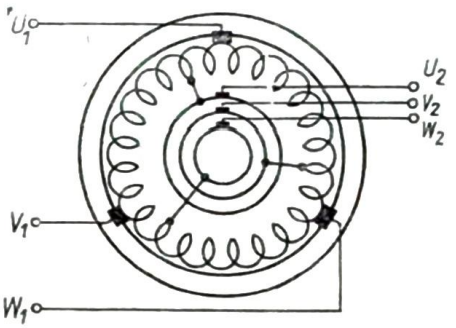
to potrzebne ze względu na przyłączenie go do obwodu wirnika. Między napięciami przetwornicy 6-fazowej zachodzi zależność:

$$U_p = 0{,}354 U_s \tag{8.17}$$

Rozruchu przetwornicy dokonuje się tak, jak silnika synchronicznego, przez napędzanie maszyny jako silnika prądu stałego i synchronizację (zwykle przez samosynchronizację). Regulacja napięcia U_s może być przeprowadzana przez zmianę napięcia U_p z transformatora regulacyjnego lub przez włączenie dławika między źródło zasilania i przetwornicę po stronie pierścieni i regulację prądu wzbudzającego. Zmiana wartości prądu przy zmianie prądu wzbudzającego (wg krzywych V) wywołuje spadki napięcia na dławiku, a tym samym zmianę napięcia na pierścieniach ślizgowych.

8.2.2. Przetwornica częstotliwości

Rozpatrywany w poprzednim punkcie model maszyny z komutatorem i pierścieniami na wirniku, lecz bez wzbudzenia (z cylindryczną budową stojana) może być wykorzystany jako przetwornica częstotliwości. Jeżeli od strony pierścieni zasila się



Rys. 8.14. Układ przetwornicy częstotliwości

maszynę napięciem trójfazowym o częstotliwości f_1 (rys. 8.14), to na trzech symetrycznie umieszczonych na wirniku szczotkach – jeżeli wirnik się nie obraca – wystąpi napięcie o tej samej częstotliwości, lecz przesunięte w fazie względem napięcia zasilającego o kąt zależny od ustawienia wirnika. Pole wiruje względem wirnika zawsze z prędkością obrotową $n_1 = 60f/p$.

Przy obracaniu wirnika (w dowolną stronę) z prędkością n pole wiruje względem nieruchomych szczotek z prędkością $n_1 = n$, a częstotliwość napięcia na szczotkach wynosi

$$f_2 = \frac{p(n_1 + n)}{60} \tag{8.18}$$

przy czym znak „+" odpowiada wirowaniu maszyny w kierunku zgodnym z kierunkiem wirowania pola.

Przetwarzanie częstotliwości może się dokonywać również przy zasilaniu wirnika od strony komutatora napięciem przemiennym o częstotliwości f_1. Wówczas pole wiruje ze stałą prędkością względem stojana i nieruchomych szczotek, a prędkość

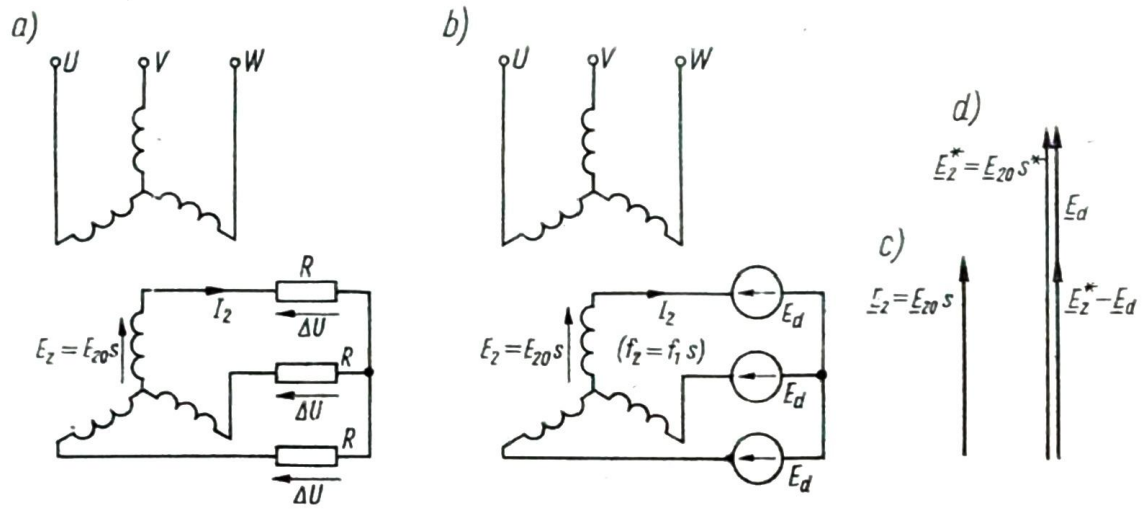
pola względem wirnika obracającego się z prędkością obrotową n, wynosi wg (5.4) $n_2 = n_1 - n$, a częstotliwość na pierścieniach ślizgowych

$$f_2 = \frac{p(n_1 - n)}{60} \tag{8.19}$$

Stojan przetwornicy częstotliwości ma kształt wykonanego z blach pierścienia. Zadaniem stojana jest jedynie zmniejszenie reluktancji na drodze strumienia wytworzonego przez prąd wirnika. Ponieważ na stojanie nie ma żadnych uzwojeń, nie działa też żaden moment obrotowy, napędzanie przetwornicy wymaga jedynie dostarczenia na wale momentu na pokonanie oporów tarcia i wentylacji.

8.2.3. Silnik trójfazowy bocznikowy

Regulacja prędkości obrotowej silnika indukcyjnego pierścieniowego polega na tym, że dla zmniejszenia prędkości włącza się w obwód wirnika rezystancję regulacyjną (rys. 8.15a). Jeśli silnik jest obciążony stałym momentem, to przez obwód



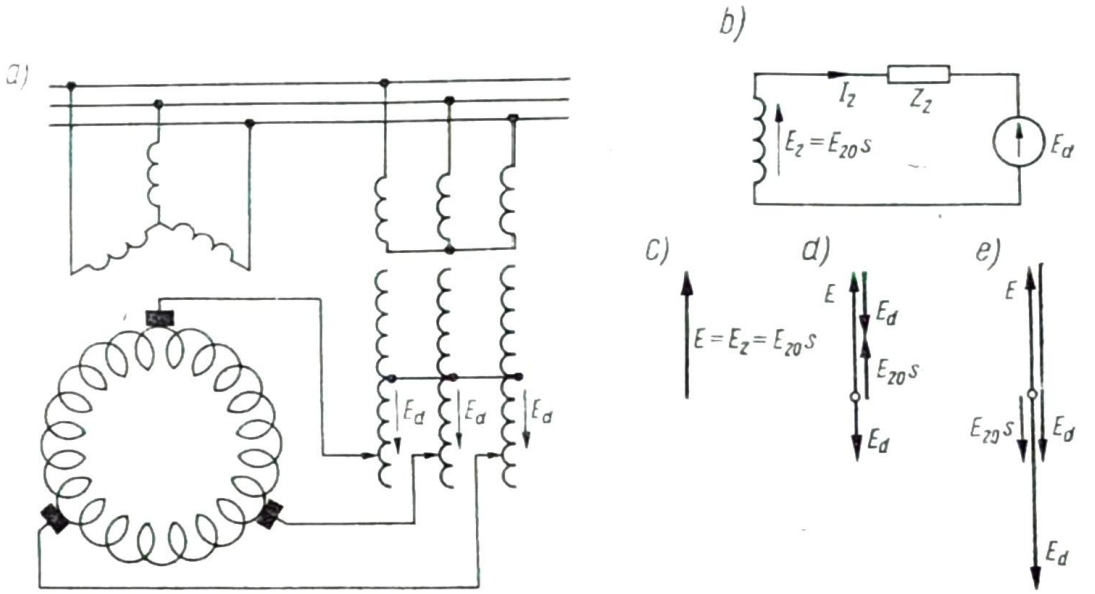
Rys. 8.15. Regulacja prędkości silnika indukcyjnego pierścieniowego: a) przez włączenie rezystancji w obwód wirnika; b) przez włączenie w obwód wirnika dodatkowego napięcia E_d; c) wykres wskazowy napięć przy $E_d = 0$; d) wykres wskazowy napięć przy $E_d \neq 0$

wirnika musi płynąć prąd o określonej wartości. Skoro więc została włączona dodatkowa rezystancja, to musi się zwiększyć napięcie indukowane w wirniku, a że $E_2 = E_{20}s$, więc musi się zwiększyć poślizg, a zatem prędkość zmaleje. Można też powiedzieć, że napięcie indukowane E_2 musi się zwiększyć o spadek napięcia ΔU, jaki powstaje na rezystancji włączonej dodatkowo w obwód wirnika.

Ten sam efekt uzyskalibyśmy, gdyby w obwód wirnika zostało włączone dodatkowe napięcie E_d o częstotliwości $f_2 = f_1 s$, występującej w obwodzie wirnika przy danym poślizgu (rys. 8.15b). Gdyby napięcie to było w fazie z napięciem $\underline{E}_2$, to prędkość zmniejszyłaby się, gdyż geometryczna różnica $\underline{E}_2^* - \underline{E}_d$ (rys. 8.15d) musiałaby być taka sama jak napięcie $\underline{E}_2 = \underline{E}_{20}\, s$ przed włączeniem napięcia $\underline{E}_d$ (rys. 8.15c). Włączenie dodatkowego napięcia $\underline{E}_d$ o zmieniającej się częstotliwości jest trudne do zrealizowania. Układ taki nie jest stosowany, mimo że umożliwiałby

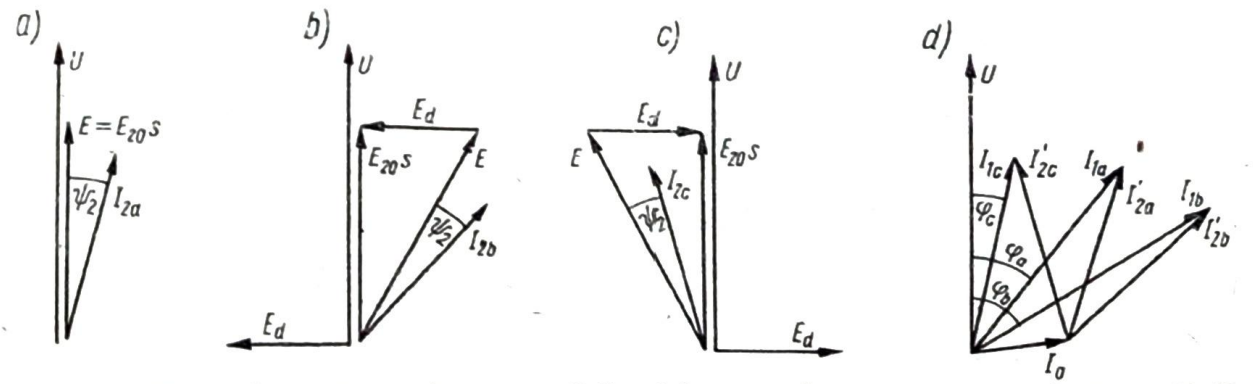
przynajmniej częściowe wykorzystanie mocy, traconej w zwykłym silniku na ciepło w rezystancji regulacyjnej.

Aby wykorzystać przedstawioną zasadę regulacji prędkości należy przede wszystkim zmienić częstotliwość w obwodzie wirnika. Można to uzyskać przez przyłączenie uzwojenia wirnika do komutatora, na którym są umieszczone szczotki (rys. 8.16a). Komutator ten odgrywa rolę przetwornicy częstotliwości — na szczotkach



Rys. 8.16. Silnik komutatorowy bocznikowy: a) układ połączeń; b) schemat zastępczy jednej fazy; c) wykres wskazowy napięć przy $E_d = 0$; d) wykres wskazowy przy regulacji prędkości w górę; e) wykres wskazowy przy prędkości nadsynchronicznej

pojawia się napięcie o częstotliwości sieci f_1, ponieważ pole wiruje względem nieruchomych szczotek z prędkością synchroniczną. Teraz w obwód wirnika można włączyć regulowane napięcie strony wtórnej transformatora zasilanego ze wspólnej sieci. Jeżeli uzwojenie transformatora jest wykonane tak, jak na rys. 8.16a, to można zmieniać nie tylko wartość, ale również fazę napięcia E_d. Przedstawiając bilans napięć jednej fazy (rys. 8.16b), można zilustrować stan pracy, gdy E_d jest obrócone o kąt π względem napięcia E. Przy $E_d = 0$ otrzymuje się $E = E_2 = E_{20}s$ (rys. 8.16c). Dla pewnej wartości E_d, obróconej o kąt π względem E, otrzymujemy mniejszą

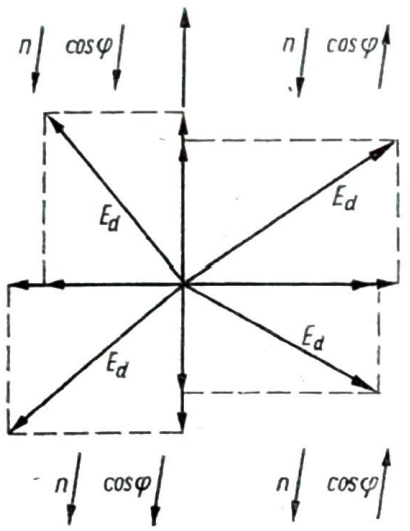


Rys. 8.17. Regulacja współczynnika mocy silnika 3-fazowego komutatorowego: a) $E_d = 0$, b) E_d przesunięte w przód o kąt $\pi/2$; c) E_d przesunięte wstecz o kąt $\pi/2$; d) zmiana kąta przesunięcia fazowego wg wykresów a), b), c)

wartość $E_{20}s$ (rys. 8.16d), czyli prędkość rośnie, jeżeli wartość E_d jest duża, to $E_{20}s$ zmienia znak, czyli prędkość staje się większa od synchronicznej.

Przedstawiony układ umożliwia regulację prędkości zarówno w dół jak w górę. Regulacja ta jest dość płynna i bardziej ekonomiczna niż w silniku pierścieniowym. Włączenie napięcia E_d o odpowiednim przesunięciu fazowym względem napięcia $E_{20}s$ daje możliwość zmiany współczynnika mocy silnika.

Jeżeli pominąć impedancję stojana przy $E_d = 0$, to napięcia $E_{20}s$ i U będą ze sobą w fazie (rys. 8.17a), prąd I_2 będzie opóźniony za napięciem $E_{20}s$ o kąt ψ_2, wynikający ze stosunku rezystancji i reaktancji obwodu wirnika. Jeżeli włączy się napięcie E_d (rys. 8.17b), wyprzedzające w fazie napięcie U, to napięcie $\underline{E} = \underline{E}_{20}s - \underline{E}_d$ jest opóźnione względem U o pewien kąt, a tym samym prąd I_2 jest opóźniony o większy kąt niż na wykresie 8.17a. Przy włączeniu napięcia E_d, opóźnionego względem U o kąt $\pi/2$, napięcie E i prąd I_2 obracają się w przód (rys. 8.17c). Uwzględniając prąd I_0 można wywnioskować, że zmiana fazy prądu I_2 daje zmianę współczynnika mocy, przy którym silnik pobiera moc z sieci (rys. 8.17d).

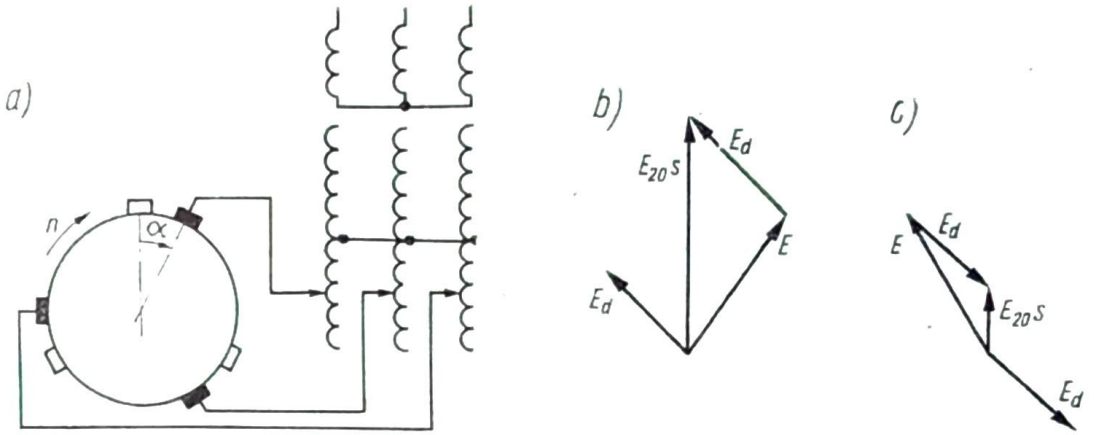


Rys. 8.18. Wpływ fazy składowych regulacyjnej i kompensacyjnej napięcia E_d na prędkość i współczynnik mocy silnika

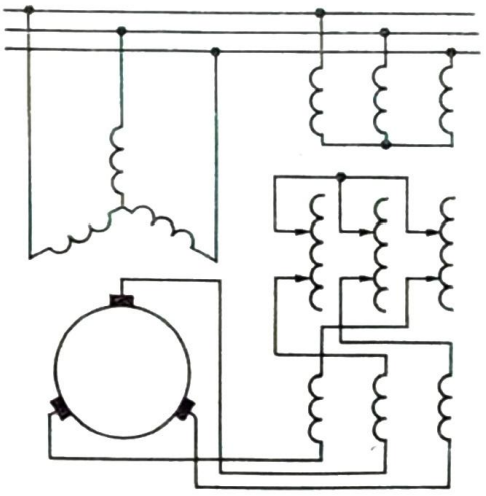
Dowolne napięcie E_d, włączone w obwód wirnika, można traktować jako sumę dwóch napięć: składowej regulacyjnej, która jest w fazie z napięciem U i składowej kompensacyjnej, przesuniętej o kąt $\pi/2$ względem U. Charakter zmiany prędkości i współczynnika mocy można ująć na jednym wykresie (rys. 8.18).

Składową kompensacyjną można wprowadzić, stosując specjalną konstrukcję transformatora lub przez odpowiednie ustawienie szczotek. Przesunięcie szczotek o pewien kąt powoduje zmianę fazy napięcia $E_{20}s$, względem napięcia U i będącego z nim w fazie napięcia E_d. Przesunięcie szczotek w kierunku wirowania pola powoduje opóźnienie fazy napięcia $E_{20}s$, a zatem pogorszenie współczynnika mocy przy regulacji prędkości w dół, natomiast poprawę — przy regulacji w górę (rys. 8.19). Przesunięcie szczotek wstecz w stosunku do kierunku prędkości obrotowej pola daje poprawę $\cos\varphi$ przy regulacji prędkości w dół, a pogorszenie przy regulacji w górę.

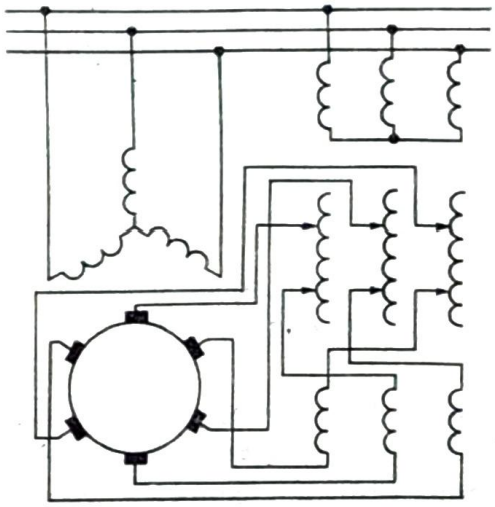
Bardziej korzystne jest wprowadzenie stałej składowej kompensacyjnej przez zasilanie wirnika z transformatora połączonego w zygzak (rys. 8.20). Zwykle



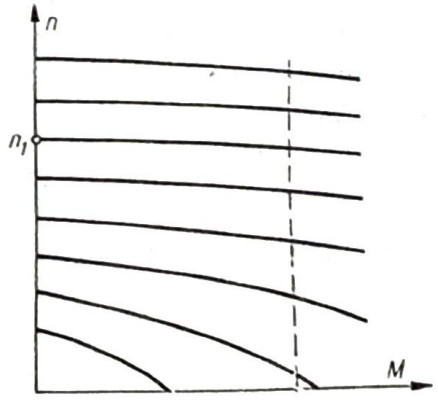
Rys. 8.19. Zmiana współczynnika mocy przez przesunięcie szczotek: a) schemat układu; b) wykres wskazowy napięć przez przesunięcie szczotek w kierunku prędkości pola przy regulacji prędkości w dół; c) przy regulacji prędkości w górę



Rys. 8.20. Zasilanie silnika 3-fazowego komutatorowego z transformatora o układzie połączeń w zygzak



Rys. 8.21. Silnik 3-fazowy bocznikowy o 6 szczotkach, zasilany z transformatora o układzie połączeń w zygzak



Rys. 8.22. Charakterystyki mechaniczne silnika 3-fazowego komutatorowego

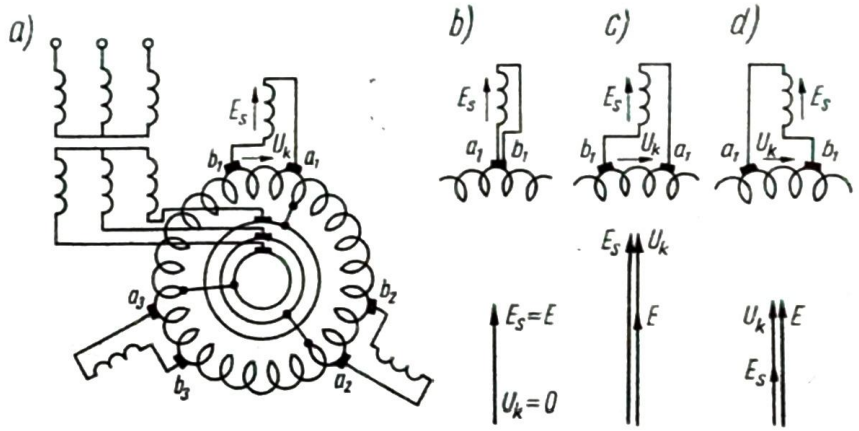
silnik ma 6 szczotek przyłączonych do strony wtórnej transformatora (co tworzy układ 6-fazowy rys. 8.21), gdyż daje to poprawę komutacji i sprawności silnika.

Niekiedy silnik jest zasilany z dwóch transformatorów: jeden z nich, pracujący jako autotransformator, daje składową regulacyjną, drugi, połączony w zygzak, wprowadza składową kompensacyjną.

Charakterystyki mechaniczne omawianego silnika tworzą rodzinę krzywych o przebiegu typowym dla silnika bocznikowego (rys. 8.22).

8.2.4. Silnik Schragego

Silnik komutatorowy trójfazowy bocznikowy, zasilany od strony wirnika, jest znany pod nazwą silnika Schragego. Uzwojenie wirnika przyłączone jest do komutatora i zasilane z sieci za pośrednictwem pierścieni ślizgowych (rys. 8.23). Na komutatorze



Rys. 8.23. Silnik Schragego: a) układ; b), c), d) obwód jednej fazy stojana i wykresy wskazowe napięć przy różnych położeniach szczotek

znajdują się dwa zespoły, zawierające po 3 sprzężone ze sobą mechanicznie szczotki. Mechanizm sprzężenia polega na tym, że gdy szczotki a_1, a_2, a_3 przesuwają się w jedną stronę, to jednocześnie szczotki b_1, b_2, b_3 przesuwają się w stronę przeciwną.

Na stojanie znajduje się trójfazowe uzwojenie o fazach nie połączonych ze sobą. Końce każdej fazy są przyłączone do dwóch szczotek, faza ta jest więc zasilana napięciem występującym na komutatorze między wycinkami, do których przylegają szczotki.

Prąd pobierany z sieci, płynący przez uzwojenie wirnika, wytwarza pole wirujące względem wirnika z prędkością synchroniczną n_1. Jeżeli wirnik jest nieruchomy, to pole wiruje również względem uzwojenia stojana z prędkością n_1 i indukuje w nim napięcie. Ponieważ obwód stojana jest zwarty przez komutator, płynie w nim prąd, który wytwarza moment obrotowy. Moment ten działa na stojan w kierunku prędkości, a ponieważ stojan jest przymocowany, więc wirnik zaczyna obracać się w kierunku przeciwnym do kierunku wirowania pola.

Przy dowolnej prędkości obrotowej n prędkość wirowania pola względem wirnika nie zmienia się natomiast w zględem stojana pole wiruje z prędkością wg (5.4) i (5.5)

$$n_s = n_1 - n = n_1 \frac{n_1 - n}{n_1} = n_1 s$$

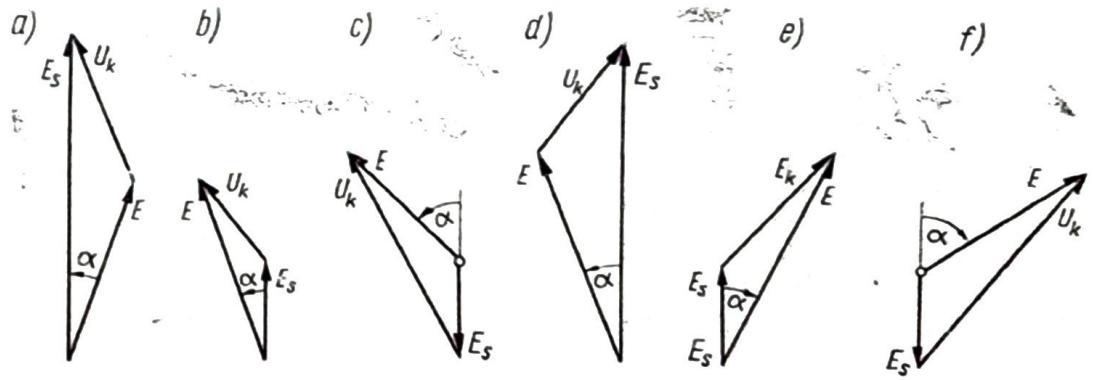
Częstotliwość f_s napięcia E_s indukowanego w uzwojeniach stojana wg (5.11) $f_s = f_1 s$, a wartość tego napięcia jest, jak w wirniku silnika indukcyjnego, funkcją poślizgu wg (5.12) $E_s = E_{20} s$.

Częstotliwość napięcia U_k na komutatorze wynosi również $f_1 s$, gdyż pole wiruje względem nieruchomych szczotek z prędkością $n_1 s$. Przy danym momencie obciążenia prędkość silnika zależy od położenia szczotek, a więc wartości i fazy napięcia U_k. Jeśli szczotki pokrywają się na komutatorze (rys. 8.23b), to obwód stojana jest zwarty i maszyna zachowuje się tak jak silnik indukcyjny klatkowy. Przy rozsunięciu szczotek (rys. 8.23c) w obwodzie działa napięcie $\underline{E} = \underline{E}_s - \underline{U}_k$, a zatem musi się zwiększyć wartość E_s aby napięcie E było takie samo jak poprzednio. Oznacza to, że poślizg musi wzrosnąć, czyli że prędkość się zmniejsza. Jeżeli zamieni się położenie szczotek na komutatorze (rys. 8.23d), to napięcie wypadkowe będzie sumą napięć E_s i U_k

$$E = E_s + U_k$$

a zatem napięcie indukowane w stojanie E_s musi się zmniejszyć, poślizg maleje i prędkość wzrasta. Przy dużej wartości U_k silnik może pracować przy prędkości większej od prędkości synchronicznej (przy poślizgu ujemnym).

Na rys. 8.23c, d przedstawiono stany pracy, gdy szczotki są tak ustawione, że napięcie U_k jest w fazie z napięciem E_s. Jeśli jednak szczotki zostaną przesunięte w inne miejsce na komutatorze, to napięcie U_k będzie przesunięte względem E_s w przód lub wstecz, a zatem również napięcie E może być przesunięte względem E_s w przód lub wstecz.



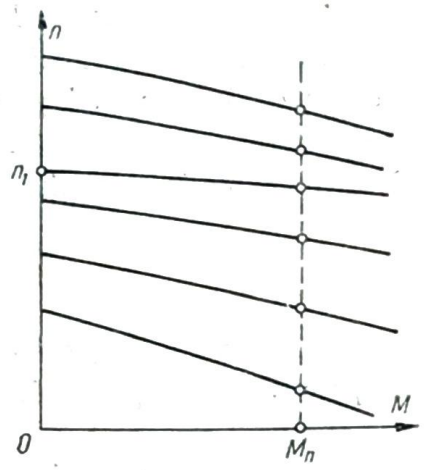
Rys. 8.24. Wykresy wskazowe napięć silnika Schragego, gdy napięcie U_k nie jest w fazie z napięciem E_s

Jeżeli U_k jest przesunięte w przód względem E_s (rys. 8.24b, c), to przy regulacji prędkości w dół otrzymujemy przesunięcie E wstecz, czyli pogorszenie współczynnika mocy (rys. 8.24a), natomiast przy regulacji prędkości w górę (rys. 8.24b, c) napięcie E jest względem E_s przesunięte w przód, a więc występuje poprawa współczynnika mocy.

Jeżeli szczotki są tak ustawione, że U_k jest opóźnione w fazie względem E_s, to przy regulacji w dół (rys. 8.24d) współczynnik mocy ulega poprawie, a przy regulacji w górę (rys. 8.24e, f) występuje pogorszenie cos φ. Na rys. 8.24e, f przedsta-

wiono wykresy wskazowe przy prędkości nadsynchronicznej, gdzie wystąpiła zmiana fazy napięcia E_s skutkiem zmiany znaku poślizgu.

Stała poprawa współczynnika mocy przy regulacji prędkości zarówno w górę, jak w dół byłaby możliwa, gdyby szczotki były przesuwane względem osi uzwojenia stojana niesymetrycznie, tzn. gdyby układ szczotek a_1, a_2, a_3 wykonywał odpowiednio większe przesunięcia niż układ szczotek b_1, b_2, b_3.



Rys. 8.25. Charakterystyki mechaniczne silnika Schragego

Charakterystyki mechaniczne silnika Schragego przebiegają jak w silniku bocznikowym (rys. 8.25). Najmniejszy spadek prędkości przy obciążeniu występuje przy $U_k = 0$, gdyż włączeniu dodatkowego napięcia U_k towarzyszy włączenie w obwód dodatkowych rezystancji (uzwojeń wirnika i szczotek) oraz reaktancji wirnika.

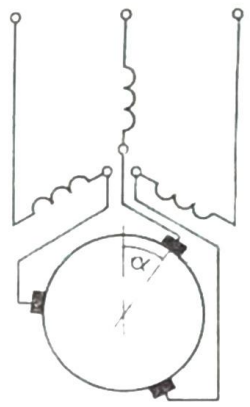
Ze względu na ograniczoną wartość napięcia międzywycinkowego i problemy komutacji stosuje się zwykle jedno z dwóch rozwiązań: albo zasila się obwód wirnika napięciem obniżonym przy użyciu specjalnego transformatora, albo wirnik ma dwa uzwojenia, z których jedno jest zasilane z sieci za pośrednictwem pierścieni ślizgowych, a drugie jest przyłączone do komutatora.

Wadą silnika Schragego jest duży ciężar i znaczny koszt (w porównaniu z silnikiem indukcyjnym lub prądu stałego tej samej mocy) oraz mniejsza pewność ruchu, natomiast zaletą płynna i wygodna regulacja prędkości obrotowej w szerokim zakresie. Sprawność silnika Schragego jest nieco mniejsza niż silnika indukcyjnego bez regulacji prędkości, ale znacznie większa niż silnika indukcyjnego o prędkości regulowanej przez włączenie rezystancji w obwód wirnika.

8.2.5. Silnik trójfazowy szeregowy

W szeregowym komutatorowym silniku trójfazowym uzwojenie stojana jest połączone w szereg z zasilanym przez szczotki uzwojeniem wirnika (rys. 8.26). Wszystkie trzy szczotki mogą być razem przesuwane w dowolnym kierunku. Przez oba uzwojenia płyną prądy, z których każdy wytwarza własne pole wirujące; przez zmianę położenia szczotek zmienia się kąt między osiami tych pól. Kąt α jest niezależny od tego, czy wirnik jest nieruchomy czy obraca się.

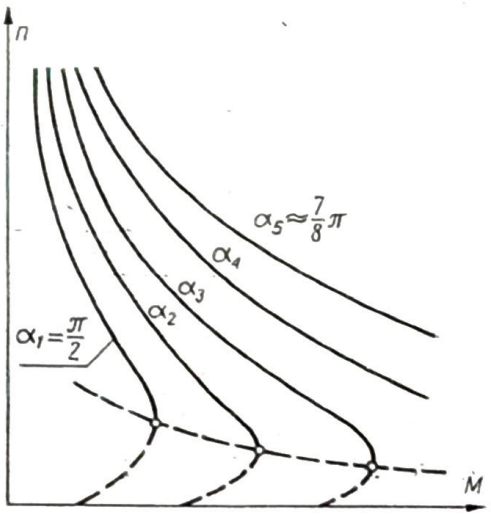
Jeżeli $\alpha = 0$, to pola nie oddziałują na siebie i moment jest równy zeru, a silnik pobiera tylko prąd stanu jałowego I_0. Jest to położenie rozruchu. Jeśli obróci



Rys. 8.26. Układ komutatorowego trójfazowego silnika szeregowego

się szczotki o kąt π, to oba strumienie są skierowane przeciwnie, strumień wypadkowy jest mały, napięcie indukowane małe, a prąd pobierany z sieci duży (jak w silniku indukcyjnym, ok. 4—6 razy większy od znamionowego). Jest to stan zwarcia. Silnik ma zwykle zabezpieczenie mechaniczne, uniemożliwiające osiągnięcie takiego położenia szczotek. W stanie zwarcia również nie występuje moment obrotowy.

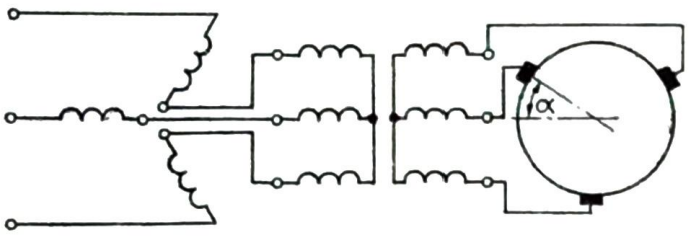
Przy przesunięciu szczotek z położenia rozruchowego o kąt α pojawia się moment obrotowy, proporcjonalny do iloczynu prądu stojana i wirnika oraz sinusa kąta α. Ponieważ prądy stojana i wirnika pozostają ze sobą w stałym stosunku (lecz nie są jednakowe, bo uzwojenie wirnika jest skojarzone w trójkąt), więc moment jest proporcjonalny do iloczynu kwadratu pobieranego prądu i sinusa kąta α.



Rys. 8.27. Charakterystyki mechaniczne komutatorowego silnika szeregowego

Przebieg momentu rozruchowego jest podobny jak w silniku repulsyjnym; maksymalna wartość momentu rozruchowego występuje przy kącie α wynoszącym ok. $^7/_8\ \pi$.

Charakterystyki mechaniczne (rys. 8.27) są podobne jak w silniku szeregowym prądu stałego. Przy niezbyt dużych kątach przesunięcia szczotek, a stosunkowo dużych momentach obciążenia praca silnika staje się niestabilna (linie przerywane) i silnik zatrzymuje się. W stanie jałowym wirnik wykazuje skłonność do rozbiegania się jak w silniku prądu stałego. Włączenie między stojan i wirnik transformatora

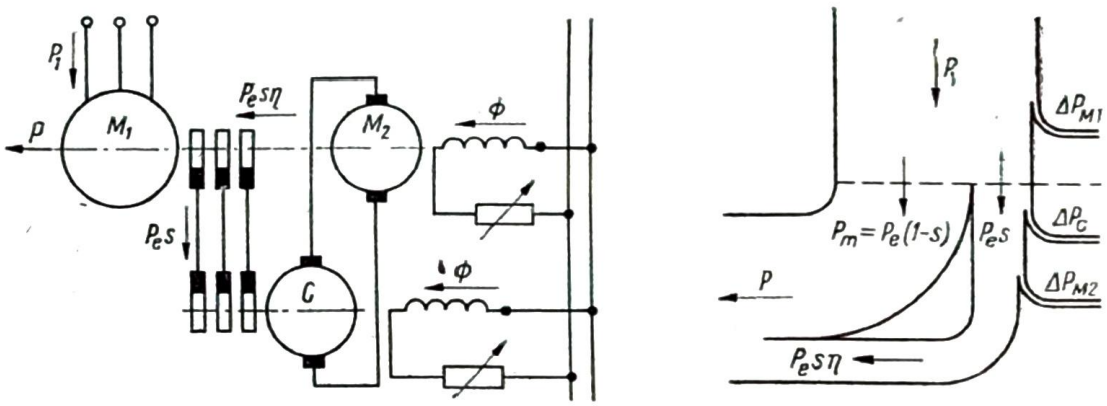


Rys. 8.28. Układ zasilania silnika szeregowego z transformatorem

obniżającego napięcie (rys. 8.28) poprawia komutację oraz rozszerza zakres pracy stabilnej, umożliwiając pracę przy małej prędkości i dużych momentach obciążenia i zapobiega rozbieganiu się wirnika w stanie jałowym.

8.3. UKŁADY KASKADOWE Z MASZYNAMI KOMUTATOROWYMI PRĄDU PRZEMIENNEGO

Trójfazowe maszyny komutatorowe prądu przemiennego wchodzą często w skład układów wielomaszynowych (zwanych kaskadami), służących do regulacji prędkości lub poprawy współczynnika mocy dużych maszyn indukcyjnych. Omówimy ogólnie niektóre spośród dużej liczby układów kaskadowych, stosowanych w napędach przemysłowych.



Rys. 8.29. Układ kaskadowy Kraemera na stałą moc i wykres rozpływu mocy w układzie

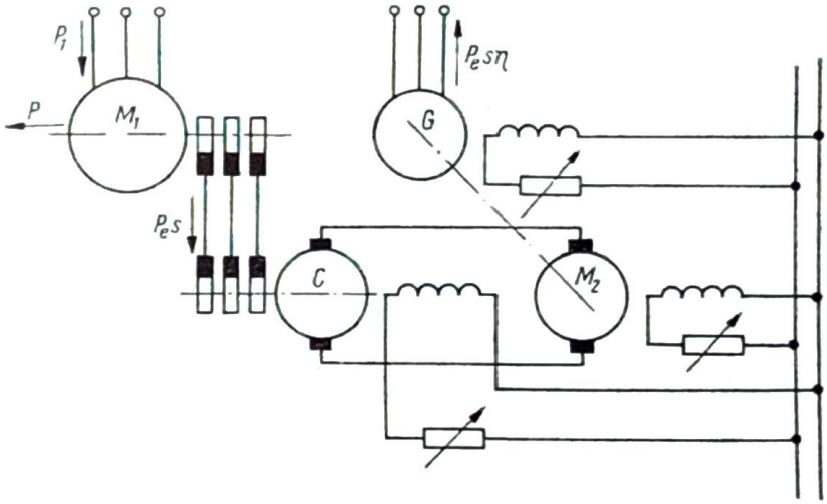
Układ Kraemera na stałą moc (rys. 8.29) składa się z silnika indukcyjnego pierścieniowego M_1, przetwornicy jednowirnikowej C i silnika prądu stałego M_2.

Jak wiadomo z rozdz. 5, moc pola wirującego silnika indukcyjnego zamienia się na moc mechaniczną $P_m = P_e(1-s)$ i moc poślizgu $P_e s$. W omawianym układzie moc poślizgu jest przetwarzana w przetwornicy jednowirnikowej na moc prądu stałego, zasilającego silnik obcowzbudny. Silnik ten jest zmontowany na wspólnym wale z silnikiem indukcyjnym, oddaje więc moc mechaniczną do mechanizmu napędzanego. Pomijając straty w przetwornicy i silniku prądu stałego można stwierdzić, że moc oddawana na wale jest niezależna od poślizgu.

Regulacji prędkości dokonuje się przez zmianę prądu wzbudzającego silnika prądu stałego. Regulacja prądu wzbudzającego przetwornicy umożliwia

poprawę współczynnika mocy silnika indukcyjnego. Układ Kraemera na stałą moc pracuje stabilnie dopiero przy poślizgach większych niż 0,05 ze względu na wartość napięcia zasilającego przetwornicę. Zakres regulacji poślizgu silnika indukcyjnego jest dość szeroki (zwykle od $s = 0{,}05$ do $s = 0{,}45$), regulacja jest płynna i bardziej ekonomiczna niż w silniku pierścieniowym o włączonej w obwód wirnika rezystancji.

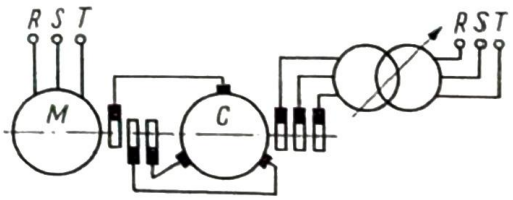
Moc silnika prądu stałego może być też przetworzona na moc elektryczną i zwrócona do sieci. Silnik prądu stałego zasilany przez przetwornicę jednowirnikową (rys. 8.30) napędza prądnicę prądu przemiennego G (synchroniczną lub indukcyjną).



Rys. 8.30. Układ kaskadowy Kraemera na stały moment

Regulacji prędkości dokonuje się również przez regulację prądu wzbudzającego silnika prądu stałego. Układ taki nosi nazwę układu Kraemera na stały moment.

Regulacji prędkości silnika indukcyjnego można też dokonać przez włączenie w obwód wirnika przetwornicy częstotliwości połączonej z siecią za po-



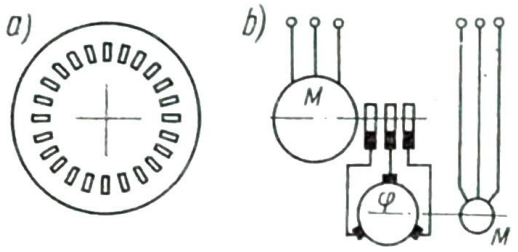
Rys. 8.31. Układ kaskadowy silnika indukcyjnego z przetwornicą częstotliwości

średnictwem transformatora regulacyjnego (rys. 8.31) i napędzanej przez silnik indukcyjny. Przy poślizgu s występuje na szczotkach przetwornicy napięcie o częstotliwości $f_1 s$, a więc pole wiruje względem nieruchomych szczotek przetwornicy z prędkością $n_1 s$. Ponieważ wirnik wiruje z prędkością $n_1(1-s)$ w stronę przeciwną niż pole względem szczotek, więc prędkość pola względem uzwojeń wynosi

$$n_p = n_1 s + n_1(1-s) = n_1 \tag{8.20}$$

a zatem na pierścieniach występuje częstotliwość f_1. Regulacja prędkości następuje przez zmianę przekładni transformatora, a poprawa współczynnika mocy przez odpowiednie ustawienie szczotek.

Do poprawy współczynnika mocy dużych silników indukcyjnych stosuje się niekiedy przesuwniki fazowe typu Leblanc-Scherbiusa, włączone w obwód wirnika. Przesuwnik fazowy Leblanc-Scherbiusa jest to maszyna, której uzwojenie wirnika jest połączone z komutatorem, a stojan nie ma żadnego uzwojenia. Aby zmniejszyć reluktancję dla strumienia wytworzonego przez prąd wirnika, maszyna nie ma szczeliny powietrznej. Obwód magnetyczny jest jednolity, z głęboko umieszczonymi żłobkami (rys. 8.32a).



Rys. 8.32. Przesuwnik fazowy Leblanca-Scherbiusa: a) obwód magnetyczny, b) układ kaskady

Po przyłączeniu przesuwnika do pierścieni silnika indukcyjnego pole magnetyczne wiruje w przesuwniku z prędkością $n_1 s$ względem nieruchomych szczotek. Wirnik przesuwnika jest napędzany przez oddzielny silnik w kierunku wirowania pola względem szczotek (rys. 8.32b).

Gdyby wirnik przesuwnika obracał się z tą samą prędkością co pole względem szczotek, to w jego uzwojeniu nie indukowałoby się żadne napięcie, ponieważ pręty uzwojenia nie przecinałyby linii pola. Przy prędkości obrotowej wirnika większej niż prędkość pola względem szczotek zmienia się faza napięcia w przesuwniku w stosunku do tego napięcia, jakie indukowałoby się przy nieruchomym wirniku. Strumień w przesuwniku jest w fazie z prądem jego uzwojenia, a napięcie indukujące się wyprzedza prąd o kąt $\pi/2$, dzięki czemu następuje poprawa współczynnika mocy.

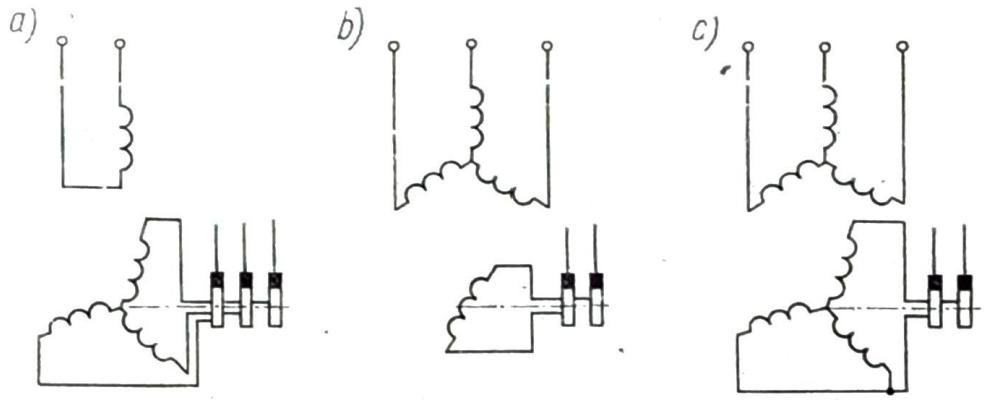
9. MASZYNY SPECJALNE

9.1. SELSYNY I URZĄDZENIA POKREWNE

9.1.1. Zasada budowy selsynów

Selsyny są maszynami elektrycznymi, które tworzą tzw. łącza, służące do sprzężenia na drodze elektrycznej dwóch lub większej liczby wałów nie sprzężonych ze sobą mechanicznie lub do przekształcenia mechanicznych przemieszczeń wałów na sygnał elektryczny.

Selsyny zaliczamy do maszyn indukcyjnych, mających jednofazowy obwód wzbudzenia i trójfazowy obwód synchronizacji. Uzwojenie wzbudzenia może być wykonane na stojanie, a uzwojenie synchronizacji na wirniku (rys. 9.1a) lub od-



Rys. 9.1. Układy selsynów: a) o uzwojeniu wzbudzenia na stojanie; b) o uzwojeniu wzbudzenia na wirniku; c) o uzwojeniu wzbudzenia wykonanym w postaci trzech faz

wrotnie (rys. 9.1b); w obu odmianach konstrukcyjnych selsyny wykazują takie same własności ruchowe, lecz różnią się liczbą pierścieni ślizgowych.

Trójfazowe uzwojenie synchronizacji jest umieszczone w żłobkach, jednofazowe uzwojenie wzbudzenia jest nawinięte jako skupione, na wystających biegunach lub jako rozłożone w żłobkach. Uzwojenie rozłożone w żłobkach jest często wykonane jako trójfazowe, przy czym dwie fazy są ze sobą zwarte, tworząc układ jednofazowy ze zwartym obwodem poprzecznym (rys. 9.1c).

Selsyny są z reguły maszynami o jednej parze biegunów. Obwody magnetyczne stojana i wirnika wykonane są z blach. Żłobki wirnika są skośne dla zmniej-

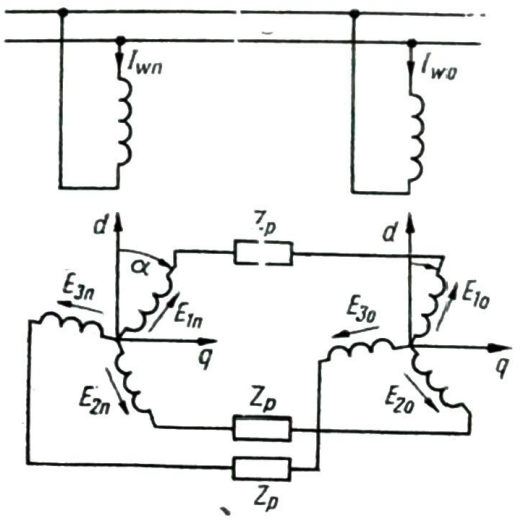
szenia wpływu wyższych harmonicznych żłobkowych pól magnetycznych na moment obrotowy lub na przebieg napięcia.

Oprócz selsynów z pierścieniami ślizgowymi stosuje się też specjalne konstrukcje selsynów bezstykowych.

9.1.2. Łącze selsynowe wskaźnikowe

Zwykłe łącze selsynowe wskaźnikowe składa się z dwóch selsynów; obwody wzbudzenia są zasilane z tej samej sieci prądu przemiennego, uzwojenia synchronizacji są ze sobą połączone.

W dowolnym stanie pracy wirniki są tak ustawione, że osie faz oznaczonych cyfrą 1 tworzą kąty α i β z osiami d, zgodnymi z osiami uzwojeń wzbudzenia (rys. 9.2). Jeden z selsynów nazywamy nadajnikiem (n), drugi odbiornikiem (o). Rozpatrywane łącze składa się z identycznych selsynów i nosi nazwę łącza symetrycznego.



Rys. 9.2. Układ łącza selsynowego wskaźnikowego

Podstawową charakterystyką łącza selsynowego jest zależność momentu obrotowego od położenia wirników obu selsynów. Dla uproszczenia rozważań przyjmujemy następujące założenia:

— pomijamy wyższe harmoniczne pól magnetycznych i przepływów,

— zakładamy liniowość charakterystyki magnesowania,

— pomijamy wpływ przepływu obwodu synchronizacji na wartość strumienia w osi podłużnej,

— pomijamy straty w rdzeniu,

— zakładamy, że selsyny mają budowę cylindryczną.

Napięcie indukowane w danej fazie obwodu synchronizacji ma wartość E_m, gdy oś tej fazy jest zgodna z osią uzwojenia wzbudzenia. W dowolnym położeniu wirników napięcia indukowane wyrażają się związkami

$$E_{1n} = E_m \cos\alpha$$

$$E_{2n} = E_m \cos\left(\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) \tag{9.1}$$

$$E_{3n} = E_m \cos\left(\alpha - \frac{2}{3}\pi\right)$$

$$E_{1o} = E_m \cos\beta$$

$$E_{2o} = E_m \cos\left(\beta + \frac{2}{3}\pi\right) \tag{9.2}$$

$$E_{3o} = E_m \cos\left(\beta - \frac{2}{3}\pi\right)$$

Przy założonej symetrii obwodu i stałej impedancji uzwojeń prądy w poszczególnych fazach zależą tylko od różnicy napięć w tych fazach

$$I_1 = \frac{E_{1n} - E_{1o}}{2Z_s + Z_p} = \frac{E_m}{2Z_s + Z_p}(\cos\alpha - \cos\beta) \tag{9.3}$$

$$I_2 = \frac{E_{2n} - E_{2o}}{2Z_s + Z_p} = \frac{E_m}{2Z_s + Z_p}\left[\cos\left(\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) - \cos\left(\beta + \frac{2}{3}\pi\right)\right] \tag{9.4}$$

$$I_3 = \frac{E_{3n} - E_{3o}}{2Z_s + Z_p} = \frac{E_m}{2Z_s + Z_p}\left[\cos\left(\alpha - \frac{2}{3}\pi\right) - \cos\left(\beta - \frac{2}{3}\pi\right)\right] \tag{9.5}$$

gdzie: Z_s — impedancja jednej fazy obwodu synchronizacji, Z_p — impedancja przewodu łączącego.

Oznaczając różnicę kątów α i β przez tzw. *kąt niezgodności* ϑ

$$\vartheta = \alpha - \beta \tag{9.6}$$

i korzystając z zależności

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

otrzymujemy wyrażenia na prądy

$$I_1 = -\frac{2E_m}{2Z_s + Z_p}\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\vartheta}{2} \tag{9.7}$$

$$I_2 = -\frac{2E_m}{2Z_s + Z_p}\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2} + \frac{2\pi}{3}\right)\sin\frac{\vartheta}{2} \tag{9.8}$$

$$I_3 = -\frac{2E_m}{2Z_s + Z_p}\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2} - \frac{2\pi}{3}\right)\sin\frac{\vartheta}{2} \tag{9.9}$$

Prądy płynące w nadajniku i odbiorniku wytwarzają przepływy Θ_n i Θ_o, które dla określenia momentu obrotowego wygodnie jest rozłożyć na dwie składowe: podłużne Θ_{nd} i Θ_{od} oraz poprzeczne Θ_{nq} i Θ_{oq}. Zgodnie z (4.52) przepływ przypadający na jeden biegun wyraża się zależnością $\Theta = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I \frac{w}{p} k_u$, a zatem przy $p = 1$ przepływ przypadający na obydwa bieguny wynosi $\Theta = \frac{4\sqrt{2}}{\pi} I w k_u$.

Całkowite przepływy podłużne i poprzeczne są sumami odpowiednich przepływów poszczególnych faz

$$\Theta_{nd} = \frac{4\sqrt{2}}{\pi} wk_u \left[I_1 \cos\alpha + I_2 \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) + I_3 \cos\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right)\right] \tag{9.10}$$

$$\Theta_{od} = \frac{4\sqrt{2}}{\pi} wk_u \left[I_1 \cos\beta + I_2 \cos\left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right) + I_3 \cos\left(\beta - \frac{2\pi}{3}\right)\right] \tag{9.11}$$

$$\Theta_{nq} = \frac{4\sqrt{2}}{\pi} wk_u \left[I_1 \sin\alpha + I_2 \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) + I_3 \sin\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right)\right] \tag{9.12}$$

$$\Theta_{oq} = \frac{4\sqrt{2}}{\pi} wk_u \left[I_1 \sin\beta + I_2 \sin\left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right) + I_3 \sin\left(\beta - \frac{2\pi}{3}\right)\right] \tag{9.13}$$

Podstawiając zależności na prądy otrzymujemy

$$\Theta_{nd} = \frac{1}{2}\Theta_m(1-\cos\vartheta) \tag{9.14}$$

$$\Theta_{od} = \frac{1}{2}\Theta_m(1-\cos\vartheta) \tag{9.15}$$

$$\Theta_{nq} = -\frac{1}{2}\Theta_m \sin\vartheta \tag{9.16}$$

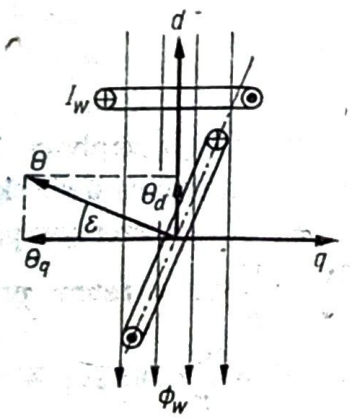
$$\Theta_{oq} = \frac{1}{2}\Theta_m \sin\vartheta \tag{9.17}$$

gdzie

$$\Theta_m = \frac{12\sqrt{2}}{\pi} \frac{E_m}{2Z_s + Z_p} wk_u \tag{9.18}$$

Całkowity przepływ nadajnika i odbiornika wyraża się zależnością

$$\Theta_n = \Theta_o = \sqrt{\Theta_d^2 + \Theta_q^2} = \Theta_m \sin\frac{\vartheta}{2} \tag{9.19}$$



Rys. 9.3. Model zastępczy selsynu w łączu wskaźnikowym

a kąt ε między osią q i osią przepływu całkowitego jest równy połowie kąta niezgodności (rys. 9.3), gdyż

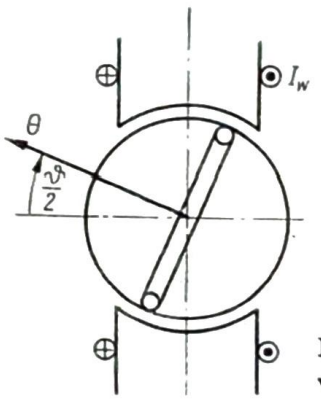
$$\sin\varepsilon = \frac{\Theta_{nd}}{\Theta_n} = \frac{1-\cos\vartheta}{2\sin\frac{\vartheta}{2}} = \frac{2\sin^2\frac{\vartheta}{2}}{2\sin\frac{\vartheta}{2}} = \sin\frac{\vartheta}{2} \tag{9.20}$$

Każdy z selsynów można więc przedstawić w postaci modelu zastępczego o jednofazowym uzwojeniu na wirniku, przy czym kąt między osią tego uzwojenia i osią poprzeczną jest równy połowie kąta niezgodności, a wartość przepływu selsyna jest określona wzorem (9.19).

Przy założeniu, że strumień podłużny jest stały, moment działający na każdy z selsynów zależy liniowo od przepływu poprzecznego, a więc jest proporcjonalny do sinusa kąta niezgodności

$$M = M_m \sin\vartheta \tag{9.21}$$

przy czym moment działa na każdy z selsynów w takim kierunku, by zmniejszyć kąt niezgodności.



Rys. 9.4. Model zastępczy selsynu jawnobiegunowego w łączu wskaźnikowym

Jeżeli selsyn ma budowę jawnobiegunową, to wygodnie jest określić moment, wychodząc z energii pola magnetycznego układu złożonego z uzwojenia wzbudzenia i zastępczej cewki obwodu synchronizacji (rys. 9.4), przez którą płynie taki prąd I, że przy liczbie zwojów w daje przepływ Θ_n, bądź Θ_o. Energię pola magnetycznego określa związek

$$W_p = \frac{1}{2}L_{11}I_w^2 + L_{12}I_wI + \frac{1}{2}L_{22}I^2 \tag{9.22}$$

a moment obrotowy

$$M = \frac{dW_p}{d\vartheta} \tag{9.23}$$

Przyjmując dla uproszczenia, że prąd I_w ma wartość stałą, niezależną od kąta ϑ, oraz wyrażając L_{12}, L_{22} i I przez kąt niezgodności

$$L_{12} = L_{12m}\sin\frac{\vartheta}{2} \tag{9.24}$$

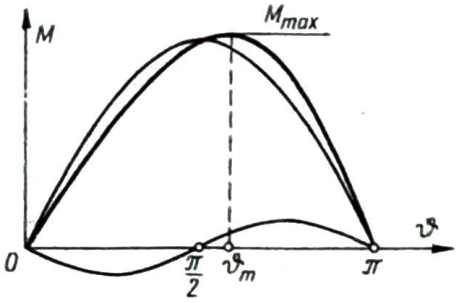
$$L_{22} = \frac{L_d + L_q}{2} - \frac{L_d - L_q}{2} \cos \vartheta \tag{9.25}$$

$$I = I_m \sin \frac{\vartheta}{2} \tag{9.26}$$

otrzymujemy

$$M = \frac{dW_p}{d\vartheta} = \left(\frac{1}{2} L_{12m} I_w I_m + \frac{L_d}{4} I_m \right) \sin \vartheta - \frac{L_d - L_q}{4} I_m \sin 2\vartheta \tag{9.27}$$

Moment obrotowy selsynów jawnobiegunowych ma więc dwie składowe: składową podstawową i składową reluktancyjną (rys. 9.5), przy czym składowa reluktancyjna zmniejsza wartość momentu przy małych kątach niezgodności oraz sprawia, że maksymalna wartość momentu występuje przy kącie większym niż $\pi/2$.



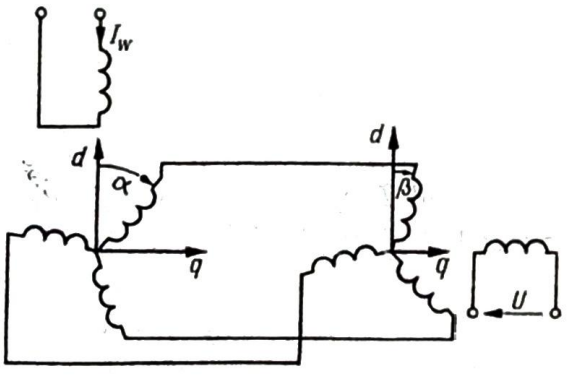
Rys. 9.5. Charakterystyka mechaniczna łącza wskaźnikowego selsynów jawnobiegunowych

Podstawowym parametrem łącza jest — prócz momentu maksymalnego, zwanego obciążalnością — również tzw. sztywność łącza, definiowana jako tangens kąta γ nachylenia charakterystyki mechanicznej przy $\vartheta = 0$ (rys. 9.5), bądź jako wartość momentu przy jednostkowym kącie niezgodności $\vartheta = 1°$. Sztywność tzw. *charakterystyczna* odnosi się do selsynów identycznej budowy.

Rezystancja przewodów łączących uzwojenia synchronizacji wpływa na wartość momentu łącza. Włączenie indukcyjności w obwód synchronizacji daje zwiększenie sztywności łącza.

9.1.3. Łącze selsynowe transformatorowe

Zadaniem łącza selsynowego transformatorowego jest przekształcenie kąta obrotu wału na sygnał elektryczny. Z sieci prądu przemiennego zasilane jest tylko uzwojenie wzbudzenia nadajnika (rys. 9.6), obwody synchronizacji są ze sobą połączone.



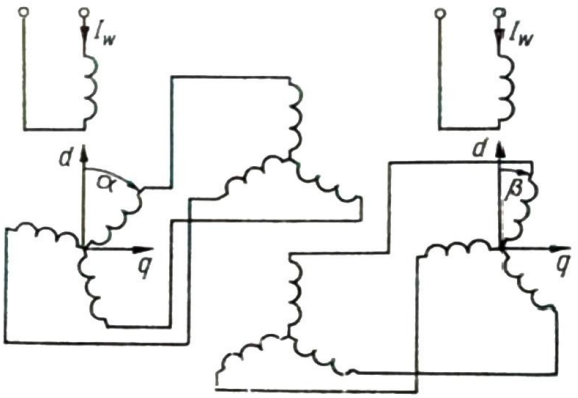
Rys. 9.6. Układ łącza selsynowego transformatorowego

Napięcie indukujące się w uzwojeniu jednofazowym odbiornika jest zależne od kąta wychylenia nadajnika lub odbiornika od położenia wyjściowego; ponieważ z reguły żąda się w przybliżeniu liniowego przebiegu napięcia przy małych kątach niezgodności, więc uzwojenie jednofazowe odbiornika (zwane uzwojeniem roboczym) znajduje się w osi q.

Analiza pracy układu, prowadzona podobnie jak dla łącza wskaźnikowego, prowadzi do wniosku, że przepływ poprzeczny odbiornika Θ_q jest proporcjonalny do sinusa kąta niezgodności, a zatem napięcie indukowane w uzwojeniu roboczym jest proporcjonalne do sinusa kąta $\vartheta = \alpha - \beta$. Zależność ta ulega pewnej zmianie, jeżeli uzwojenie robocze jest obciążane prądem.

9.1.4. Łącze selsynowe różnicowe

Łącze selsynowe, zwane różnicowym, składa się co najmniej z trzech selsynów (rys. 9.7).



Rys. 9.7. Układ łącza selsynowego różnicowego

Dwa selsyny (nadajniki) mają budowę normalną, trzeci selsyn (tzw. różnicowy) ma trójfazowe uzwojenie na stojanie i na wirniku. Uzwojenia wzbudzenia nadajników są zasilane ze wspólnej sieci prądu przemiennego, obwody synchronizacji są połączone z selsynem różnicowym.

Napięcia indukujące się w obwodach synchronizacji nadajników powodują przepływ prądów, które wytwarzają w selsynie różnicowym dwa przepływy o osiach przesuniętych względem siebie o kąt, będący różnicą kątów położenia nadajników. Na selsyn różnicowy, który spełnia tu rolę odbiornika, działa więc moment proporcjonalny do $\sin(\alpha - \beta)$, wirnik tego selsynu obraca się o kąt $\alpha - \beta$. Przy skrzyżowaniu dowolnych dwóch przewodów obwodu synchronizacji otrzymuje się moment proporcjonalny do sinusa sumy kątów α i β.

Układ może też pracować w taki sposób, że jeden z selsynów normalnej budowy i selsyn różnicowy są nadajnikami, natomiast odbiornikiem jest drugi z selsynów normalnej budowy. Łącza różnicowe umożliwiają dokonanie sumowania lub odejmowania kątów kilku nie sprzężonych ze sobą mechanicznie wałów przez odpowiednie szeregowe łączenie selsynów różnicowych.

Łącza różnicowe mogą też pracować jako transformatorowe. W tym przypadku jeden z selsynów normalnej budowy staje się odbiornikiem, jego uzwojenie wzbudzenia nie jest włączone do sieci, lecz odgrywa rolę uzwojenia roboczego.

9.1.5. Łącze wielokrotne, niesymetryczne i dwutorowe

Łączem wielokrotnym nazywa się układ kilku selsynów o równolegle połączonych obwodach synchronizacji, gdzie jeden selsyn jest nadajnikiem, a pozostałe odbiornikami. Nadajnik jest w tym przypadku odpowiednio większy, gdyż jego obwód synchronizacji jest obciążony sumą prądów wszystkich odbiorników. Jeżeli sztywność charakterystyczna nadajnika wynosi S_n a odbiorników S_o, to w łączu wielokrotnym zawierającym k odbiorników sztywność nadajnika wynosi

$$S_{wn} = \frac{2kS_oS_n}{S_n + kS_o} \tag{9.28}$$

a każdego odbiornika

$$S_{wo} = \frac{2S_oS_n}{S_n + kS_o} \tag{9.29}$$

Korzystne jest takie dobranie selsynów, aby sztywność charakterystyczna nadajnika była k razy większa od sztywności charakterystycznej każdego odbiornika $S_n = kS_o$, gdyż wówczas otrzymuje się $S_{wn} = S_n$, $S_{wo} = S_o$ i każdy z selsynów ma taki moment i prądy, jak w zwykłym łączu wskaźnikowym.

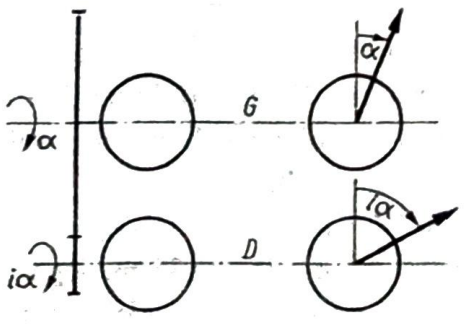
Łącze nazywa się niesymetrycznym, gdy współpracujące selsyny nie są identyczne. Jeżeli łącze wskaźnikowe jest utworzone z selsynów o sztywnościach S_n i S_o, to z (9.28) i (9.29) otrzymujemy dla $k = 1$, że obydwa selsyny wykazują w łączu niesymetrycznym tę samą sztywność, określoną związkiem

$$S_{ns} = \frac{2S_oS_n}{S_n + S_o} \tag{9.30}$$

o wartości pośredniej między sztywnością S_n i S_o.

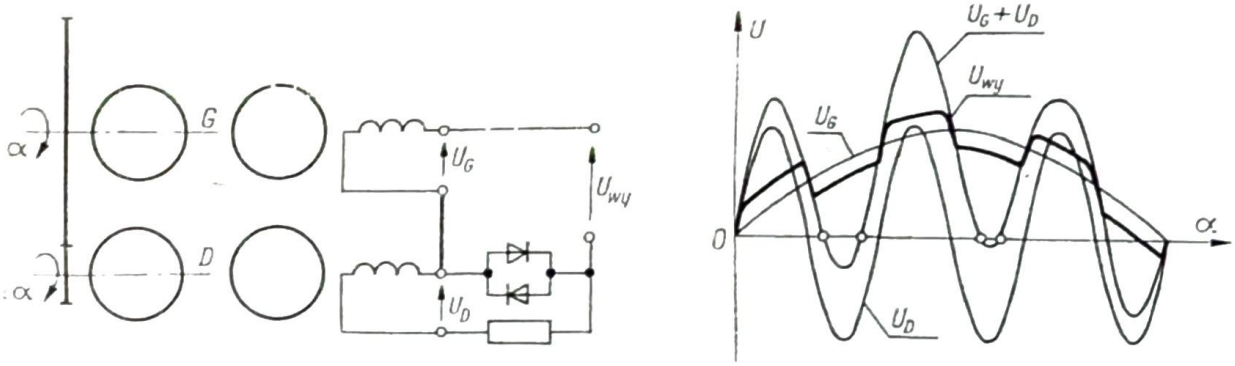
Łącze dwutorowe, wskaźnikowe lub transformatorowe, stosuje się niekiedy dla zwiększenia dokładności przekazywania położenia kątowego i zmniejszenia uchybów łączy.

Jeżeli w łączu wskaźnikowym jeden z nadajników będzie umieszczony bezpośrednio na wale wejściowym, obracającym się o kąt α, a drugi będzie sprzężony z tym wałem za pośrednictwem przekładni zębatej (o przełożeniu i), to wirniki odbiorników obrócą się odpowiednio o kąty α oraz $i\alpha$ (rys. 9.8).



Rys. 9.8. Łącze wskaźnikowe dwutorowe (schemat ideowy)

W ten sposób, np. przy $i = 10$, jeden wskaźnik daje pełny obrót na jeden obrót wału wejściowego, a drugi wskazuje dziesiąte części obrotu, zwiększając tym samym dokładność odczytu. Otrzymuje się tor przekazywania zgrubnego (G) i dokładnego (D). Przekazywanie kąta tylko przez tor przekazywania dokładnego stwarza możliwość powstania błędnej informacji, gdyż np. przy $\alpha = \frac{2\pi}{10}$ odbiornik pokazuje położenie zerowe.



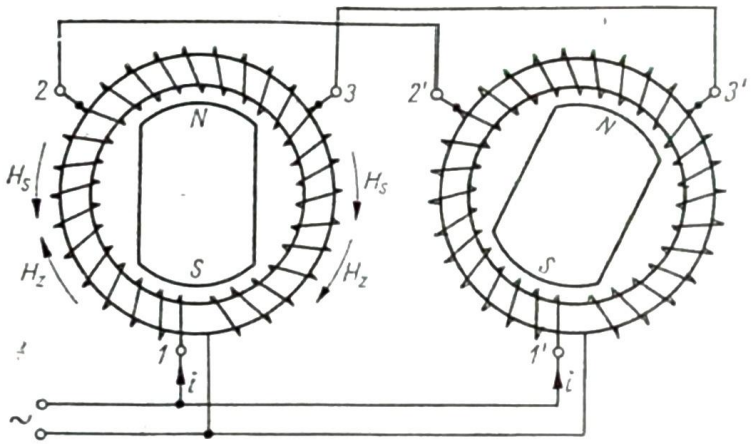
Rys. 9.9. Łącze transformatorowe dwutorowe — schemat ideowy i przebiegi wartości skutecznych napięć U_G, U_D, U_G+U_D i U_{wy} w funkcji kąta α

Łącze dwutorowe transformatororowe (rys. 9.9) składa się również z torów przekazywania zgrubnego i dokładnego. Każdy z selsynów odbiorników daje napięcie zmieniające się sinusoidalnie w funkcji kąta α, jednak jednej sinusoidzie napięcia U_G odpowiada i sinusoid napięcia U_D. Napięcie U_D, a także suma napięć U_G+U_D, dają zerowe wartości napięć w kilku punktach w zakresie od 0 do π (tzw. pozorne zera), stwarzając tym samym możliwość błędnego sterowania. Aby wyeliminować pozorne zera uzwojenie robocze toru dokładnego jest zbocznikowane układem przeciwsobnym prostowników ograniczających wartość napięcia U_D, przez co krzywa napięcia $U_{wy} = f(\alpha)$ nie przecina osi poziomej, zachowując dużą stromość przy małych kątach α. Poprawia to znacznie czułość układu.

9.1.6. Łącze magnesynowe

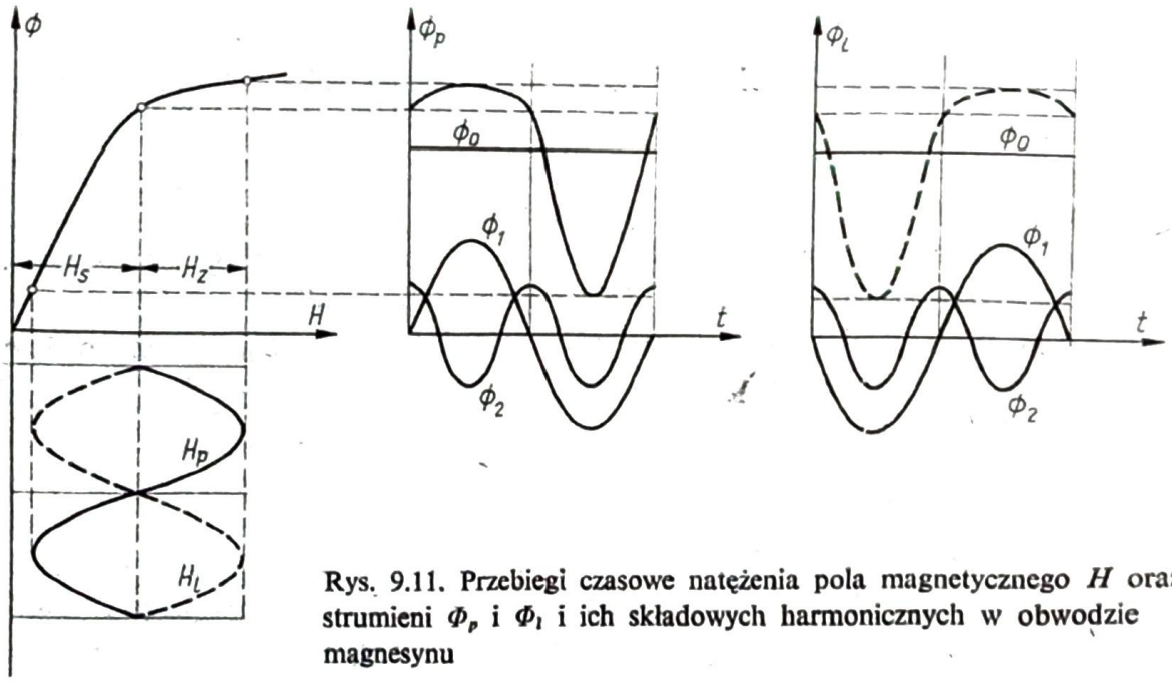
Uzwojenie magnesynu ma kształt toroidu z umieszczonym wewnątrz magnesem trwałym (rys. 9.10). Para magnesynów tworzy łącze, w którym uzwojenia toroidów są zasilane z jednofazowej sieci prądu przemiennego. Połączone są również po dwa, symetrycznie rozmieszczone punkty na obwodach toroidów. Warunkiem pracy łącza jest silne nasycenie obwodu magnetycznego toroidu. Jeżeli w uzwojeniu płynie prąd o przebiegu sinusoidalnym, to w każdej gałęzi toroidu natężenie pola magnetycznego jest sumą natężenia H_s, pochodzącego od magnesu trwałego i H_z, od przepływu prądu.

W ciągu jednego okresu zmienności prądu strumienie Φ_p i Φ_l w prawej, i lewej gałęzi toroidu mają przebiegi odkształcone (rys. 9.11). Poza strumieniem stałym Φ_0 i podstawową harmoniczną Φ_1 występuje w nich także wyraźna druga harmoniczna Φ_2. W uzwojeniach indukuje się więc napięcie podstawowej i drugiej harmonicznej. Jeżeli wirniki obu magnesynów znajdują się w identycznym położeniu,



Rys. 9.10. Układ łącza magnesynowego

to między punktami *2—2'* i *3—3'* nie ma żadnego napięcia, bo rozkład strumieni i napięć jest jednakowy w obu uzwojeniach. Jeżeli jednak jeden z magnesów jest obrócony o pewien kąt, to rozkład napięć drugiej harmonicznej jest w obu toroidach różny. W obwodach *2—2'*, *3—3'* i *1—1'* płyną prądy o częstotliwości $2f$ i wytwarzają moment, działający na każdy z wirników w kierunku likwidacji kąta niezgodności.

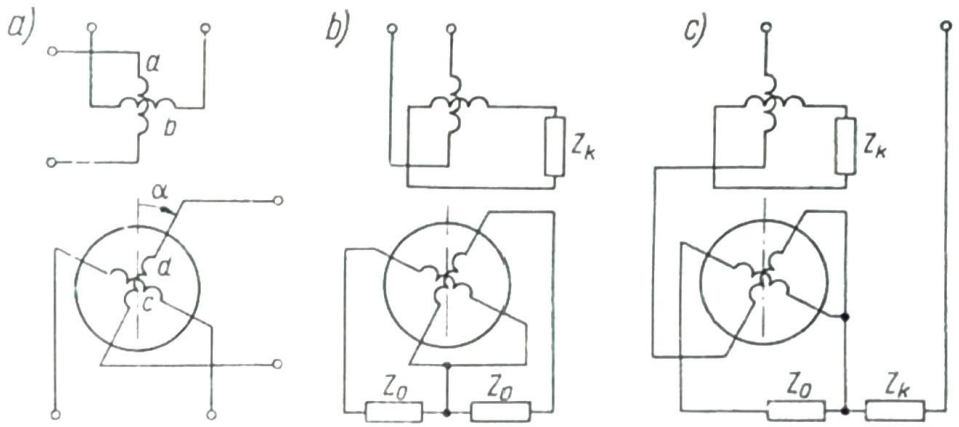


Rys. 9.11. Przebiegi czasowe natężenia pola magnetycznego H oraz strumieni Φ_p i Φ_l i ich składowych harmonicznych w obwodzie magnesynu

Łącze magnesynowe ma podobne własności jak łącze selsynowe wskaźnikowe. Nie ma w nim jednak pierścieni ślizgowych, dzięki czemu może pracować w pomieszczeniach zagrożonych wybuchem łatwopalnych par i gazów, co stanowi jego zaletę.

9.1.7. Transformatory położenia kątowego

Transformatory położenia kątowego (zwane też selsynami przelicznikowymi) są to pokrewne selsynom specjalne maszyny elektryczne, których zadaniem jest możliwie dokładne modelowanie funkcji trygonometrycznych, rozwiązywanie określonych



Rys. 9.12. Transformatory położenia kątowego: a) schemat uzwojeń; b) transformator sinusowo-kosinusowy z kompensacją pierwotną i wtórną; c) transformator liniowy

funkcji jednego lub kilku argumentów lub wykonywanie niektórych operacji matematycznych w drodze elektrycznej.

Transformator położenia kątowego ma na stojanie i na wirniku po dwa uzwojenia umieszczone względem siebie pod kątem prostym (rys. 9.12a). Jeżeli zasila się jedno z uzwojeń stojana (np. *a*), to napięcia indukowane w uzwojeniach wirnika są zależne od kąta α

$$E_c = E_m \sin\alpha \tag{9.31}$$

$$E_d = E_m \cos\alpha \tag{9.32}$$

Jeżeli jednak uzwojenia te obciąży się impedancją odbiornika Z_0, to płynący w tych uzwojeniach prąd wywołuje oddziaływanie obwodu wirnika i napięcia robocze wyrażają się następująco

$$U_c = E_m \frac{\sin\alpha}{c_1 + c_2 \cos^2\alpha} \tag{9.33}$$

$$U_d = E_m \frac{\cos\alpha}{c_1 + c_2 \sin^2\alpha} \tag{9.34}$$

gdzie stałe c_1 i c_2 są funkcjami impedancji uzwojenia i obciążenia oraz częstotliwości napięcia i liczby zwojów wirnika.

Oddziaływanie obwodu wirnika można wyeliminować przez odpowiedni układ połączeń uzwojeń wirnika (kompensacja wtórna) lub stojana (kompensacja pierwotna), albo obu tych sposobów łącznie (rys. 9.12b). Można również uzyskać liniową zależność napięcia od kąta α w szerokim zakresie zmienności tego kąta w układzie połączeń jak na rys. 9.12c.

Stosuje się również wiele innych sposobów łączenia transformatorów położenia kątowego dla różnych funkcji kąta α, jakich wymaga się na wyjściu. Układy kaskadowe transformatorów położenia kątowego umożliwiają dokonywanie mnożenia, dzielenia, pierwiastkowania i innych operacji matematycznych na wielkościach podanych w postaci napięć zasilających poszczególne obwody.

9.2. PRĄDNICE TACHOMETRYCZNE

Prądnice tachometryczne są maszynami elektrycznymi, których zadaniem jest przetwarzanie prędkości obrotowej na sygnał elektryczny. Sygnał ten może być wykorzystany do pomiaru prędkości obrotowej albo może być doprowadzony do wejścia regulatora lub sprzężeń zwrotnych w układach regulacji. Napięcie robocze prądnicy tachometrycznej powinno być proporcjonalne do prędkości obrotowej. Prądnice tachometryczne różnią się rodzajem sygnału na wyjściu: może on być stałoprądowy lub zmiennoprądowy.

W prądnicy o wyjściu stałoprądowym zmiana kierunku wirowania powoduje zmianę biegunowości napięcia roboczego, w prądnicy zmiennoprądowej zmiana kierunku wirowania powoduje zmianę fazy napięcia roboczego.

Podstawowymi kryteriami doboru i oceny jakości prądnicy tachometrycznej są:

— liniowość charakterystyki zewnętrznej $U = f(n)$,

— stromość charakterystyki i możliwość zmiąny jej pochylenia,

— zakres pomiaru prędkości obrotowej,

— kształt krzywej napięcia roboczego, przy czym pożądane jest napięcie stałe lub sinusoidalne o określonej częstotliwości,

— stałość charakterystyki (np. niezależność od temperatury),

— własności mechaniczne (moment bezwładności, gabaryt, prosta konstrukcja, cichobieżność, pewność ruchu, brak części zużywających się, jak np. szczotki, komutatory itp.).

Najczęściej stosowane są trzy podstawowe odmiany prądnic tachometrycznych: prądu stałego, dwufazowe i synchroniczne.

9.2.1. Prądnice tachometryczne prądu stałego

Prądnice tachometryczne prądu stałego są to maszyny małej mocy z trwałymi magnesami lub obcym wzbudzeniem. Konstrukcja ich, podobna do konstrukcji dużych maszyn prądu stałego, powinna jednak zapewniać zmniejszenie pulsacji napięcia spowodowanej istnieniem żłobków i komutatora.

Prądnice tachometryczne z magnesami trwałymi, mało czułe na zmiany temperatury, wykazują wrażliwość na wstrząsy, a trwałe magnesy podlegają procesowi starzenia.

W prądnicach o obcym wzbudzeniu zmiana nachylenia charakterystyki może być uzyskana przez zmianę prądu wzbudzającego. W stanie jałowym napięcie robocze prądnicy określa zależność wg (7.20) $E = c_E \Phi n = Cn$.

Przy obciążeniu rezystancją zewnętrzną R_z występuje spadek napięcia na rezystancji wirnika i przejściu między szczotką i komutatorem wg (7.42) $U = E - IR_a = Cn - \frac{U}{R_z} R_a$.

Napięcie U wyraża się stąd wzorem

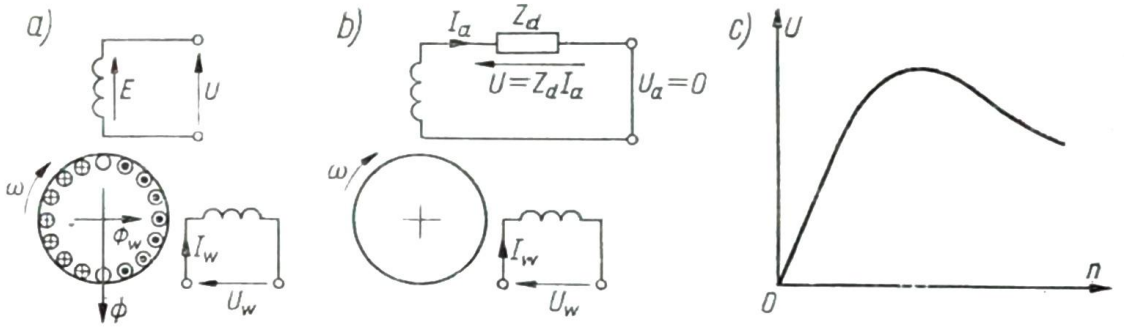
$$U = \frac{R_z}{R_a + R_z} Cn \tag{9.35}$$

Sztywność charakterystyki zewnętrznej zależy więc od rezystancji obciążenia.

Dla zmniejszenia pulsacji stosuje się niekiedy konstrukcje bezżłobkowe prądnic tachometrycznych.

9.2.2. Prądnica tachometryczna dwufazowa

Dwufazowa prądnica tachometryczna (zwana czasem indukcyjną) jest zbudowana podobnie jak silnik dwufazowy. Na stojanie znajdują się dwa uzwojenia umieszczone pod kątem elektrycznym $\pi/2$ (rys. 9.13a), wirnik jest wykonany z reguły w postaci



Rys. 9.13. Prądnica tachometryczna dwufazowa: a) zasada budowy; b) układ w stanie obciążenia; c) charakterystyka zewnętrzna

kubka wirującego w szczelinie między stojanem zewnętrznym i wewnętrznym (por. rys. 5.51). Uzwojenia stojana mogą być umieszczone na stojanie zewnętrznym lub wewnętrznym. Niekiedy jedno z uzwojeń jest ułożone w żłobkach stojana zewnętrznego, a drugie wewnętrznego. Umożliwia to dokładne ustawienie uzwojeń względem siebie, aby przy nieruchomym wirniku strumień wytworzony przez prąd jednego uzwojenia nie sprzęgał się z drugim.

Jedno z uzwojeń, zwane uzwojeniem wzbudzenia, jest zasilane z sieci prądu przemiennego o częstotliwości f, drugie jest uzwojeniem roboczym.

Przy nieruchomym wirniku pole pulsujące, wytworzone przez prąd wzbudzający nie kojarzy się z uzwojeniem roboczym, więc nie indukuje w nim żadnego napięcia. Gdy wirnik obraca się, pole pulsujące indukuje w nim napięcie rotacji, pod wpływem którego płynie prąd i pojawia się strumień kojarzący się z uzwojeniem roboczym, wskutek czego w uzwojeniu tym indukuje się napięcie. Ma ono tę samą częstotliwość co napięcie wzbudzenia.

Napięcie robocze jest przesunięte w fazie o pewien kąt względem napięcia wzbudzenia, przy czym zmiana kierunku prędkości powoduje zmianę fazy napięcia roboczego o kąt π. W niektórych układach konieczne jest, aby kąt przesunięcia fazowego między napięciem wzbudzenia i roboczym (uchyb fazowy) był jak najmniejszy. W tym celu stosuje się specjalne układy kompensacyjne; można też tak dobrać wymiary i materiał wirnika, aby w pewnym zakresie otrzymać zgodność napięcia roboczego i wzbudzenia.

Własności ruchowe prądnicy tachometrycznej dwufazowej można łatwo określić na podstawie wyprowadzonych w rozdz. 5.6 równań dotyczących silnika dwufazowego. Aby uzyskać ogólną zależność odnoszącą się do stanu obciążenia

prądnicy impedancją $\underline{Z}_d$ wystarczy przyjąć, że $\underline{U}_a = 0$ i $\underline{Z}_c = 0$, a wówczas spadek napięcia na impedancji $\underline{Z}_d$ jest napięciem roboczym prądnicy (rys. 9.13b).

Z (5.202) i (5.203) otrzymujemy wyrażenia na prądy składowe symetryczne

$$\underline{I}_{a1} = \frac{\mathrm{j}\underline{U}'_b(\underline{Z}_d+\underline{Z}_2)}{(\underline{Z}_d+\underline{Z}_1)\underline{Z}_2+(\underline{Z}_d+\underline{Z}_2)\underline{Z}_1} \tag{9.36}$$

$$\underline{I}_{a2} = \frac{-\mathrm{j}\underline{U}'_b(\underline{Z}_d+\underline{Z}_1)}{(\underline{Z}_d+\underline{Z}_1)\underline{Z}_2+(\underline{Z}_d+\underline{Z}_2)\underline{Z}_1} \tag{9.37}$$

skąd prąd I_a obwodu obciążenia określimy wzorem

$$\underline{I}_a = \underline{I}_{a1}+\underline{I}_{a2} = \frac{\mathrm{j}\underline{U}'_b(\underline{Z}_2-\underline{Z}_1)}{(\underline{Z}_d+\underline{Z}_1)\underline{Z}_2+(\underline{Z}_d+\underline{Z}_2)\underline{Z}_1} \tag{9.38}$$

a napięcie robocze

$$\underline{U} = \underline{Z}_d\underline{I}_a = \mathrm{j}\underline{U}'_b\underline{Z}_d\frac{\underline{Z}_2-\underline{Z}_1}{(\underline{Z}_d+\underline{Z}_1)\underline{Z}_2+(\underline{Z}_d+\underline{Z}_2)\underline{Z}_1} \tag{9.39}$$

Wyrażając impedancje $\underline{Z}_1$ i $\underline{Z}_2$ przez prędkość i parametry układu zastępczego maszyny dwufazowej, otrzymujemy

$$\underline{U} = \underline{U}_b\frac{n}{\frac{\underline{A}}{\underline{Z}_d}+\underline{B}+\left(\frac{\underline{E}}{\underline{Z}_d}+\underline{D}\right)n^2} \tag{9.40}$$

gdzie stałe $\underline{A}$, $\underline{B}$, $\underline{E}$ i $\underline{D}$ są funkcjami parametrów układu zastępczego. Dla stanu jałowego zależność ta sprowadza się do postaci

$$\underline{U}_0 = \underline{U}_b\frac{n}{\underline{B}+\underline{D}n^2} \tag{9.41}$$

Jak widać z powyższych wzorów, napięcie robocze, nie jest liniową funkcją prędkości; charakterystyka $U = \mathrm{f}(n)$ wykazuje przy małych prędkościach przebieg zbliżony do liniowego, lecz przy dużych prędkościach napięcia osiąga wartość ekstremalną, a następnie zmniejsza się (rys. 9.13c). Zwykle jednak w zakresie stosowanych prędkości można przyjąć, że charakterystyka prądnicy ma przebieg liniowy.

Prądnica tachometryczna dwufazowa ma w porównaniu z prądnicą prądu stałego szereg zalet:

— jest maszyną bezstykową, dzięki czemu nie występują zakłócenia wynikające z działania komutatora i styku ślizgowego,

— odznacza się cichobieżnością,

— ma bardzo małą bezwładność,

— umożliwia zmiany nachylenia charakterystyki zewnętrznej $U = \mathrm{f}(n)$ przez zmianę napięcia wzbudzenia.

Gdy prądnica tachometryczna jest sprzężona mechanicznie z silnikiem wykonawczym, powinna mieć również właściwość samohamowności, tzn. nie powinna w żadnym zakresie rozwijać momentu napędzającego.

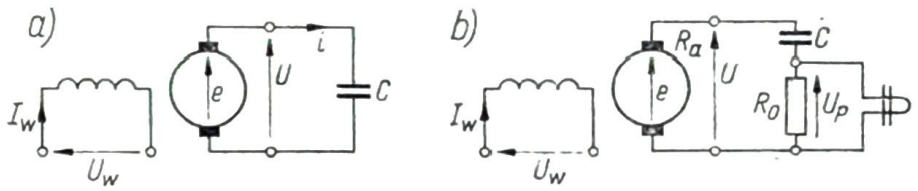
9.2.3. Prądnica tachometryczna synchroniczna

Jest to zwykle maszyna o biegunach z magnesu trwałego. Indukowane w wirniku napięcie jest proporcjonalne do prędkości obrotowej i jednocześnie z nią zmienia się częstotliwość napięcia roboczego. Przy obciążeniu prądnicy występuje nieliniowość charakterystyki powodowana przez spadki napięcia na impedancji wirnika, przy czym reaktancja wirnika jest funkcją częstotliwości. Z tego powodu, mimo prostoty konstrukcji, braku wzbudzenia i styku ślizgowego, prądnica tachometryczna synchroniczna używana jest tylko jako wskaźnik prędkości obrotowej, zasilając napięciem odpowiednio wyskalowany woltomierz.

Oprócz omówionych prądnic tachometrycznych są niekiedy stosowane inne ich rodzaje, jak np. pojemnościowa, rezonansowa lub halotronowa.

9.3. PRZETWORNIKI PRZYSPIESZENIA

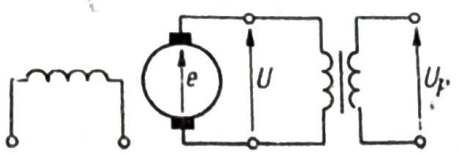
Pomiarów przyspieszeń dokonuje się często przy badaniu własności dynamicznych maszyn napędowych, gdyż przyspieszenia są miarą momentów dynamicznych działających na danym wale. Podstawowymi elementami maszynowymi do pomiaru przyspieszeń są przetworniki stałoprądowe (Yttenberga i Łomonosowa), oraz przetwornik przyspieszenia dwufazowy.



Rys. 9.14. Przetwornik przyspieszenia typu Yttenberga: a) zasada budowy; b) układ pomiarowy

Układ Yttenberga jest to prądnica tachometryczna z odpowiednim układem różniczkującym (rys. 9.14a). Jeżeli na zaciski prądnicy włączy się kondensator, to prąd wyraża się przez pochodną napięcia względem czasu $I = C\frac{du}{dt}$, jeżeli zaś pominie się spadki napięcia na rezystancji wirnika, to prąd ten jest miarą przyspieszenia. Jednak w rzeczywistości odgrywa rolę zarówno rezystancja wirnika, jak rezystancja R_0 (rys. 9.14b), włączona dla uzyskania napięcia U_p, proporcjonalnego do prądu (zasilającego przyrząd pomiarowy, np. oscylograf).

Wirnik ma też pewną indukcyjność uzwojeń, która przy dużych przyspieszeniach może odgrywać znaczną rolę. Czynniki te powodują, że błędy pomiarów są tu dość znaczne i dla ich zmniejszenia dobór elementów układu musi być dokonany bardzo starannie.



Rys. 9.15. Układ przetwornika przyspieszenia typu Łomonosowa

W układzie Łomonosowa (rys. 9.15) napięcie prądnicy prądu stałego zasila uzwojenie pierwotne transformatora, a napięcie pomiarowe U_p jest pobierane po stronie wtórnej. Uchyby pomiarów wynikają przede wszystkim z istnienia rezystancji prądnicy i uzwojeń transformatora.

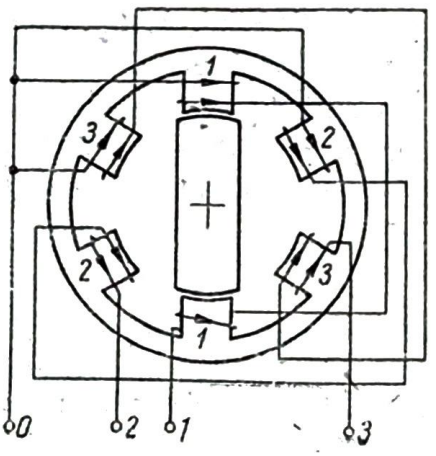
Przetworniki przyspieszenia złożone z prądnicy tachometrycznej prądu stałego i układu różniczkującego mają tę wadę, że na dokładność przetwarzania wywierają istotny wpływ pulsacje napięcia prądnicy, spowodowane działaniem komutatora. Pulsacje te mają dużą częstotliwość i po zróżniczkowaniu dają znaczne składowe napięć zakłócających w obwodzie roboczym.

Miernikiem przyspieszenia może być również maszyna dwufazowa przy zasilaniu jednego z uzwojeń prądem stałym. Przy stałej prędkości obrotowej, wytworzony przez prąd wirnika strumień skojarzony z uzwojeniem roboczym ma stałą wartość, więc w uzwojeniu tym nie indukuje się żadne napięcie; zmiana prędkości powoduje zmianę tego strumienia i pojawienie się napięcia, którego biegunowość zależy od znaku wartości przyspieszenia. Napięcie robocze jest w przybliżeniu proporcjonalne do przyspieszenia.

9.4. SILNIKI SKOKOWE

Silnikami skokowymi (lub krokowymi) są nazywane takie elementy wykonawcze, których zadaniem jest przetworzenie impulsów elektrycznych na odpowiednie przemieszczenia kątowe. Impulsy elektryczne są w odpowiednim układzie elektronicznym przetwarzane na napięcia sterujące, przy czym każdy kolejny impuls powoduje zmianę układu napięć sterujących, zwaną komutacją. Każdy kolejny impuls powoduje obrót silnika o pewien określony kąt, zwany skokiem lub krokiem. Wartość skoku jest stała, zależna tylko od konstrukcji silnika, nie zależy ona ani od czasu trwania impulsu, ani od napięcia tego impulsu (byle było ono większe od określonej wartości progowej). Biegunowość napięcia impulsu decyduje o kierunku obrotu silnika.

Silniki skokowe można zaliczyć do maszyn synchronicznych, gdyż przy określonej częstotliwości impulsów średnia liczba obrotów na jednostkę czasu jest stała i nie zależy w zasadzie od wartości momentu obciążenia.



Rys. 9.16. Układ silnika skokowego o wirniku biernym

Ze względu na budowę silniki skokowe można podzielić na dwie podstawowe grupy:

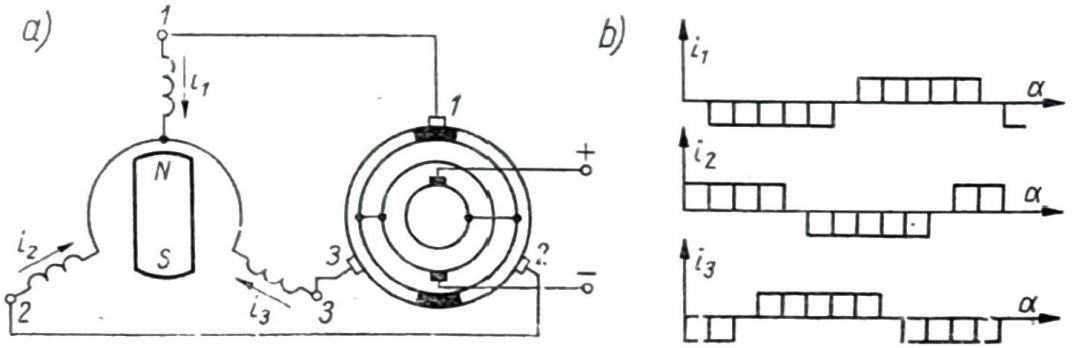
— o wirniku biernym (reluktancyjne),

— o wirniku czynnym.

Zasadę działania silnika skokowego o wirniku biernym ilustruje rys. 9.16. Przy zasilaniu uzwojenia *1* jawnobiegunowy wirnik zajmuje położenie pionowe, jeżeli zasilane jest uzwojenie *2*, to wirnik obraca się o kąt $\pi/3$ w prawo i ustawia w osi zasilanych biegunów, kolejno zasilanie uzwojenia *3* daje dalszy obrót o kąt $\pi/3$. Przy zmienionej kolejności komutacji prądów wirnik obraca się skokami w przeciwną stronę.

Silniki skokowe o wirniku czynnym odznaczają się tym, że wirnik ma własne pole magnetyczne, wytworzone przez magnesy trwałe lub przez obce wzbudzenie. W tym przypadku moment i skok wirnika powstaje wskutek wzajemnego oddziaływania dwóch pól magnetycznych: stojana i wirnika.

Zasadę działania typowego jawnobiegunowego silnika skokowego z magnesem trwałym ilustruje rys. 9.17.



Rys. 9.17. Silnik skokowy z magnesem trwałym i komutatorem mechanicznym: a) układ; b) komutacja prądów przy jednokierunkowym obracaniu komutatora

Na stojanie znajdują się trzy uzwojenia połączone w gwiazdę. Wirnik, wykonany z magnesu trwałego, zajmuje każdorazowo położenie określone przepływami uzwojeń stojana. Komutacja prądów może być elektroniczna albo mechaniczna. Komutator mechaniczny (rys. 9.17b) składa się z dwóch działek oddzielonych izolacją, zasilanych za pośrednictwem pierścieni ze źródła prądu stałego. Przekładki izolacyjne mają szerokość $\pi/6$. W zakresie $5\pi/6$ obrotu komutatora każda faza silnika jest zasilana napięciem dodatnim, przez następne $\pi/6$ obrotu nie jest zasilana, a przez kolejny kąt obrotu $5\pi/6$ jest przyłączona do ujemnego bieguna źródła wzbudzenia. W ten sposób przy obrocie komutatora dokonuje się komutacja prądów jak na rys. 9.17b (nie uwzględniono tu wartości prądów, a tylko kierunek przepływu), wskutek czego co $\pi/6$ kąta obrotu komutatora wirnik silnika dokonuje obrotu o kąt $\pi/6$. Położenie komutatora jest więc odwzorowane przez silnik.

Silniki o wirniku czynnym mają niekiedy na wirniku uzwojenie drukowane, zasilane przez pierścienie ślizgowe. Przez wykonanie druku na dwóch stronach tarczy można otrzymać uzwojenie dwufazowe, wówczas magnes trwały lub elektro-

magnes znajduje się na stojanie. W takim rozwiązaniu uzyskuje się silne pole magnetyczne i małą elektromechaniczną stałą czasową wirnika.

Istnieje wiele różnorodnych odmian silników skokowych. Dążeniem konstruktorów jest uzyskanie dużych momentów synchronizujących przy możliwie małym momencie bezwładności wirnika, zmniejszenie jednego skoku i zwiększenie granicznej częstotliwości impulsów sterujących.

LITERATURA

1. Adkins B.: *The General Theory of Electrical Machines.* London, Chapman and Hall 1959.
2. Bajorek Z.: *Elektromaszynowe elementy automatyki.* Warszawa, WNT 1969.
3. Bajorek Z.: *Maszyny elektryczne.* Rzeszów, Wydawnictwa Politechniki Rzeszowskiej 1972.
4. Cannon R. H.: *Dynamika układów fizycznych.* Warszawa, WNT 1973.
5. Chruszczew W. W.: *Elektromaszynowe elementy automatyki.* Warszawa, PWN 1973.
6. Czeczet J. S.: *Mikromaszyny elektryczne w automatyce.* Warszawa, WNT 1968.
7. Davis S. A., Ledgerwood B. K.: *Electromechanical Components for Servomechanisms.* New York, McGraw-Hill 1961.
8. Dąbrowski M. *Konstrukcja maszyn elektrycznych.* Warszawa, WNT 1965.
9. Dąbrowski M.: *Pola i obwody magnetyczne.* Warszawa, WNT 1971.
10. Dubicki B.: *Maszyny elektryczne.* Warszawa PWN, t. 1, 1958, t. 2, 1953, t. 3, 1964.
11. *Elektromagnetyczne procesy przejściowe w asynchronicznym napędzie elektrycznym.* Dunajewski S. J. i in. Tłum. z ros. Warszawa, WNT 1970.
12. Ермолин Н. П.: *Електрические машины малой мощности.* Москва, Высшая Школа 1962.
13. Gogolewski Z., Gabryś W.: *Maszyny prądu stałego.* Warszawa, PWT 1960.
14. Habiger E.: *Two-Phase Servo Motors.* Berlin, VEB Verlag Technik 1973.
15. Jezierski E.: *Maszyny synchroniczne.* Warszawa, PWT 1951.
16. Jezierski E.: *Transformatory. Podstawy teoretyczne.* Warszawa, WNT 1965.
17. Kołek W.: *Praca turbogeneratora w układzie elektroenergetycznym.* Warszawa, PWT 1955.
18. Kołek W.: *Cele i założenia syntetycznej teorii przetwarzania energii elektromechanicznej.* Mat. Konf. AGH. Kraków 1971.
19. Kołek W.: *Elektrotechnika. Problematyka i technologia.* Kraków, Wydawnictwa AGH 1973
20. Koter T., Pełczewski W.: *Maszyny elektryczne w zadaniach.* Warszawa, WNT 1975.
21. Kowalowski H.: *Maszyny i napęd elektryczny.* Warszawa, Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, 1969.
22. Kowalowski H.: *Elektromechaniczne i magnetyczne elementy automatyki.* Gliwice, Wydawnictwa Politechniki Śląskiej 1971.
23. Kozłowski H. S., Turowski E.: *Silniki indukcyjne. Projektowanie. Konstruowanie. Wytwarzanie.* Warszawa, PWT 1961.
24. Lazaroiu F. D.: *Masini electrice de mica putere.* Bucuresti, Editura Tehnica 1965.
25. Latek W.: *Badanie maszyn elektrycznych w przemyśle.* Warszawa, WNT 1964.
26. Latek W.: *Maszyny elektryczne.* Warszawa, Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej 1968.
27. Latek W.: *Zarys maszyn elektrycznych.* Warszawa, Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej 1969.
28. Latek W.: *Turbogeneratory.* Warszawa, WNT 1973.
29. Latek W.: *Zarys maszyn elektrycznych.* Warszawa, WNT 1974.
30. Лопухина Е. М., Сомихина Г. С.: *Асинхронные машины с полным ротором.* Москва, Енергия 1967.
31. Meisel J.: *Zasady elektromechanicznego przetwarzania energii.* Warszawa, WNT 1970.
32. *Modelowanie elementów układów elektromechanicznych.* Dunajewski S. J. i in. Tłum. z ros. Warszawa, WNT 1970.

33. Monkiewicz T.: *Maszyny komutatorowe prądów zmiennych.* Warszawa, PZWS 1951.
34. Müller G.: *Elektrische Maschinen.* Berlin, VEB Verlag Technik 1967.
35. Paszek W.: *Wzmacniacze elektromaszynowe i transduktorowe w przemyśle ciężkim.* Katowice, Wydawnictwo Śląsk 1970.
36. Pawluk K., Bednarek S.: *Rozruch i stany asynchroniczne silników synchronicznych.* Warszawa, WNT 1968.
37. Pełczewski W.: *Wzmacniacze elektromaszynowe.* Warszawa, WNT 1959.
38. Петров Г. Н.: *Электрические машины.* Москва, Госэнергоиздат 1962.
39. Plamitzer A. M.: *Maszyny elektryczne.* Wyd. 5. Warszawa, WNT 1972.
40. Puchała A.: *Formy liniowe i kwadratowe niesymetrycznych maszyn elektrycznych.* Kraków, Zesz. Nauk. AGH 1965.
41. Puchała A.: *Teoria przetworników elektromechanicznych.* Cz. II. Kraków, Wydawnictwa AGH 1969.
42. Puchałka T., Woźniak A.: *Elementy i układy automatycznej regulacji. Przykłady i zastosowania.* Warszawa, WNT 1963.
43. Pustoła J., Śliwiński T.: *Budowa i działanie silników jednofazowych.* Warszawa, WNT 1964.
44. Pustoła J.: *Maszyny komutatorowe dla automatyki.* Warszawa, WNT 1971.
45. Reiser J.: *Elektrische Maschinen.* München, Carl Hanser Verlag 1968.
46. *Silniki indukcyjne asynchroniczne.* Kaniewski S. i in. Warszawa, PWN 1956.
47. Siwiński J.: *Automatyka napędu elektrycznego.* Warszawa, WNT 1960.
48. Skwarczyński J., Tertil Z.: *Wprowadzenie do laboratorium maszyn elektrycznych.* Kraków, Wydawnictwa AGH 1973.
49. Stein Z.: *Zadania z maszyn elektrycznych.* Kraków, Wydawnictwa Politechniki Poznańskiej 1965.
50. Tertil Z., Skwarczyński J.: *Maszyny elektryczne.* Kraków, Wydawnictwa AGH 1974.
51. Tunia H., Łaskowiecki J.: *Elementy automatyki.* Warszawa, Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej 1972.
52. *Transformatory. Budowa i projektowanie.* Jezierski E. i in. Warszawa, WNT 1963.
53. Важнов А. И.: *Электрические машины.* Ленинград, Энергия 1969.
54. Węglarz J.: *Maszyny elektryczne.* Warszawa, WNT 1968.
55. Węgrzyn S.: *Rachunek operatorowy.* Warszawa, PWN 1960.
56. White H., Woodson C.: *Electromechanical Energy Conversion.* New York, John Wiley 1959.
57. *Zadania z maszyn elektrycznych.* Glinka T. i in. Wyd. 2. Warszawa, WNT 1976.

SKOROWIDZ RZECZOWY

Analogi 25
analogie elektromechaniczne 26—28
amplidyna 413—415
—, charakterystyki zewnętrzne 414
—, transmitancja operatorowa 415
—, uzwojenie kompensacyjne 414
Arnolda schemat 350
autotransformator 109—110
—, moc przechodnia 109
—, — własna 109

Bieguny komutacyjne 347, 363
blachy walcowane na zimno 20

Cartera współczynnik 172
charakterystyka kątowa prądnicy synchronicznej 284
— magnesowania prądnicy synchronicznej 269
— — silnika synchronicznego 306
— mechaniczna łącza selsynowego wskaźnikowego 446
— — maszyny indukcyjnej 195
— — silnika bocznikowego 385
— — — histerezowego 334
— — — szeregowego 387
— — — szeregowo-bocznikowego 389
— regulacyjna prądnicy synchronicznej 281—282
— — — obcowzbudnej 374
— zewnętrzna prądnicy bocznikowej 376
— — — obcowzbudnej 373
— zewnętrzna prądnicy synchronicznej 279—280
— — — tachometrycznej dwufazowej 453
charakterystyki mechaniczne silnika repulsyjnego 425
— — — Schragego 436
— — — szeregowego komutatorowego 437
— — — trójfazowego komutatorowego 433
— — silników wykonawczych 246, 405, 407
charakterystyki regulacyjne silników wykonawczych 247, 405, 407
— zewnętrzne amplidyny 414
chłodzenie maszyn 15, 18
cieplna stała czasowa 16

Deriego silnik 426
diagonalizacja macierzy 138
— — indukcyjności 258
dyssypacja 37

Elektromechaniczna stała czasowa silnika dwufazowego 250
elektrotechniczne blachy magnetyczne 19
elementy analogowe 25
— bezwładności 28, 29, 32
— dualne 25
— dyssypatywne 30, 37
— sprężyste 30, 32, 34
— zachowawcze 31
energia dyssypacji 38
— elementów zachowawczych 30, 32
— kinetyczna 31
— potencjalna 31, 41
— — masy 35

Ferryty 21
funkcja dyssypacji Rayleigha 37, 38
funkcje stanu 30

Gramme'a uzwojenie 346
grupy połączeń transformatorów 73, 86
gwiazda napięć żłobkowych 149, 354

Hamowanie dynamiczne 236, 397
— prądnicowe 233, 396, 397
— przeciwprądem 235, 396
— silników indukcyjnych 233—236
— — prądu stałego 395—398

harmoniczne napięć indukowanych 161
— prądu magnesującego 59—62
— żłobkowe 171
hydrogenerator 147

Indukcyjny regulator napięcia 252
impedancja znamionowa transformatora 69
— zwarcia transformatora 63

Jednostki znamionowe i stosunkowe 23

Kaskadowe układy 438
kąt mocy maszyny synchronicznej 278
Klossa równanie 194
kondensator w silniku jednofazowym 239—240
kompensator synchroniczny 315
komutacja 365—370
komutator 346
koenergia dyssypacji 38, 41
— elementów zachowawczych 30, 32
— kinetyczna 31, 41
— potencjalna 31
kofunkcja dyssypacji Rayleigha 38
kolumna transformatora 48
koszt budowy uzwojeń transformatora 75
krotność uzwojenia 352
krzywe nagrzewania 16
krzywa stygnięcia 17
krzywe V (Mordeya) prądnicy synchronicznej 286
— — — silnika synchronicznego 307

Leblanca-Scherbiusa przesuwnik fazowy 440
liczba żłobków na biegun i fazę 150

Łącze magnesynowe 449
— selsynowe dwutorowe 448
— — niesymetryczne 448
— — wskaźnikowe 442—448
— — —, charakterystyka mechaniczna 446
— — —, model zastępczy 444
Łomonosowa przetwornik przyspieszenia 456

Macierz transformacji 138
magnesowalność 19
magnesy trwałe 21
maszyna indukcyjna, bilans napięć 184
— —, — mocy 191
— —, — przepływów 185
— —, napięcie rozproszenia 184
— —, praca silnikowa 181
— —, — prądnicowa i hamulcowa 182, 251
— —, przekładnia napięciowa 181
— —, przeliczanie parametrów 186
— —, stan jałowy 189
— —, — zwarcia 189
— —, wykres wskazowy 183, 187, 188, 190
— o polu poprzecznym 399
— Rosenberga 401
— synchroniczna 264—344
— — cylindryczna, moc 282
— — —, moment obrotowy 283
— —, forsowanie wzbudzenia 325
— —, gaszenie pola 325
— — jawnobiegunowa 147, 266
— — —, moc 298
— — —, moment obrotowy 298
— — —, reaktancja synchroniczna podłużna 296
— — —, — — poprzeczna 297
— —, kąt mocy 278
— —, kołysania 319
— —, moment synchronizujący jednostkowy 319
— —, praca na sieć sztywną i elastyczną 271, 283—288
— —, — samotna i równoległa 270
— —, prąd wzbudzający 264
— —, reaktancja oddziaływania stojana 276
— —, — podprzejściowa 322
— —, — przejściowa 323
— —, — rozproszenia 277
— —, regulacja wzbudzenia 325
— —, równania Parka-Goriewa 338—342
— —, samosynchronizacja i synchronizacja 271—272
— —, samowzbudzenie 326
— —, stabilność statyczna i dynamiczna 317—319
— —, stan zwarcia 269—270
— —, statyczny moment synchronizujący 319
— —, stosunek zwarcia 270
— —, szczelina powietrza 265
— —, transformacja współrzędnych 338
— —, turbogenerator 147
— —, uzwojenie wzbudzenia 147
— —, współczynnik zwarcia 270
— —, wzbudnica 264

maszyna synchroniczna, zwarcie ustalone 320
— —, — w stanie nieustalonym 320—325
maszyny indukcyjne, operatorowe równania napięć 261
— —, skala poślizgu 214—216
— —, ścisły wykres kołowy 208—210
— —, wykresy miejsc geometrycznych 205—217
— —, uproszczone wykresy kołowe 210—211
— komutatorowe prądu przemiennego 419—438
— prądu stałego 345—418
— — —, moment obrotowy 360
— — —, oddziaływanie wirnika 360
— — —, układy połączeń 370
— — —, uzwojenie bębnowe 347
— — —, — dwuwarstwowe 349
— — —, — pierścieniowe 346
— — —, — średnicowe i cięciwowe 350
— — —, zasada działania 345
— — —, zarys ogólnej teorii 417
materiały konstrukcyjne 19—22
metadyna 399
moc maszyny synchronicznej cylindrycznej 282
— — — jawnobiegunowej 297
moment elektromagnetyczny 173—178
momenty pasożytnicze asynchroniczne 203
— — silnika indukcyjnego 202
— — synchroniczne 204

Nabiegunniki 347
nagrzewanie 15
napięcie indukowane w uzwojeniu 157, 162
— sterowania 403
— rozproszenia 52
— wzbudzenia 403
— zwarcia transformatora 62
niesymetria obciążenia transformatorów 79
— zewnętrzna transformatorów 87
niezmienniczość mocy 138
normalny stan zwarcia transformatora 65—66
Novaka schemat 350, 353, 354, 356

Obwód sterowania i wzbudzenia 403
oddziaływanie wirnika 360
okład prądowy 173
okres komutacji 366

Parametry układu 28
permalloy 20
permasyn 332

pierścienie ślizgowe 141
pochodne cząstkowe energii 36
— — koenergii 36
pole eliptyczne 170
— wirujące 143
połączenia czołowe 150
— wyrównawcze 358
pomiar reaktancji metodą małego poślizgu 300
poskok całkowity 351
— częściowy drugi 351
— — pierwszy 351
— uzwojenia 150
poślizg 180
— krytyczny 196
— utyku 196
potencjał kinetyczny 40
praca ciągła, dorywcza i przerywana 18
— równoległa transformatorów 99—107
prąd magnesujący transformatora 55, 76
— wzbudzający maszyny synchronicznej 264
prądnica do oświetlania wagonów 401
— indukcyjna 251
— obcowzbudna jako wzmacniacz 411
— prądu stałego 372—382
— — — bocznikowa, charakterystyka regulacyjna 377
— — — —, — zewnętrzna 376
— — — —, samowzbudzenie 375
— — — —, zmienność napięcia 377
— — —, charakterystyka stanu jałowego 372
— — — obcowzbudna 372
— — — —, charakterystyka obciążenia 373
— — — —, — regulacyjna 374
— — — —, — zewnętrzna 373
— — —, praca równoległa 379
— — — szeregowa 378
— — — szeregowo-bocznikowa 379
— — — unipolarna 399
— synchroniczna, charakterystyka kątowa 284
— —, — regulacyjna 281—282
— —, — zewnętrzna 279—280
— — cylindryczna nasycona 288—292
— — — —, charakterystyka obciążenia 289
— — — —, trójkąt Potiera 291
— — — —, — zwarcia 290
— — — nie nasycona 275—288
— — jawnobiegunowa 292—302
— — — nasycona 301
— —, krzywe V (Mordeya) 286
— —, normalna charakterystyka magnesowania 269
— —, stan jałowy 266—269

prądnica synchroniczna, stan obciążenia 275—278
— —, wykres miejsc geometrycznych 285
— —, zmienność napięcia 281
— —, znamionowy prąd wzbudzający 268
— spawalnicza 403
— tachometryczna 452—454
— — dwufazowa, charakterystyka zewnętrzna 453
— — synchroniczna 455
prędkość synchroniczna 145, 179
przeciążalność silnika indukcyjnego 197
przełącznik gwiazda—trójkąt 220
przekładnia napięciowa maszyny indukcyjnej 181
— — i zwojowa transformatora 51, 72
przekładnik 117—118
przestrzeń współrzędnych stanu 25
przesuwnik fazowy 253
— — Leblanca-Scherbiusa 440
przepływ uzwojenia 163—170
przetwornica częstotliwości 429
— jednowirnikowa 427
przetwornik przyspieszenia Łomonosowa 456
— — Yttenberga 455

Rayleigha funkcja dyssypacji 38
rdzeń transformatora 48
reaktancja oddziaływania stojana maszyny synchronicznej 276
— — — podłużna 296
— — — poprzeczna 296
— podprzejściowa 322
— przejściowa 323
— rozproszenia maszyny synchronicznej 277
— synchroniczna podłużna 296
— — poprzeczna 297
— zwarcia transformatora 63
regulacja napięcia transformatorów 97—99
— prędkości silników indukcyjnych 227—233
— — — prądu stałego 390—395
— kofunkcja dyssypacji 38
rezystancja zwarcia transformatora 63
Richtera schemat 350, 353, 356
rodzaje budowy maszyn elektrycznych 19
Rosenberga maszyna 401
rototrol bocznikowy 415
— —, charakterystyki magnesowania 415
— —, współczynnik wzmocnienia 416
— szeregowy 416
— —, charakterystyki magnesowania 416
— —, współczynnik wzmocnienia 416
rozpraszanie energii 30, 37
rozpiętość zezwoju 350
rozruch gwiazda-trójkąt 220
— silnika synchronicznego 311—315
— silników prądu stałego 395
równania więzów 25
równanie Klossa 194
— Eulera-Lagrange'a 39, 44, 46

Samowzbudzenie maszyny synchronicznej 265
Sankeya wykres 194
schemat Arnolda 350
— Novaka 350, 353, 354, 356
— Richtera 350, 353, 356
Schragego silnik 434
selsyny 441—449
—, zasada budowy 441
silnik asynchroniczny 141
— bocznikowy 383—386
— —, charakterystyka mechaniczna 385
— —, hamowanie 395
— — jednofazowy prądu przemiennego 419
— —, prędkość idealnego stanu jałowego 384
— —, regulacja prędkości 390
— —, rozruch 395
— histerezowy 333
— indukcyjny 141—142
— — dwufazowy 241—251
— — —, bilans energetyczny 247
— — —, charakterystyka mechaniczna 245
— — —, — regulacyjna 247
— — —, dobór kondensatora 249
— — —, elektromechaniczna stała czasowa 250
— — — idealny 245
— — —, kryteria samohamowności 248
— — —, moc pola wirującego 245
— — —, moment obrotowy 245
— — —, składowe symetryczne 242
— — —, sterowanie amplitudowe 242
— — —, — amplitudowo-fazowe 242
— — —, transmitancja 250
— — —, układy zastępcze 243—244
— — —, uzwojenie sterowania 241
— — —, — wzbudzenia 241
— — dwuklatkowy 225—227
— — dźwigowy 222
— — głębokożłobkowy 222—225
— — —, zredukowana głębokość przewodnika 223
— —, momenty pasożytnicze 203

silnik indukcyjny pierścieniowy 142
— —, przeciążalność 197
— —, równanie Klossa 194
— — synchronizowany 252
— —, wykres Sankeya 194
— —, zakres pracy stabilnej 202
— —, zasada działania 146
— — ze zwartym uzwojeniem pomocniczym 240
— impulsowy 47
— komutatorowy trójfazowy bocznikowy 430
— — — szeregowy 436
— repulsyjny 423—426
— —, charakterystyki 425
— — Deriego 426
— — Thomsona 423
— Schragego 434
— skokowy 456—457
— synchroniczny 302—316
— —, charakterystyka kątowa 306
— — impulsowy 330
— — jawnobiegunowy 308—311
— — —, charakterystyka kątowa 308
— — —, wykres wskazowy 308
— — —, wykresy miejsc geometrycznych 309—311
— —, kompensator 315
— —, krzywe V (Mordeya) 307
— — Merrilla 332
— —, przeciążalność 305
— — reduktorowy 331
— — reluktancyjny 327
— —, rozruch 311—315
— szeregowo-bocznikowy 388
— szeregowy 386—388
— —, charakterystyka mechaniczna 387
— —, hamowanie 397
— — jednofazowy prądu przemiennego 420
— — — — —, moment obrotowy 422
— — — — —, straty 422
— — — — —, wykres wskazowy 421
— —, regulacja prędkości 393
— —, rozruch 395
silniki indukcyjne, hamowanie dynamiczne 236
— —, — elektryczne 233—236
— —, — prądnicowe 233
— —, — przeciwprądem 235
— — jednofazowe 237
— — —, faza rozruchowa 238
— — — z kondensatorem 239
— —, regulacja prędkości 227—233
— —, rozruch 217—227
silniki indukcyjne, rozruch silnika pierścieniowego 217—219
— —, — — klatkowego 219—227
— prądu stałego 382—398
— — —, charakterystyka regulacyjna 383
— — —, — robocza 383
— — —, — rozruchowa 383
— — —, hamowanie 395—398
— — —, regulacja impulsowa 394
— — —, — prędkości obrotowej 390—395
— — —, rozruch 395
— wykonawcze indukcyjne dwufazowe 241—251
— — prądu stałego 403—409
— — — —, charakterystyka mechaniczna 405, 407
— — — —, charakterystyka regulacyjna 405, 407
— — — —, właściwości dynamiczne 405, 408
— — — —, transmitancja operatorowa 406, 409
— trakcyjne jednofazowe 423
składowe symetryczne 79
— — układu dwufazowego 242
spadek napięcia transformatora 95—97
sprawność 14, 15
sprzęgła elektromagnetyczne 254
stabilność statyczna i dynamiczna maszyn synchronicznych 317—319
stała czasowa podprzejściowa 322
— — przejściowa 323
— — wzmacniaczy maszynowych 410
stan podprzejściowy maszyny synchronicznej 322
— przejściowy maszyny synchronicznej 323
stany nieustalone w transformatorach 121—128
sterowanie strumieniem 403
— wirnikowe 403
stosunek zwarcia maszyny synchronicznej 270
stratność jednostkowa 19
straty 14
— dielektryczne 14
— dodatkowe 194
— mechaniczne 14
— obciążeniowe 14
— od histerezy magnetycznej 19
— — prądów wirowych 19
— w rdzeniu 19, 20
— — stali 14
strefa fazowa 150

strumień rozproszony 52
supermalloy 20
szczotki 21
sztywność charakterystyczna selsynów 446

Thomsona silnik 423
transformacja symetryczna 80
transformator dwuuzwojeniowy 49, 50
—, impedancja znamionowa 67, 69
—, — zwarcia 63
—, — dla składowych symetrycznych 88
—, napięcie zwarcia 62
—, normalny stan zwarcia 65
—, prąd magnesujący 55, 76
—, prąd strat w stali 60
— płaszczowy i rdzeniowy 49
—, reaktancja i rezystancja zwarcia 62
—, regulacja napięcia 97—99
—, spadek napięcia 95—97
—, stan jałowy 56
—, — obciążenia 52, 66
—, — zwarcia 62
—, układy zastępcze dla składowych symetrycznych 88
—, wartości względne 67
—, zaczepy regulacyjne 98
—, zmienność napięcia 95—97
transformatory energetyczne 48
—, grupy połączeń 73, 86
— jednofazowe 48, 131
—, koszt budowy uzwojeń 75
— małej mocy 48
—, niesymetria obciążenia 79
—, niesymetria zewnętrzna 87
—, operatorowe impedancje układów zastępczych 134
— położenia kątowego 450
—, praca grupowa 107—109
—, praca równoległa 99—107
— probiercze 120—121
—, rodzaje połączeń 70, 71
— spawalnicze 119—120
— specjalne 48, 109—121
—, stany nieustalone 121—128
— trójfazowe 48, 134
— trójuzwojeniowe 111—113
—, współczynnik dobroci pracy równoległej 103—106
—, wybór układu połączeń 87
—, zagadnienia eksploatacyjne 94
—, zarys ogólnej teorii 130—140
—, zmiana liczby faz 113—116
transmitancja operatorowa amplidyny 415
— — silników wykonawczych 406, 409
— — wzmacniaczy maszynowych 410
trójkąt Potiera 291
— zwarcia prądnicy synchronicznej cylindrycznej nasyconej 291
trzecia szyna 381
turbogenerator 147

Układy połączeń transformatorów 70—71
— analogowe i dualne 25
— kaskadowe 438
— zastępcze transformatora dla składowych symetrycznych 88
uogólniona masa 29
— podatność 30
— siła dyssypacji 39
uogólnione współrzędne stanu 29
uogólniony pęd 29
— prąd 29
— współczynnik tarcia 30
uzwojenia dwufazowe 155—156
— jednofazowe 155
— kompensacyjne 363
—, napięcie indukowane 157
— prądu przemiennego, gwiazda napięć żłobkowych 149
— — —, poskok uzwojenia 150
— — —, zarys budowy 149—157
— transformatora 48
— — cylindryczne 50
— — krążkowe 50
—, zmiana liczby par biegunów 156
uzwojenie bębnowe 347
— cięciwowe 350
— dwupiętrowe 151
— dwuwarstwowe 150, 154, 155, 350
— faliste 152, 153, 154, 352, 355, 356
— jednowarstwowe 150, 151, 152, 154, 155
— kompensacyjne amplidyny 414
— koszykowe 152
— nieskrzyżowane 351
— pętlicowe 152, 154
— pierścieniowe Gramme'a 346
— skrzyżowane 351
— średnicowe 150, 151, 350
— trójpiętrowe 151
— ułamkowe 150
— wielokrotne 351
— wzornikowe 151, 152, 153

Wał elektryczny 254
wartości własne macierzy 138
— względne transformatora 67
warunki symetrii uzwojeń 357
wielobok napięć 354
więzy holonomiczne i anholonomiczne 25
współczynnik Cartera 172
— dobroci pracy równoległej transformatorów 103—106
— grupy 159—161
— kształtu 62
— skrótu 159, 162
— sygnału 404
— szczytu 61
— tarcia lepkiego 30
— uzwojenia 160, 161
— zapełnienia rdzenia 19
— zwarcia maszyny synchronicznej 270
współrzędne stanu 25, 28
wykres Sankeya 194
wykresy miejsc geometrycznych maszyn indukcyjnych 205—217
— — — prądnicy synchronicznej 285
— — — silnika synchronicznego jawnobiegunowego 309—311
wymiana energii elastyczna 37
— — sztywna 37
— — z otoczeniem 37, 41
wyższe harmoniczne napięć 161
— — żłobkowe 172
wzmacniacze maszynowe 409—416
— —, charakterystyka sterowania 409
— —, — zewnętrzna 409
— —, stała czasowa 410
— —, statyczny współczynnik wzmocnienia 410
— —, transmitancja operatorowa 410

Yttenberga przetwornik przyspieszenia 455

Zagadnienie własne macierzy 138
zaczepy regulacyjne transformatorów 98
zasada dualizmu 28
— Hamiltona 40
— zachowania energii 39
zmienność napięcia prądnicy synchronicznej 281, 291, 292
— — transformatora 95—97
znamionowe napięcie zwarcia 62
znamionowy prąd wzbudzający prądnicy synchronicznej 268
— — — maszyny synchronicznej przy zwarciu 269
zredukowana wysokość przewodnika 223

Zygmunt Bajorek — Maszyny elektryczne

Błędy dostrzeżone w druku

Str.	Wiersz	Jest	Powinno być
43	wzór (2.72)	$(\mathbf{J}\dot{\varphi})+\mathbf{D}\dot{\varphi}$	$(\mathbf{J}\dot{\varphi})+\mathbf{D}\dot{\varphi}$
195	wzór (5.77)	$\frac{m_2}{\omega_1 \vartheta_n^2}$	$\frac{m_2}{\omega_1 \vartheta_u^2}$
196	11 od dołu	$\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}_s}$	$\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}s}$
224	8 od dołu	$\xi=h\sqrt{\bar{s}}=$	$\xi=h\sqrt{s}=$
331	4 od góry	$m=\frac{\underline{I}^2}{2}$	$m=\frac{I^2}{2}$